M. Cerini - R. Fiamenghi - D. Giallongo

Quaderno operativo 1

Trevisini Editore

La pubblicazione di un libro è un'operazione complessa, che richiede numerosi controlli: sul testo, sulle immagini e sulle relazioni che si stabiliscono tra essi. L'esperienza suggerisce che è praticamente impossibile pubblicare un libro privo di errori. Saremo quindi grati ai lettori che vorranno segnalarceli.

Nel caso di eventuali errori od omissioni nelle citazioni delle fonti, la Casa Editrice provvederà, nella prossima edizione, alle rettifiche che verranno comunicate dagli aventi diritto.

Nei casi in cui non è stato possibile reperire chi potesse concedere il permesso di riproduzione, si precisa che la Casa Editrice è a disposizione degli aventi diritto.

Progetto grafico e impaginazione elettronica: BAMA - Vaprio d'Adda

Copertina: Areaimmagine - Milano

Il contenuto di questo testo rispetta l'art. 5 della legge 169 del 30/10/08 e, pertanto, non sarà modificato per 5 anni.

PROPRIETÀ LETTERARIA RISERVATA

I diritti di traduzione, riproduzione e di adattamento, totale o parziale, con qualsiasi mezzo, compreso fotocopie in bianco e nero o a colori, sono riservati.

© 2010 Casa Editrice Luigi Trevisini S.r.l.

Prima edizione: gennaio 2010

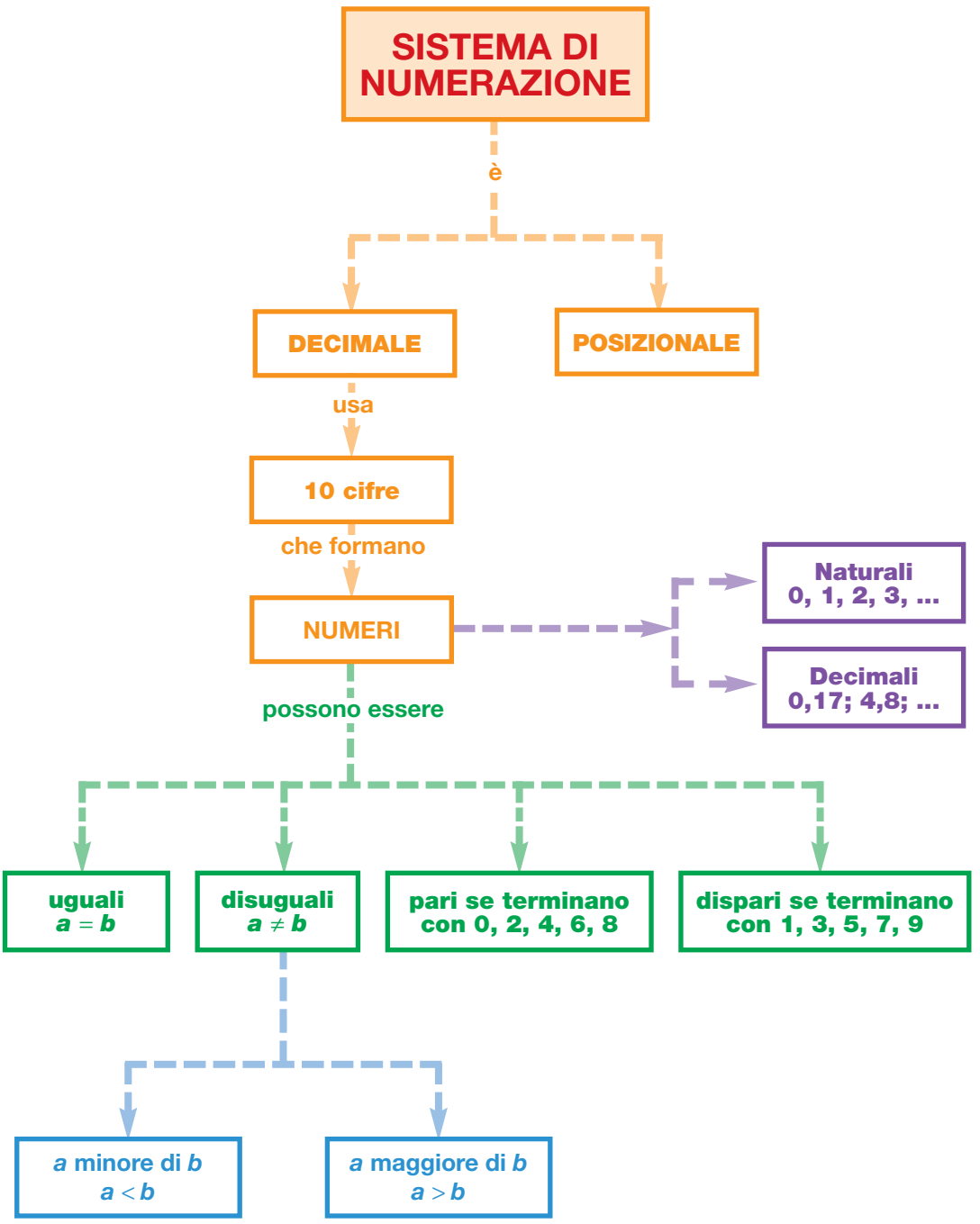
Edizione: 1 2 3 4 5 2010 2011 2012 2013 2014

Con i tipi della:
Casa Editrice Luigi Trevisini S.r.l.
Via Tito Livio 12
20137 Milano
Tel. 02 5450704 - Fax 02 55195782

Sito internet: http://www.trevisini.it
Posta Elettronica: trevisini@trevisini.it

1 Numeri naturali e sistemi di numerazione

ESERCIZI E ATTIVITÀ
PER IL RECUPERO
PER IL POTENZIAMENTO



RECUPERO

Prima di effettuare gli esercizi per il recupero è opportuno che tu riveda la teoria sul libro di testo.

1. Individua i **numeri cardinali** e i **numeri ordinali** e scrivili in cifre nella tabella.
(*Ricorda che i numeri ordinali rispondono alla domanda "Quale posto occupa...?"*)
Ventisette; ottavo; centoquindici; tredicesimo; secondo; duecentodieci; trentacinque; quattro; quaranta; trentesimo; diciannovesimo; nono.

NUMERI CARDINALI	NUMERI ORDINALI
27	8°

2. Completa la tabella sistemando i numeri dati nell'apposita casella.
(*Ricorda i **numeri pari** terminano con le cifre* **0**, **2**, **4**, **6**, **8**; *mentre i **numeri dispari** con le cifre* **1**, **3**, **5**, **7**, **9**)
584; 659; 1847; 1006; 2051; 743; 418; 8225; 1532; 6290; 963; 396; 3517; 7834.

NUMERI PARI	NUMERI DISPARI
584	659

Completa le seguenti relazioni utilizzando i simboli > (maggiore); < (minore); = (uguale).

3. 51 ...<... 64 338 ..... 299 635 ..... 600 411 ..... 511 204 42
320 ..... 100 181 ..... 118 270 ..... 720 806 ..... 860 105 ..... 15.

4. 9,2 ...>... 4,2 6,3 ..... 3,6 5,9 ..... 5,7 4,6 ..... 4,1 9,7 7,9
70,5 ..... 7,05 12,8 ..... 1,28 3,5 ..... 3,50 5,7 ..... 5,07 0,10 ..... 0,1.

5. Completa le seguenti frasi.
a) Nel numero 359 5 rappresenta le decine
Nel numero 2718 7 rappresenta le .....
Nel numero 8647 8 rappresenta le .....
Nel numero 5032 2 rappresenta le .....
b) Nel numero 12,84 8 rappresenta i decimi
Nel numero 0,631 6 rappresenta i .....
Nel numero 9,0248 4 rappresenta i .....
Nel numero 37,605 0 rappresenta i .....

6. Scrivi i seguenti numeri in cifre.

ESEMPIO
4 millesimi = 0,004.

Cinque decimi; sei unità e quattro centesimi; due decine, nove decimi e sei centesimi; ottantamillesimi; nove unità, tre decimi e quattro centesimi; sette decine e sette decimi.

7. Scrivi i seguenti numeri in forma polinomiale.
35078 = $3 \times 10000 + 5 \times 1000 + 7 \times 10 + 8$
4934 = ...
26900 = ...
83028 = ...
30045 = ...
21306 = ...
47870 = ...
35,27 = $3 \times 10 + 5 + 2 \times 0{,}1 + 7 \times 0{,}01$
9,86 = ...
0,348 = ...

8. Trasforma le seguenti scritture in forma normale.

$6 \times 1000 + 7 \times 100 + 4 \times 10 + 5 = 6000 + 700 + 40 + 5 =$ .....

$8 + 3 \times 10 + 4 \times 1000 = 8 + 30 + 4000 = 4038$

$5 + 4 \times 100 + 9 \times 1000 =$ .....

$7 \times 10000 + 8 \times 1000 + 4 \times 100 + 3 \times 10 + 5 =$ .....;

$8 \times 1000 + 6 \times 100 + 2 \times 10 =$ .....;

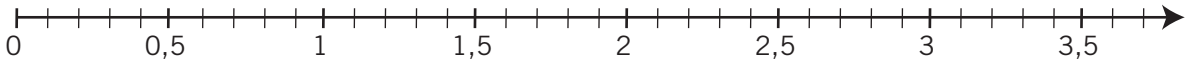
$4 + 3 \times 10 + 2 \times 100 + 7 \times 10000 =$ .....;

$5 \times 10000 + 9 \times 1000 + 4 \times 100 + 8 \times 10 =$ .....;

$7 \times 100 + 4 \times 1000 + 6 \times 10000 =$ .....;

9. Colloca i seguenti numeri sulla semiretta sottostante.

1,1; 2,3; 3,4; 0,4; 1,7; 2,8; 3,7; 2,5; 0,6; 1,9.



10. Fissa sulla sottostante semiretta un'unità grafica di 1 cm e riporta su di essa i seguenti numeri.

8; 5; 11; 15; 3; 13; 1; 2; 7; 12.

POTENZIAMENTO

Antichi sistemi di numerazione

Per la maggior parte i sistemi di numerazione antichi erano **additivi** e **non avevano** un simbolo per indicare lo **zero**.

Il sistema di numerazione romano

Il sistema di numerazione romano non è di tipo posizionale. Infatti, ogni simbolo ha sempre un unico valore indipendentemente dalla posizione che occupa nel numero. Nella tabella sono riportati i sette simboli usati dai Romani e per ognuno di essi il numero naturale corrispondente.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Per scrivere tutti gli altri numeri i Romani seguivano le regole illustrate di seguito.

• **Se un simbolo è scritto a destra di un altro di valore uguale o maggiore, si sommano i valori dei due simboli**.

ESEMPIO

VI = 5 + 1;
LX = 50 + 10 = 60;
DC = 500 + 100 = 600;

II = 1 + 1 = 2;
CX = 100 + 10 = 110;
MC = 1000 + 100 = 1100;

XX = 10 + 10 = 20
CC = 100 + 100 = 200
MD = 1000 + 500 = 1500.

• **Se il simbolo I si trova a sinistra di V o di X, il suo valore si sottrae da quello di V o di X.**

ESEMPIO

IV = 5 – 1 = 4 IX = 10 – 1 = 9

• **Se il simbolo X si trova a sinistra di L o di C, il suo valore si sottrae da quello di L o di C.**

ESEMPIO

XL = 50 – 10 = 40 XC = 100 – 10 = 90

• **Se il simbolo C si trova a sinistra di D o di M, il suo valore si sottrae da quello di D o di M.**

ESEMPIO

CD = 500 – 100 = 400 CM = 1000 – 100 = 900

• **Se un simbolo è posto tra due altri di valore maggiore, il suo valore si sottrae da quello del simbolo che sta alla destra.**

ESEMPIO

XIV = X + IV = 10 + (5 – 1) = 14
CXL = C + XL = 100 + (50 – 10) = 140

• **I simboli V, L, D non si possono raddoppiare ed i simboli I, X, C, M non si possono ripetere per più di tre volte consecutive.**

ESEMPIO

III = 1 + 1 + 1 = 3, ma per indicare 4 si scrive → IV
XXX = 10 + 10 + 10 = 30, ma per indicare 40 si scrive → XL
CCC = 100 + 100 + 100 = 300, ma per indicare 400 si scrive → CD

• **Ogni numero soprallineato con un tratto rappresenta le migliaia, soprallineato con due tratti rappresenta i milioni.**

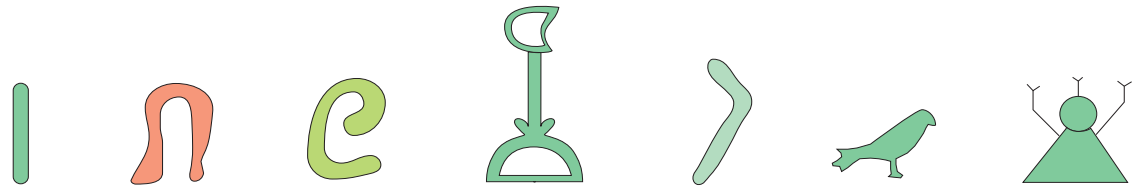
ESEMPIO

$\overline{\text{III}} = 3 \times 1000 = 3000$;
$\overline{\text{V}} = 5 \times 1000 = 5000$;
$\overline{\overline{\text{XI}}} = 11 \times 1000000 = 11000000$

Il sistema di numerazione romano è di tipo **additivo-sottrattivo**; infatti il valore di un numero si ottiene addizionando o sottraendo i valori rappresentati dai vari simboli.

Il sistema di numerazione degli antichi Egizi

Gli antichi Egizi usavano questi simboli per scrivere i numeri:

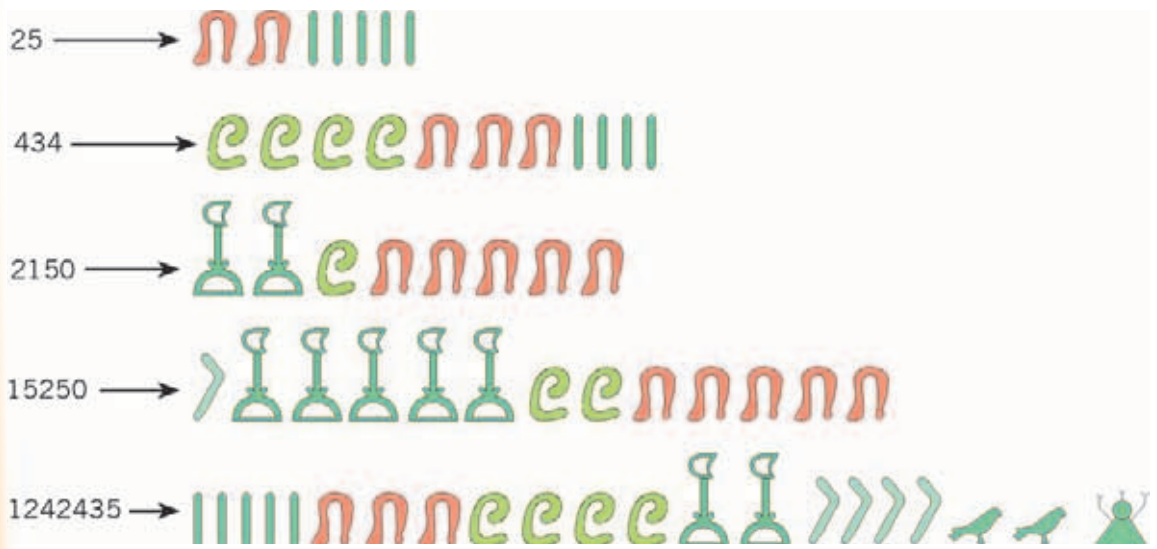


1 10 100 1 000 10 000 100 000 1 000 000

I numeri venivano composti secondo le seguenti regole:
– ciascun simbolo si poteva ripetere non più di nove volte;
– un numero si otteneva sommando i valori di tutti i segni che comparivano nella scrittura dello stesso;
– un numero poteva essere scritto sia da sinistra a destra sia da destra a sinistra.

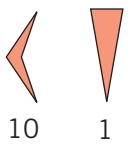
Il sistema degli antichi Egizi era quindi **additivo**.

ESEMPIO



Il sistema di numerazione dei Sumeri

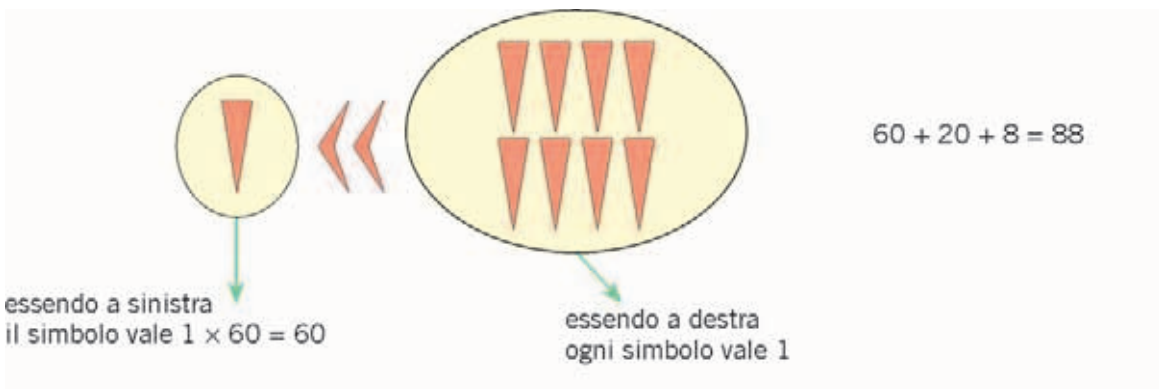
I Sumeri, e poi i Babilonesi, usavano la caratteristica scrittura cuneiforme. Per comporre i numeri utilizzavano i simboli:

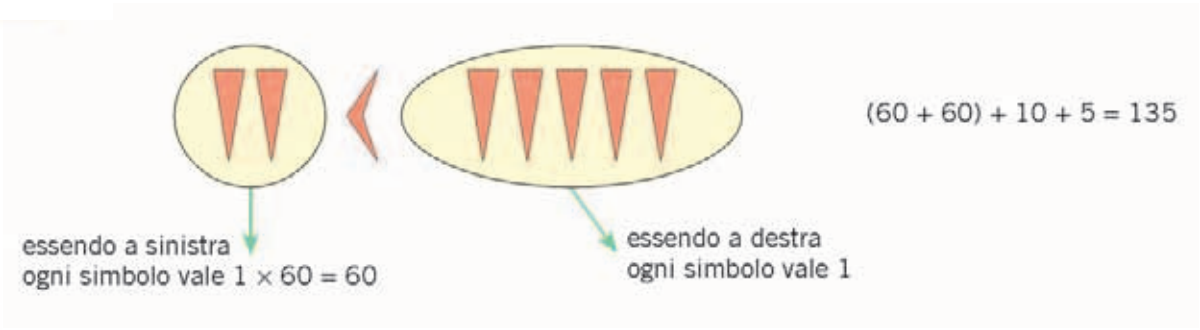


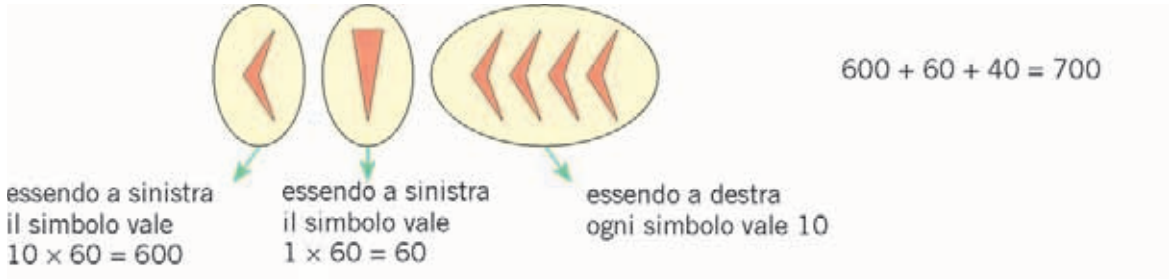
e le seguenti regole:
– i segni avevano valori diversi a seconda della posizione che occupavano nella scrittura del numero: lo stesso segno valeva 60 volte di più se faceva parte di un gruppo più a sinistra;
– un numero si otteneva sommando i valori di tutti i segni che comparivano nella scrittura dello stesso.

Il sistema degli antichi Sumeri era quindi **posizionale ed additivo**.

ESEMPIO







Esercizi

Sistema romano

1. Completa la tabella, utilizzando il procedimento evidenziato nella prima riga.

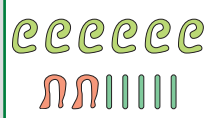
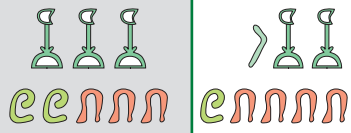
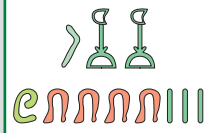
38	30 + 8	XXX + VIII	XXXVIII
77	70 + 7		
	300 + 40 + 5		
			CMXLVI
1954			
		M + DC + LXX + II	
			$\overline{\text{V}}$DCXXI
20950			
	30000 + 5000 + 400		
		$\overline{\text{LX}}$ + $\overline{\text{IV}}$ + D + XXX + I	
2900000			

Sistema degli antichi Egizi

2. Completa la tabella.

NUMERAZIONE ATTUALE	38 30 + 8	125 100 + 20 + 5	581	1343	10234
NUMERAZIONE EGIZIA					

3. Completa la tabella.

NUMERAZIONE ATTUALE	40 + 2				
NUMERAZIONE EGIZIA					

Sistema degli antichi Sumeri

4. Completa la tabella.

NUMERAZIONE ATTUALE	12 10 + 2	49	75 60 + 10 + 5	193 60+60+60+10+32	804
NUMERAZIONE SUMERA					

5. Completa la tabella:

NUMERAZIONE ATTUALE	..... 60 + 10 + 3				
NUMERAZIONE SUMERA					

6. Scrivi in cifre romane i numeri da 40 a 60.

7. Scrivi nel sistema romano i numeri:

8	999	499
19	1748	840
144	11	1490
736	619	188
451	26	1999
750	251	14
99	505	950
290	349	1555

8. Scrivi nel sistema romano i numeri:

4200	5350
30600	84500
54200	425300
6812	18752
950200	1200000
25700000	55000000
8720	837500
95000	4540000
720100	100000000

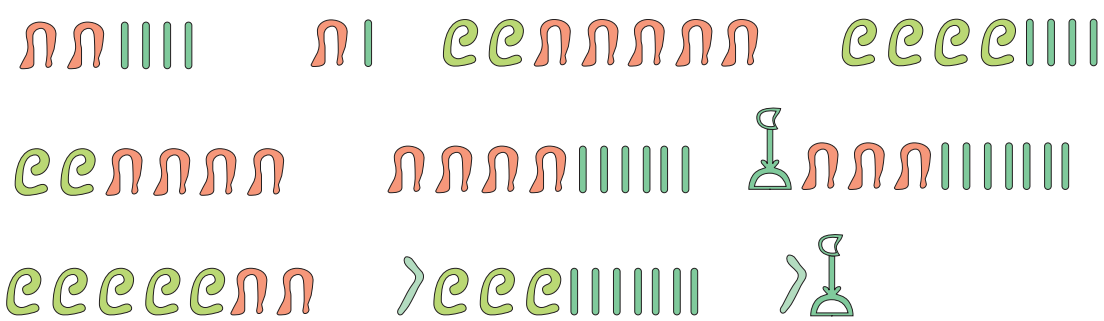
9. Scrivi nel sistema di numerazione decimale i seguenti numeri romani:

CX	CXL
CCLI	CCCXL
CDXC	DXIX
DCCLII	DCCXXIX
CMXLIII	MLXXV
MCDLXVI	MDCCCXCV
XXXIII	XCIV
CXCIV	DCCCXC
CDXLIV	MCCLV
DCXXVI	MMDCCXLVI

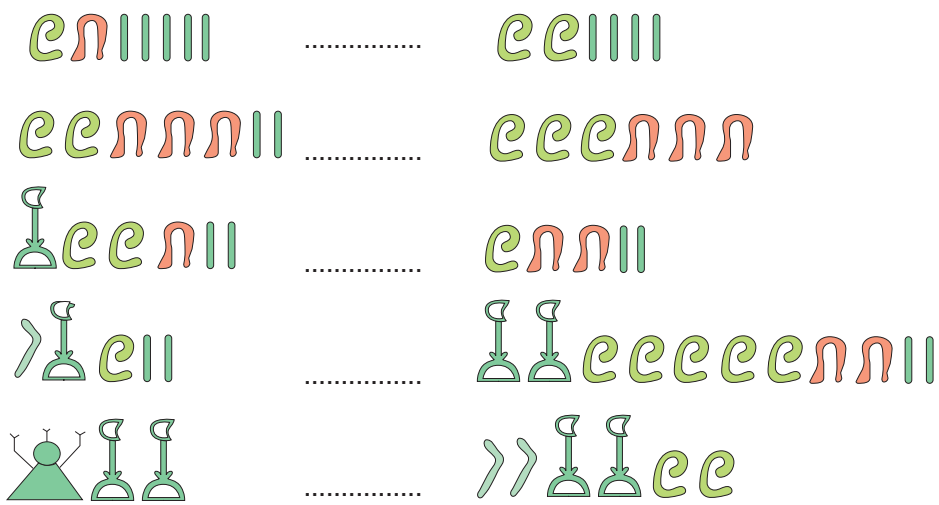
10. Scrivi nel sistema di numerazione decimale i seguenti numeri romani:

$\overline{\text{VI}}$CCCL	$\overline{\text{IX}}$CDLI
$\overline{\text{XXXVII}}$DC	$\overline{\text{XCI}}$DCXX
$\overline{\text{CXX}}$L	$\overline{\text{CD}}$CCL
$\overline{\text{CM}}$L	$\overline{\text{IX}}$
$\overline{\text{XVI}}$D	$\overline{\text{DC}}$L
$\overline{\text{XIX}}$CD	$\overline{\text{X}}$CCC
$\overline{\text{CI}}$	$\overline{\text{M}}$
$\overline{\text{DCXC}}$LXV	$\overline{\text{CX}}$X

11. Individua le scritture egizie che corrispondono ai numeri 12; 46; 520; 11000.



12. Scrivi quali numeri rappresentano le seguenti scritture egizie.



....

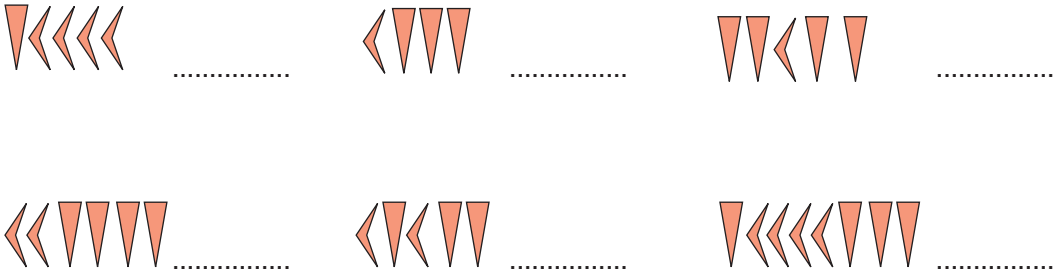
....

....

....

13. Scrivi i seguenti numeri nel modo degli antichi Egizi.
24; 32; 68; 85; 234; 712; 1380; 2516; 13000; 141000.

14. Scrivi quali numeri rappresentano le seguenti scritture sumeriche.



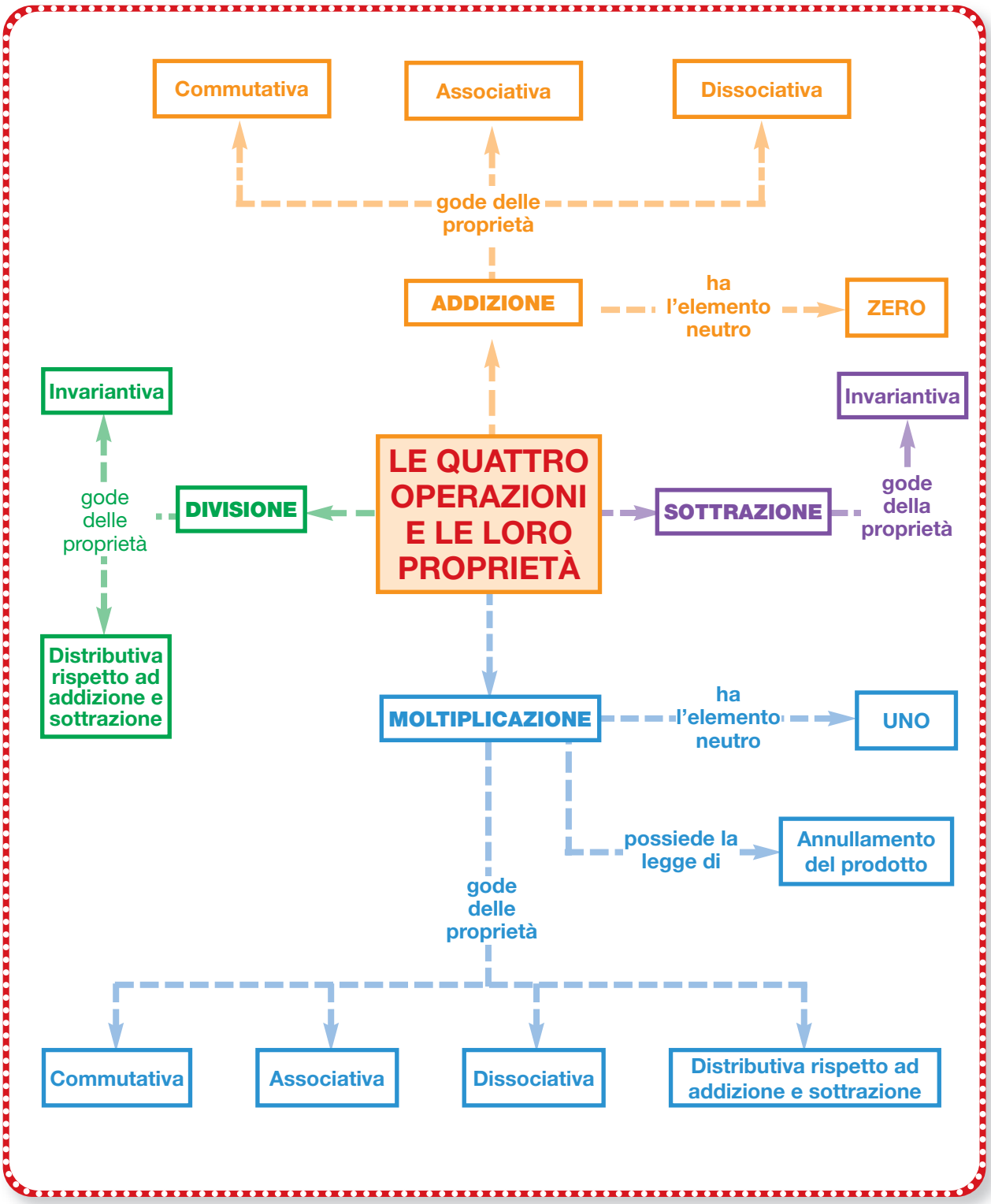
....

....

15. Scrivi i seguenti numeri nel modo degli antichi Sumeri:
15; 28; 77; 152; 185; 220; 791; 1015; 1852; 2500

2 Le quattro operazioni e loro proprietà

ESERCIZI E ATTIVITÀ PER IL RECUPERO PER IL POTENZIAMENTO



RECUPERO

Prima di effettuare gli esercizi per il recupero è opportuno che tu riveda la teoria sul libro di testo.

1. Risolvi seguendo le indicazioni:
$45 \times 11 =$ .....
trasforma 11 in $(10 + 1)$, quindi:
$45 \times (10 + 1)$
applica la proprietà distributiva della moltiplicazione:
$45 \times (10 + 1) = 45 \times 10 + 45 \times 1$
esegui i prodotti e poi la somma:
$450 + 45 =$ .....

2. $36 \times 99 =$.....
trasforma 99 in $(100 - 1)$, quindi:
$36 \times (100 - 1)$
applica la proprietà distributiva della moltiplicazione:
$36 \times 100 - 36 \times$ .....
esegui i prodotti e poi la differenza:
.....

3. $63 \times 101 =$ .....
trasforma 101 in $(100 + 1)$, quindi:
.....
applica la proprietà distributiva della moltiplicazione ed esegui i calcoli:
.....

4. $216 \times 9 =$ .....
trasforma 9 in (10-1), applica la proprietà distributiva della moltiplicazione ed esegui i calcoli:
.....

5. Utilizzando i procedimenti degli esercizi precedenti, risolvi le seguenti moltiplicazioni:
$32 \times 11 =$ .....
$87 \times 99 =$ .....
$647 \times 11 =$ .....
$59 \times 101 =$ .....
$48 \times 9 =$ .....
$64 \times 99 =$ .....
$73 \times 101 =$ .....
$236 \times 9 =$ .....

6. $36 \times 5 =$ .....
5 è la metà di 10; quindi:
$36 \times 5 = 36 \times 10 : 2$
moltiplica 36×10 (aggiungi uno zero) e calcola poi la sua metà:
$360 : 2 =$ ..... .
Oppure:
$36 \times 5 = 36 : 2 \times 10$
dividi 36 per 2 e moltiplica poi per 10 (aggiungendo uno zero):
$18 \times 10 =$ .....

7. $46 \times 25 =$ .....
25 è la quarta parte di 100; quindi:
$46 \times 25 = 46 \times 100 : 4$
moltiplica 46×100 (aggiungi due zeri) e dividi poi per 4:
$4600 : 4 =$ .....

8. $97 \times 5 =$ .....
moltiplica 97×10 e calcola poi la metà del prodotto ottenuto:
.....

9. $38 \times 25 =$ .....
moltiplica 38×100 e dividi poi per 4 il prodotto ottenuto:
.....

Calcola, procedendo come negli esercizi precedenti.

10. $23 \times 5 = 23 \times 10 : 2 =$.....
$48 \times 5 =$ .....
$156 \times 5 = 156 \times 10 : 2 =$ .....
$99 \times 5 =$ .....
$82 \times 5 =$ .....

11. $12 \times 25 = 12 \times 100 : 4 =$.....
$39 \times 25 =$ .....
$94 \times 25 =$ .....
$27 \times 25 =$ .....
$108 \times 25 = 108 \times 100 : 4 =$.....

Risolvi le seguenti espressioni seguendo le indicazioni.

12. $10 + 36 : 4 + 15 - 7 \times 3 + 56 : 8$
esegui le divisioni e la moltiplicazione:
$10 + 9 +$ .....
esegui le addizioni e le sottrazioni, una dopo l'altra, così come si presentano:
.....
se hai svolto esattamente i tuoi calcoli il risultato è 20; se non ottieni 20, torna indietro e rivedi i tuoi calcoli.

13. $4 \times (5-3) + 5 \times (2+3) - 48 : (12-4)$
risolvi le operazioni nelle parentesi tonde:
4 × .....
esegui le due moltiplicazioni e la divisione:
.....
esegui l'addizione e poi la sottrazione:
.....
il risultato è 27.

14. $12 \times 9 - (28 - 4 \times 6) - 3 \times (20 - 3 \times 6)$
risolvi la prima moltiplicazione e le due moltiplicazioni nelle parentesi tonde:
108 – .....
esegui le sottrazioni nelle parentesi tonde:
.....
esegui la moltiplicazione:
.....
esegui le due sottrazioni una dopo l'altra e scrivi il risultato:
..... è 98? SÌ NO

15. $[(16 \times 9 + 12) : 3 + 2 \times 7] : 9 + 6$
risolvi le due moltiplicazioni:
[(54 + 12): .....
risolvi l'addizione nelle parentesi tonde:
.....
risolvi la divisione nelle parentesi quadre:
.....
risolvi l'addizione nelle parentesi quadre:
.....
risolvi la divisione e poi addiziona 6:
.....
il risultato è 10.

16. $\{3 \times [5 \times 4 - 2 \times 6 - (8 : 4 + 3)]\} + 7 \times 2$
risolvi la divisione nelle tonde e le moltiplicazioni nelle quadre:
{3 × [.....
risolvi l'addizione nelle tonde e la moltiplicazione fuori dalle graffe e porta a termine l'espressione:
.....
.....
.....

17. $5 \times 8 - [32 : 2 + (5 \times 4 + 7 \times 4) : (2 + 2 \times 5)]$
risolvi tutte le moltiplicazioni e la prima divisione;
esegui le addizioni nelle tonde;
esegui la divisione e poi l'addizione nelle quadre;
esegui l'ultima sottrazione:
.....
.....
.....
[20]

18. $\{(7 \times 2 - 5) \times 5 + [2 \times (3 + 3 \times 6)]\} : 3$
esegui le moltiplicazioni nelle tonde;
esegui le altre operazioni nelle tonde;
esegui le moltiplicazioni fuori e dentro le quadre;
esegui l'addizione nelle graffe e l'ultima divisione:
.....
.....
.....
[29]

19. $\{(7 + 2 \times 6 - 4) : 5 + [(10 + 48 : 6) \times 3]\} : 19$
esegui la moltiplicazione e la divisione nelle tonde;
esegui le altre operazioni nelle tonde;
esegui la divisione nelle graffe e la moltiplicazione nelle quadre;
esegui l'addizione nelle graffe e infine l'ultima divisione:
.....
.....
.....
[3]

20. $11 - \{[(2 \times 29 - 9 \times 4) : 2 + 46 : 2] : 17\} - 3 \times 3$
esegui le moltiplicazioni nelle tonde e la divisione nelle quadre;
esegui la sottrazione nelle tonde e la moltiplicazione fuori dalle graffe; esegui la divisione e poi l'addizione nelle quadre;
esegui la divisione nelle graffe;
esegui le sottrazioni una dopo l'altra:
.....
.....
.....
[0]

21. $(15 + 2 - 9) \times 3 + 13 \times 2 - (21 - 8 - 9) : 2$ [48]

22. $27 : 9 - 1 + 2 + 5 \times (13 - 9 + 2) + 24 - 2 \times (10 - 7)$ [52]

23. $38 + (21 : 3 - 72 : 12) - (3 \times 15 - 5 \times 8) - (27 : 3 + 1)$ [24]

24. $14 - (15 : 5 + 8) + 72 - (36 : 4 - 1)$ [67]

25. $105 : 3 + (68 : 34 + 6 \times 8) - 22 + 91 : 7$ [76]

26. $3 \times 7 + 63 : 9 - 24 - (52 : 13 - 33 : 11) + 15$ [18]

27. $59 - (17 - 5 - 4) \times 2 + 26 : 2 - (25 - 3 \times 5)$ [46]

28. $4 \times 13 - (50 - 18 + 4) + 6 \times (5 - 2) + (40 : 8 + 3) : 2$ [38]

29. $6 - \{3 \times [51 : 3 + 2 \times (49 - 36 - 6) - 18] - 4\} : 7$ [1]

30. $4 + 24 : \{5 + 35 : [24 : (40 : 5 - 18 : 9) + 1]\}$ [6]

POTENZIAMENTO

Aritmetica modulare o dell'orologio

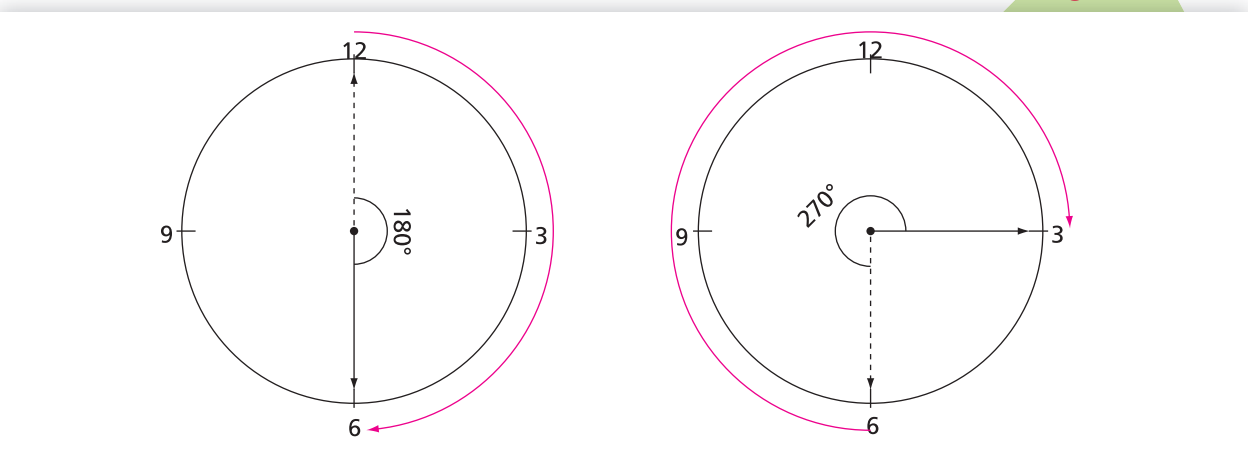
Consideriamo un orologio con la sola lancetta delle ore e osserviamo le modifiche che si ottengono spostando la lancetta in ore diverse (figura 1).
Partiamo dalle ore "zero" che sul quadrante sono indicate dal numero 12 e spostiamo la lancetta in senso orario di 6 ore (immaginiamo di aver iniziato l'osservazione ieri sera a mezzanotte e di aver effettuato il primo rilievo questa mattina alle 6). Ora spostiamo le lancette ancora in senso orario di altre 9 ore e arriviamo alle 3, che possiamo immaginare come le 15.00 di oggi pomeriggio.
Se rappresentiamo questa situazione con una operazione aritmetica troviamo un risultato strano; infatti:

$$6 + 9 = 3$$

il risultato dell'addizione è minore dei due addendi.
Questa operazione si chiama **addizione modulare** e si indica con il simbolo ⊕. Quindi l'operazione scritta sopra diventa:

$$6 \oplus 9 = 3$$

figura 1



Le operazioni che si effettuano con le ore fanno parte dell'**artimetica dell'orologio o aritmetica modulare**. Questa aritmetica è molto diversa dall'artimetica ordinaria perché sul quadrante dell'orologio vi sono solo 12 numeri, quindi le lancette partono da 12 e attraversano successivamente i numeri da 1 a 12 e poi ricominciano da capo il loro giro. **L'aritmetica dell'orologio si definisce aritmetica finita perché i numeri dell'orologio sono finiti** (i suoi elementi sono 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12).
I numeri naturali invece, come sicuramente sai, sono infiniti.

Facciamo ora qualche esempio concreto.
• La lancetta delle ore segna le 12; che ora segnerà fra 29 ore?
Per risolvere questo quesito dobbiamo effettuare una divisione: $29 : 12 = 2$ con il resto di 5.
Quindi dopo 29 ore la lancetta avrà compiuto **due** giri completi (passando **due** volte dal numero 12 del quadrante dell'orologio) e sarà posizionata sul 5, segnando le ore **5**.
In aritmetica modulare l'operazione eseguita diventa: $0 \oplus 29 = 5$

• Sono le 3: che ora segnerà la lancetta fra 25 ore? $3 + 25 = 28$ $28 : 12 = 2$ con il resto di 4

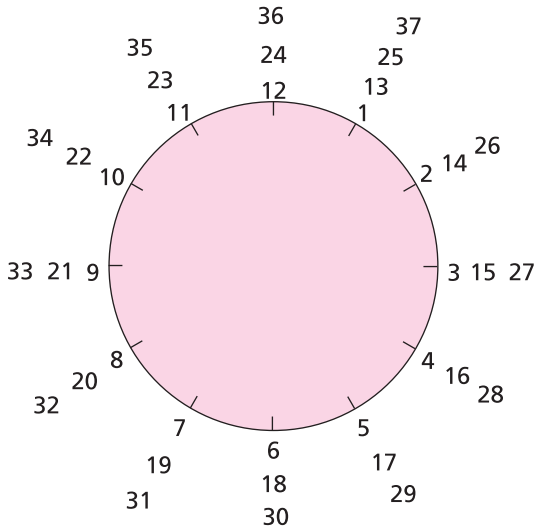
cioè $3 \oplus 25 = 4$

La lancetta delle ore segnerà le 4.

Per operare nell'aritmetica modulare dobbiamo eseguire le operazioni dell'aritmetica ordinaria e poi dividere il risultato per 12 e osservare il resto. L'aritmetica dell'orologio si definisce aritmetica di modulo 12, perché le ore si ripetono secondo il numero 12 (figura 2).

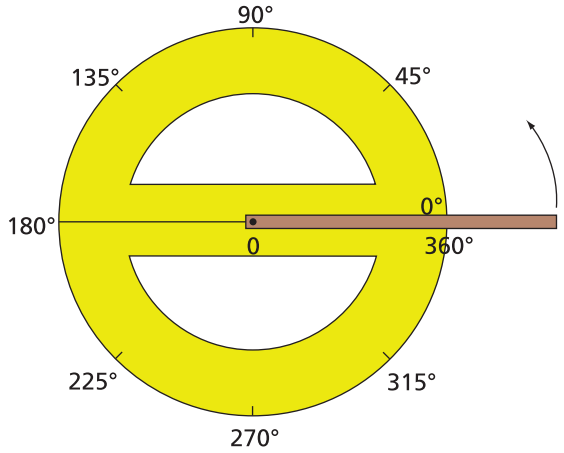
Nella figura 2 i numeri interi sono stati raggruppati in 12 gruppi, ciascuno dei quali può contenere infiniti numeri naturali, che corrispondono tutti alla stessa posizione della lancetta sul quadrante dell'orologio. Per ottenere i numeri che si trovano sullo stesso raggio bisogna aggiungere di volta il volta il numero 12 (**modulo 12**).

figura 2



Una situazione analoga si può verificare per le misure angolari, per le quali il modulo è 360.
Osserviamo la figura 3 che illustra un goniometro con un listello libero di ruotare attorno al punto O, centro del goniometro.

figura 3



Il listello, ruotando in senso antiorario, percorrerà via via tutti gli angoli da 0° a 360° e poi potrà continuare ripassando per posizioni già attraversate.
Chiediamoci ora in quale posizione si troverà il listello dopo una rotazione di 860° partendo da 0°.

Eseguo la divisione $860° : 360° = 2$ con avanzo 140°

quindi il listello effettuerà due rotazioni complete e poi si fermerà a 140°.

In aritmetica modulare l'operazione diventa: $0° \oplus 860° = 140°$

L'aritmetica modulare viene utilizzata nelle situazioni in cui, ciclicamente, un dato fenomeno si ripresenta in modo uguale.

Esercizi: aritmetica modulare

Esegui le seguenti addizioni nell'aritmetica modulo 12.

ESEMPIO

$5 + 8 = 13 \rightarrow 13 : 12 = 1$ resto 1
quindi $5 + 8$ (modulo 12) $= 1$

Ricorda: *per operare nell'aritmetica modulare si devono eseguire le addizioni dell'aritmetica ordinaria e poi dividere il risultato per 12 e osservare il resto.*

1. $6 + 9$; $3 + 9$; $7 + 10$; $8 + 12$.

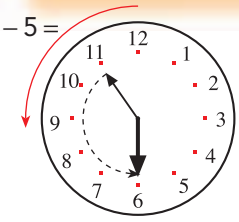
2. $6 + 6 + 7$; $7 + 10 + 5$; $11 + 11 + 2$.

3. $5 + 8$; $8 + 10 + 9$; $11 + 6$; $9 + 9$.

Esegui le seguenti sottrazioni nell'aritmetica modulo 12.

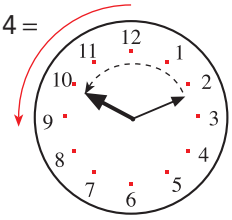
ESEMPIO

$11 - 5 =$



si sposta la lancetta in **senso antiorario** fermandola al numero 6. Abbiamo così eseguito la sottrazione $11 - 5$. Infatti: $11 - 5 = 6$

$2 - 4 =$



si sposta la lancetta in **senso antiorario** fermandola al numero 10. Quindi:
$2 - 4 = 10$

4. $1 - 6$; $3 - 5$; $2 - 7$; $11 - 8$;

5. $11 - 12$; $9 - 10$; $8 - 10$; $2 - 9 - 6$.

6. $3 - 5 - 8$; $9 - 6 - 5$; $7 - 8 - 9$.

Esegui le seguenti moltiplicazioni nell'aritmetica modulo 12.

ESEMPIO

$6 \times 3 = 18 \rightarrow 18 : 12 = 1$ resto 6
quindi 6×3 (modulo 12) $= 6$

7. 4×5; 5×6, 3×7; 11×4.

8. 12×5; 7×4; 7×8; $2 \times 3 \times 4$.

9. $3 \times 7 \quad 2$; $3 \times 3 \times 3$; $4 \times 5 \times 6$; $10 \times 3 \times 2$.

Risolvi i seguenti problemi utilizzando l'aritmetica modulare.

10. Nel suo giro di lavoro un rappresentante di commercio si reca una volta ogni cinque mesi a visitare i propri clienti. Si è recato dal cliente A in aprile. Quando ci tornerà per la prima volta? E per la seconda? E per la terza? In precedenza in quale mese si presentò?

11. Avendo contratto un mutuo con una banca per l'acquisto di un appartamento, il signor Rossi paga alla banca la somma di 2400 euro ogni sei mesi. Avendo pagato la prima rata in ottobre, in che mese pagherà la tredicesima rata? Dovendo pagare 40 rate per estinguere il debito, in quale mese scadrà l'ultima rata?

12. Un bambino, all'inizio dello studio del pianoforte, deve esercitarsi sulla scala musicale. Inizia con la prima nota (il do) e schiaccia nell'ordine i tasti relativi alle note successive. Quale nota corrisponderà al diciottesimo tasto schiacciato? E al venticinquesimo? E al ventinovesimo?

Esercizi di riepilogo

Al posto della *x* scrivi un numero naturale o decimale opportuno tale da rendere vera l'uguaglianza

13. $x + 12 = 28$; $x + 27 = 35$; $x + 125 = 270$; $x + 300 = 450$.

14. $x + 410 = 672$, $x + 2{,}5 = 3{,}8$; $1{,}2 + x = 4$; $3{,}5 + x = 7{,}9$.

15. $x + 7{,}5 = 18$; $x + 4{,}1 = 9{,}4$; $x + 56 + 24 = 145$; $20 + x + 50 = 130$.

16. $x - 25 = 30$; $x - 87 = 12$; $x - 125 = 175$, $x - 0{,}5 = 3$.

17. $x - 4{,}6 = 7{,}8$; $x - 5 = 8{,}3$; $x - 8 = 10{,}3$; $x - 8{,}4 = 11$.

18. $99 - x = 32$; $108 - x = 54$; $75 - x = 15$; $534 - x = 312$.

19. $78 - x = 4$; $7{,}25 - x = 3$; $6{,}8 - x = 4{,}5$; $6{,}3 - x = 2{,}5$.

20. $4 \times x = 80$; $x \times 3 = 120$; $9 \times x = 99$; $5 \times x = 0$; $x \times 27 = 108$; $16 \times x = 16$.

21. $48 : x = 12$; $72 : x = 8$; $169 : x = 13$; $10 : x = 5$ $150 : x = 25$; $60 : x = 60$.

22. $x : 12 = 5$; $x : 6 = 4$; $x : 8 = 0$; $x : 9 = 5$; $x : 12 = 12$; $0 : x = 0$.

Osserva l'esempio, in cui è stata applicata la proprietà distributiva inversa (raccoglimento a fattor comune) ed esegui poi gli esercizi.

ESEMPIO

$2 \times 5 + 7 \times 5 + 4 \times 5 = (2 + 7 + 4) \times 5 = 13 \times 5 = 65$

23. $12 \times 3 + 4 \times 3 + 8 \times 3 =$ .....; $30 \times 6 - 4 \times 6 - 10 \times 6 =$ .....

24. $15 \times 7 + 4 \times 7 - 10 \times 7 =$ ..... $15 \times 11 - 10 \times 11 + 2 \times 11 =$ .....

Individua la legge con la quale si ottengono le seguenti serie numeriche.

ESEMPIO

1 2 5 14 41 122 ....
"il numero successivo si ottiene moltiplicando per 3 il precedente e sottraendo poi 1",
infatti: $2 = 1 \boxed{\times 3 - 1}$; $5 = 2 \boxed{\times 3 - 1}$; $14 = 5 \boxed{\times 3 - 1}$; ....

25. 1 2 4 8 16 32 64 ...

.....

26. 0 2 4 6 8 10 12 ...

.....

27. 1 3 7 15 31 63 127 ...

.....

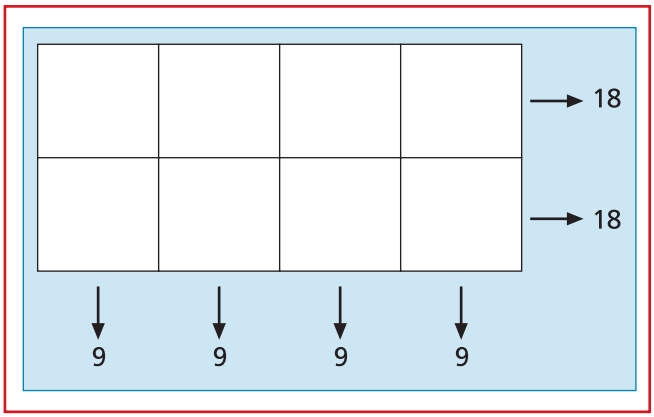
28. 3 10 31 94 283 ...

.....

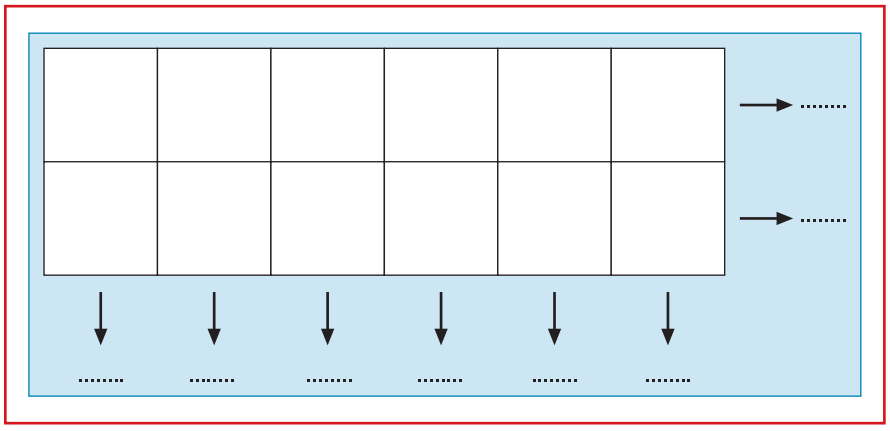
Esegui i seguenti esercizi relativi al rettangolo "magico".

29. Un **rettangolo** si dice **magico** se sono rispettate le seguenti condizioni:
- la somma dei numeri di ogni riga è costante (costante orizzontale);
- la somma dei numeri di ogni colonna è costante (costante verticale).

Consideriamo, per esempio, un rettangolo magico 2×4 in cui si devono inserire i numeri da 1 a 8.
La somma degli otto numeri è:
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$.
Gli otto numeri formano due file orizzontali e quattro colonne verticali.
La costante orizzontale sarà quindi:
$36 : 2 = 18$.
La costante verticale sarà invece:
$36 : 4 = 9$.
Sistema opportunamente nelle caselle i numeri da 1 a 8.

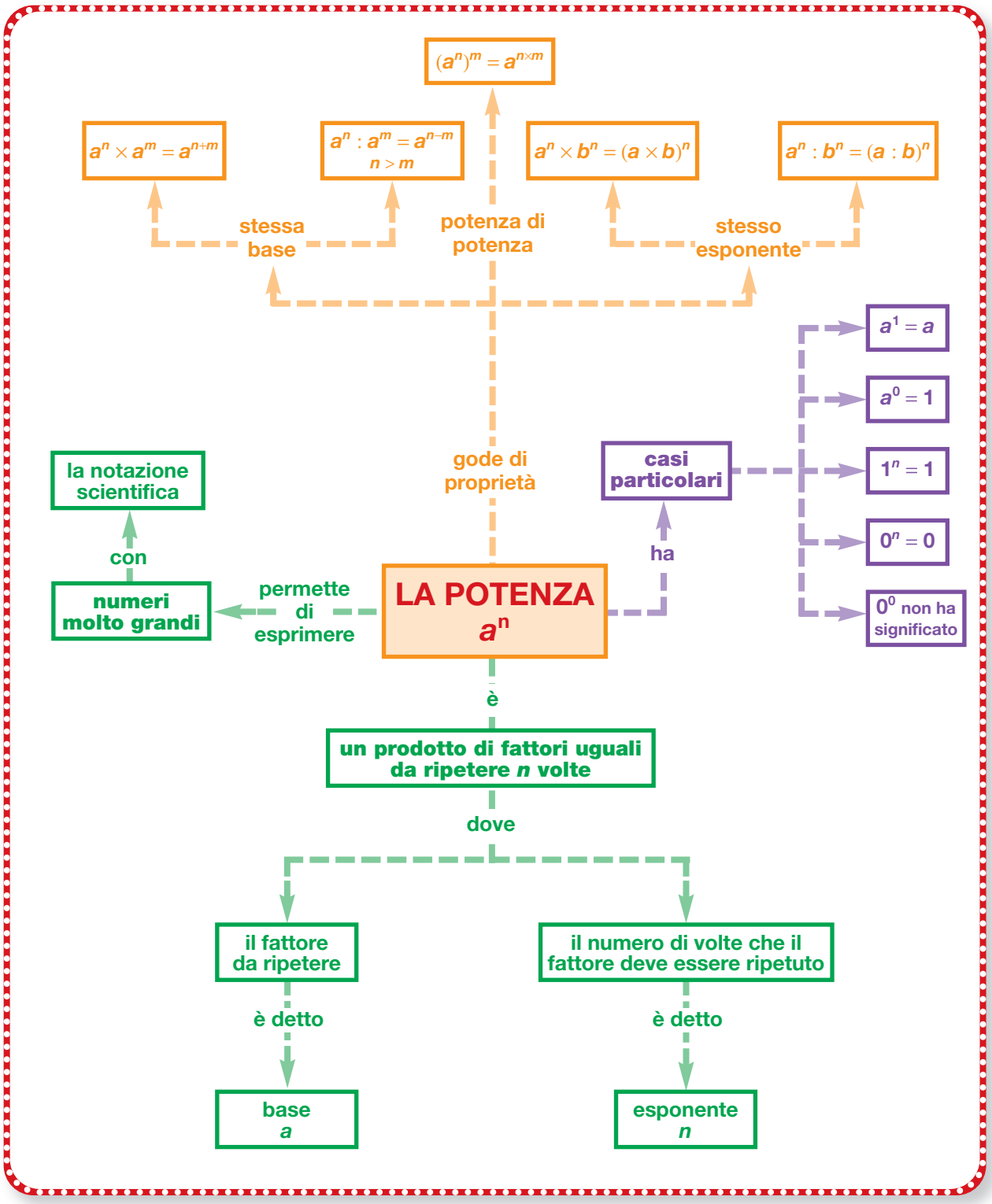


30. Con i numeri da 1 a 12 costruisci un rettangolo magico 2×6.



3 Elevamento a potenza

ESERCIZI E ATTIVITÀ PER IL RECUPERO PER IL POTENZIAMENTO



RECUPERO

Prima di effettuare gli esercizi per il recupero è opportuno che tu riveda la teoria sul libro di testo.

1. Completa le seguenti affermazioni, scegliendo i termini adeguati tra quelli assegnati: addizioni, base, esponente, moltiplicazione/i, fattore, numero, più volte, ripetere, poche volte, moltiplicare, sottrarre.

—Le potenze sono delle ..... semplificate.

—La base è il ..... che nella moltiplicazione si ripete ..... .

—L'esponente indica quante volte nella ..... il ..... si ripete.

2. Calcola il valore delle seguenti potenze scrivendo le moltiplicazioni necessarie (come nell'esempio):

$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$ .....

$1^6 =$ .....

$10^3 =$ .....

$0{,}7^2 =$ .....

$12^2 =$ .....

$5^3 =$ .....

$3^5 =$ .....

$8^3 =$ .....

3. Completa la seguente tabella correggendo gli errori compiuti da uno studente distratto.

ERRORE	$5^0 = 5$	$14^1 = 1$	$10^3 = 30$	$2^5 = 10$	$12^2 = 24$	$3^3 = 9$	$9^2 = 18$	$1^{10} = 10$	$4^3 = 12$	$19^0 = 0$
CORREZIONE										

Risolvi le seguenti espressioni con le potenze seguendo le indicazioni (*ricorda che le potenze hanno la precedenza*).

4. $7^2 - 3 \times (5^2 - 3^2)$

calcola il valore delle tre potenze:

$49 - 3 \times (.....$

esegui la sottrazione nelle tonde:

.....

esegui la moltiplicazione:

.....

esegui l'ultima sottrazione:

..... [1]

5. $8^2 - (2^3 + 3^2) + 2^3 \times 5 - 15 \times 2^2$

calcola il valore delle potenze:

$64 - (8 + ...$

esegui l'addizione nelle tonde:

.....

esegui le due moltiplicazioni:

.....

esegui le ultime operazioni così come si presentano:

..... [27]

6. $8^2 : 2^4 + 7 \times [2^5 - (2^2 \times 7 + 2)]^2 : 2$

calcola il valore delle potenze:

.....

esegui la moltiplicazione nelle tonde:

.....

esegui l'addizione nelle tonde:

.....

esegui la sottrazione nelle quadre:

.....

eleva alla seconda il risultato della sottrazione nelle quadre:

.....

esegui la prima divisione e la moltiplicazione:

.....

esegui l'ultima divisione:

.....

esegui l'addizione; se hai svolto i calcoli correttamente, ottieni 18:

.....

7. $\{[7 \times 4 - (28 - 5^2)^2 - 12^2 : 9]^2 + 3 \times 2^2\} : 3$

calcola il valore delle potenze:

.....

esegui la sottrazione nelle tonde:

.....

eleva alla seconda il risultato della sottrazione nelle tonde:

.....

risolvi la moltiplicazione e la divisione nelle quadre:

.....

risolvi le sottrazioni nelle quadre:

.....

eleva alla seconda il risultato delle operazioni nelle quadre ed esegui la moltiplicazione:

.....

esegui l'addizione nelle graffe, poi l'ultima divisione e scrivi il risultato:

..... [7]

Tenendo presenti le indicazioni date negli esercizi precedenti, risolvi le seguenti espressioni con potenze.

8. $(9^2 - 3^3 \times 2 + 5^2) : (7^2 + 2^2 \times 7 - 4^3)$ [4]

9. $2^3 + [(3^2 \times 8 - 6) : 11 + 4] : 5 + 5^2$ [35]

10. $[(2^2 \times 7 - 5^2 + 4)^2 - (2 \times 9 - 3 \times 5)^3 - 2^4]^2$ [36]

11. $\{[5 \times 2^2 + (3^3 - 2^3 \times 3)^4 + (18 - 2^3)] : 37\}^3$ [27]

12. $\{[(3^2 \times 5 + 2^4 \times 4) - 10^2] \times 3^2\} : (5 + 2^2)^2$ [1]

Risolvi applicando le proprietà delle potenze
(lascia il risultato sotto forma di potenza).

13. a) $15^3 \times 15 \times 15^5 \times 15^6$
essendo **prodotti di potenze con la stessa base**, riscrivi la base e **somma** gli esponenti:
$15^{3+\cdots\cdots} = \cdots\cdots$
se il risultato non è 15^{15}, cerca l'errore.

b) $9^4 \times 9^5 \times 9 \times 9^7$
riscrivi la base, somma gli esponenti ed esprimi il risultato sotto forma di potenza:
.....

14. a) $23^7 : 23^4 : 23^2$
essendo **quozienti di potenze con la stessa base**, riscrivi la base e **sottrai** gli esponenti:
.....
se il risultato non è 23, cerca l'errore

b) $44^{10} : 44 : 44^6$
riscrivi la base, sottrai gli esponenti ed esprimi il risultato sotto forma di potenza:
.....

15. a) $7^3 \times 3^3 \times 2^3$
essendo **prodotti di potenze con lo stesso esponente**, moltiplica le basi e riscrivi l'esponente:
$(7 \times 3 \times 2)^3$
esegui il prodotto e lascia il risultato sotto forma di potenza: .....

b) $5^7 \times 2^7 \times 6^7$
moltiplica le basi, riscrivi l'esponente:
.....

16. a) $48^4 : 12^4$
essendo **quozienti di potenze con lo stesso esponente**, dividi le basi e riscrivi l'esponente: $(48 : 12)^4$
esegui la divisione e lascia il risultato sotto forma di potenza: .....

b) $85^8 : 5^8$
esegui la divisione tra le basi, riscrivi l'esponente e lascia il risultato sotto forma di potenza:
.....

17. a) $[(11^2)^4]^5$
dovendo calcolare la **potenza di una potenza**, riscrivi la base e **moltiplica gli esponenti**:
$11^{2\times4\times5} = 11^{\cdots\cdots}$

b) $\{[(5^2)^3]^6\}^3$
riscrivi la base e moltiplica gli esponenti:
.....

Utilizzando le proprietà delle potenze, risolvi i seguenti esercizi lasciando i risultati sotto forma di potenza.

18. $7^4 \times 7 \times 7^5 =$ .....
$3^5 \times 3^3 \times 3^6 =$ .....
$26^9 : 26^3 : 26^2 =$ .....
$18^{12} : 18 : 18^5 =$ .....

19. $4^4 \times 2^4 \times 6^4 =$.....
$36^9 : 12^9 =$ .....
$5^7 \times 7^7 \times 8^7 =$ .....
$48^{12} : 6^{12} =$ .....

20. $(10^3)^4 =$ .....
$[(43^2)^3]^5 =$ .....
$[(8^4)^5]^0 =$ .....
$\{[(26^3)^4]^5\}^6 =$ .....

21. $9^5 \times 9^6 \times 9^8 : 9^5 : 9^2$
somma i primi tre esponenti e sottrai, uno dopo l'altro, gli ultimi due, lasciando invariata la base:
.....

22. $12^3 \times 12^5 \times 12 : 12^5$
$31^5 \times 31^6 : 31^4 : 31^7$.

Risolvi le seguenti espressioni seguendo le indicazioni.

23. $(13^7 \times 13^5) : (13^5 \times 13^4)$
esegui le moltiplicazioni di potenze di ugual base:
.....
esegui la divisione tra potenze aventi la stessa base e lascia il risultato sotto forma di potenza:
..... [13^3]

24. $(5^2)^5 : 5^8 + (2^5)^3 : 2^{12} - 4^9 : 4^7$
esegui le potenze di potenze e la divisione di potenze di ugual base:
.....
esegui le due divisioni tra potenze con la stessa base:
.....
eleva a potenza:
.....
esegui le ultime operazioni così come si presentano:
..... [17]

25. $3^9 \times 4^9 : 12^7 : [(3^2)^5 : 3^8]$
esegui la moltiplicazione di potenze di ugual esponente e la potenza di potenza:
.....
esegui le divisioni tra potenze con la stessa base:
.....
esegui la divisione tra potenze con lo stesso esponente e scrivi il risultato:
..... [16]

Applicando le proprietà delle potenze, risolvi le seguenti espressioni.

26. $(5 \times 7)^3 : 35^2 - (3^3 \times 5^3)^2 : 15^5$ [20]

27. $(6^3 \times 9^3)^4 : (18^6 \times 3^6)^2 + (6^3 \times 5^3) : 30^2$ [31]

28. $[(13^4)^2 : (13^3)^2 \times 13 : 13^2]^2$ [169]

29. $[(5^2 \times 5^5)^3 : (5^4)^4]^2 : (5^3)^3$ [5]

30. $(6^3 : 6^2)^2 - 2^3 - 3^2 \times 5^2 : 15$ [13]

31. $15 : [7^4 \times 7^3 : 7^5 - (12^2 - 2^2 \times 5^2)]$ [3]

POTENZIAMENTO

Prime considerazioni sull'estrazione di radice

Con l'operazione di elevamento a potenza si trova il valore di una potenza, conoscendo la base e l'esponente.

Ma è anche possibile trovare la base, conoscendo il valore della potenza e l'esponente:

a) Se il valore di una potenza è 25 e tale valore si è calcolato elevando alla seconda un numero:

$$x^2 = 25$$

è evidente che il numero (x) cercato è 5; infatti: $5^2 = 25$.
Il numero 5 si dice **radice quadrata** di 25 e l'operazione si indica nel seguente modo:

$$\sqrt{25} = 5.$$

b) Dato $x^3 = 27$, qual è il valore di x?

In questo caso, si deve trovare quel numero (x) che elevato alla terza dà 27, cioè 3; infatti $3^3 = 27$.
Il numero 3 si dice **radice cubica** di 27 e l'operazione si indica nel seguente modo:

$$\sqrt[3]{27} = 3.$$

L'operazione che permette di trovare la base, conoscendo l'esponente e il valore della potenza, si chiama estrazione di radice.
In particolare, le operazioni inverse dell'elevamento al quadrato, dell'elevamento al cubo, dell'elevamento alla quarta potenza ecc., si dicono rispettivamente **estrazione di radice quadrata**, **di radice cubica**, **di radice quarta** ecc. e si indicano con i simboli:

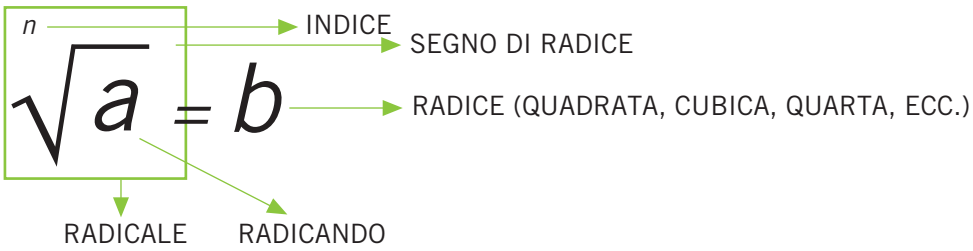
$$\sqrt{\ }, \sqrt[3]{\ }, \sqrt[4]{\ }, \text{ ecc.}$$

ESEMPIO

$\sqrt{10000} = 100$ perché $100^2 = 10000$ $\quad \sqrt[4]{20736} = 12$ perché $\quad 12^4 = 20736$

Il numero che sta in alto e a sinistra rispetto al segno di radice è l'**indice**, che è sottointeso quando è 2, cioè quando indica l'estrazione di radice quadrata.
Il numero del quale si deve estrarre la radice si chiama **radicando**; i risultati delle operazioni d'estrazione di radice si dicono: **radice quadrata**, **radice cubica**, **radice quarta** ecc.. Il segno di radice, con l'indice e il radicando, compongono il **radicale**.

Riassumendo:



Esercizi: estrazione di radice

1. Completa le seguenti uguaglianze.

$\sqrt{9} = 3$ perché $3^2 = 9$;
$\sqrt[4]{16} = ...$ perché $....^{....} = ...$;
$\sqrt[3]{64} = ...$ perché $....^3 = 64$;
$\sqrt{81} = ...$ perché $....^2 = 81$;
$\sqrt[5]{1} = ...$ perché $....^{....} = ...$;
$\sqrt[4]{81} = ...$ perché $....^{....} = ...$;
$\sqrt[3]{27} = ...$ perché $....^3 = 27$;
$\sqrt{100} = ...$ perché $....^2 = 100$;
$\sqrt[5]{32} = ...$ perché $....^{....} = ...$;
$\sqrt[3]{125} = ...$ perché $....^{....} = ...$;
$\sqrt[3]{8} = ...$ perché $....^3 = 8$;
$\sqrt{0} = ...$ perché $....^{....} = ...$

2. Completa le frasi.

— L'operazione mediante la quale si trova la base, noti l'esponente e il valore della potenza, si dice .....

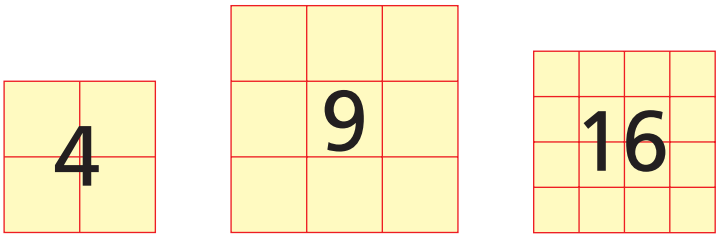
— Il numero del quale si deve estrarre la radice è il ....., il risultato dell'operazione si dice .....

— Il segno di radice con l'..... e il radicando costituiscono un .....

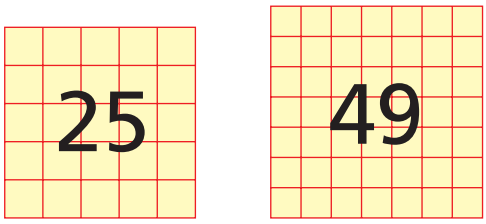
3. Completa:

$\sqrt{49} =$ ..... si legge "la radice..... di 49 è.....
$\sqrt{36} =$ ..... si legge "la radice..... di ..... è.....
$\sqrt[3]{216} =$ ..... si legge "la radice..... di ..... è.....
$\sqrt[4]{16} =$ ..... si legge "la radice..... di ..... è.....
$\sqrt[5]{243} =$ ..... si legge "la radice..... di ..... è.....

4. Determina il lato di ognuno dei seguenti quadrati di cui conosci l'area.



$\ell = \sqrt{4} = ...$ $\ell = \sqrt{....} = ...$ $\ell = \sqrt{....} = ...$



$\ell = ...$ $\ell = ...$

5. Metti al posto dei puntini il numero adeguato.

a) $.....^2 = 25$ $.....^2 = 36$ $.....^3 = 8$ $.....^3 = 27$ $.....^4 = 81$ $.....^5 = 32$

b) $.....^2 = 100$ $.....^3 = 1000$ $.....^3 = 125$ $.....^2 = 225$ $.....^2 = 144$ $.....^3 = 64$

c) $.....^4 = 16$ $.....^8 = 256$ $.....^2 = 121$ $.....^2 = 400$ $.....^3 = 27000$ $.....^6 = 64$

6. Determina le seguenti radici.

a) $\sqrt{49} = ...$ $\sqrt{81} = ...$ $\sqrt{10000} = ...$ $\sqrt{121} = ...$

b) $\sqrt[3]{216} = ...$ $\sqrt[4]{1} = ...$ $\sqrt{169} = ...$ $\sqrt[4]{16} = ...$

c) $\sqrt[4]{256} = ...$ $\sqrt[3]{343} = ...$ $\sqrt{1000000} = ...$ $\sqrt[4]{625} = ...$

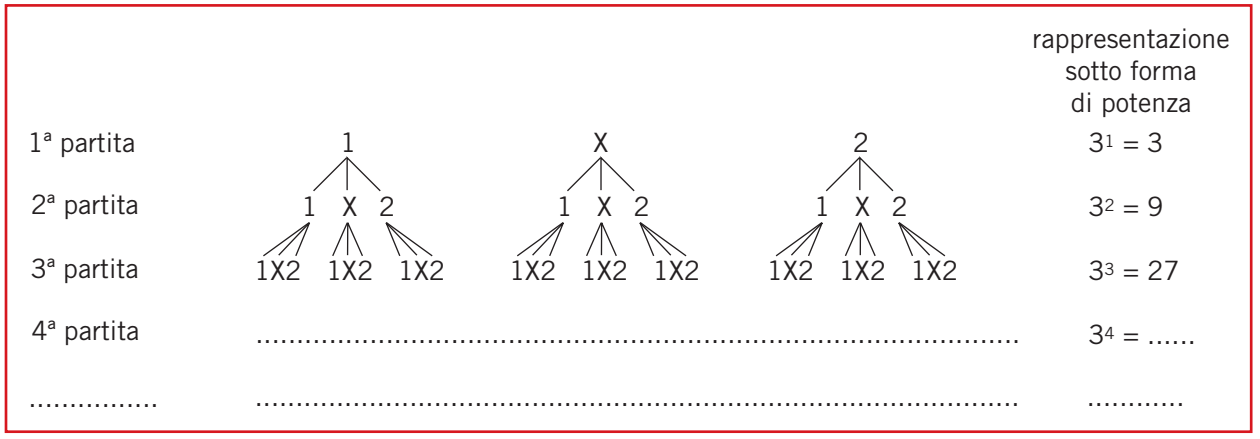
7. Metti al posto dei puntini l'esponente adeguato.

$2^{.....} = 2$ $3^{.....} = 27$ $10^{.....} = 100$ $5^{.....} = 125$ $6^{.....} = 216$ $3^{.....} = 243$

$4^{.....} = 64$ $2^{.....} = 16$ $10^{.....} = 10000$ $5^{.....} = 625$ $3^{.....} = 81$ $10^{.....} = 1000$

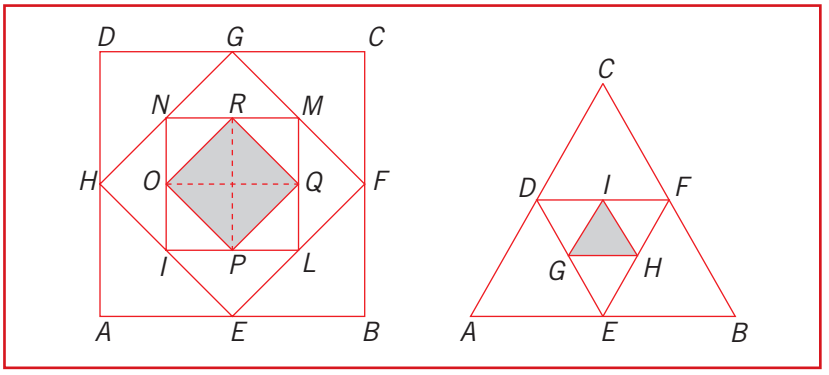
Esercizi di riepilogo

8. Nella schedina del totocalcio, per ogni partita i risultati possibili sono 1; X; 2.



Se si vogliono indovinare sicuramente i risultati di due partite, si devono giocare $3^2 = 9$ colonne; se, invece, si vogliono indovinare sicuramente i risultati di tre partite, le colonne da giocare sono $3^3 = 27$ e così via.
Quante sono le colonne da giocare se si desiderano indovinare sicuramente i risultati di 5 partite? E di 7 partite? E di 13 partite?

9. Dopo aver osservato i disegni, completa le frasi.



l'area di *ABCD* è $2^{....}$ volte l'area di *OPQR*

l'area di *EFGH* è $2^{....}$ volte l'area di *OPQR*

l'area di *ILMN* è $2^{....}$ volte l'area di *OPQR*

l'area di *ABC* è $2^{....}$ volte l'area di *GHI*

l'area di *ABC* è $2^{....}$ volte l'area di *EFD*

10. Per piastrellare i bagni di alcune villette a schiera, un posatore ha bisogno di 300 m^2 di piastrelle tutte dello stesso tipo.
Un rivenditore gli propone a buon prezzo una partita di piastrelle quadrate di 20 cm di lato. Sapendo che ogni pacco contiene 20 piastrelle e che i pacchi sono disposti su un bancale formato da 20 righe di 20 pacchi ciascuna, è sufficiente la partita di piastrelle per il fabbisogno del posatore?

Indica i risultati dei seguenti problemi sotto forma di potenza.

11. Quanti erano i nonni dei nonni dei tuoi nonni?

12. Tracciando le mediane, divido un foglio di forma quadrata in 4 quadrati uguali; divido, poi, ognuno di questi quadrati ancora in 4 quadrati uguali e così di seguito per 4 volte. Quanti quadratini ottengo?

13. Un papiro egiziano di circa 4000 anni fa (papiro Rhind) rappresenta la seguente situazione: un topo genera 7 topi; ognuno di questi ne genera altri 7; ognuno di questi altri 7 ed ognuno di questi ancora altri 7. Quanti sono i topi in tutto?

Trova il valore delle seguenti espressioni applicando, quando è possibile, le proprietà delle potenze.

14. $\{1^0 + 4^2 : (4^7 : 4^6)^2 \times 2 + 20 : [(8^5 : 8^4) : 2] - (6^5)^2 : (6^3)^3\}^2 : (4^2 : 4)$ [1]

15. $\{[5^2 \times (2^{10} : 2^8) \times (10^9 : 10^9 - 5^8 : 5^8) + 6^3 : 6^3] - 5^0 + (3 \times 2^2)^2 : (6 \times 2)\} : 2^2$ [3]

16. $\{[(15^6)^3 : (15^7)^2]^2 : (3^8 \times 5^8)\}^4 - (3^2)^0 + [(3^2)^4 : 3^8 + (3^3 - 5^2 - 1)^5]^2 + 11$ [15]

17. $[(2^2 \times 3^2)^2 : (3^3)^0 \times (2^3 \times 3^3) : (2^3)^0] : (2^7 \times 3^7)^1$ [1]

18. $\{[(5^3 \times 5^4)^5 \times (15^3 : 3^3)^2] : 5^{40}\}^3 \times 2^3 : 10^2$ [10]

19. $\{[(7^8 : 7^3)^2 \times 2^{10}]^2 : 14^{19}\}^4 : \{[(7^2 \times 7^4)^3 : 7^{17}]^2\}^2 : 2^2$ [4]

20. $5^3 : [5^2 : 5 + 7^5 : 7^5 - 2^4 : 2^3 + 1] + (5 \times 6 - 3^3)^3 : 3^2 + (2^3)^3 : (2^4)^2 - 4^2$ [14]

21. $15^3 : 5^3 + 3 \times \{2 \times 5^3 : [(6^2 + 3 \times 5 + 7 \times 3) : 2^2 + 2^5] - (7^4)^5 : (7^8 \times 7^{12}\} + 5^0$ [40]

22. $\{(2^4 : 2^3)^3 \times [3^3 : 3^2 + 2^2 \times 5^2 - (11 \times 3^2 + 3)]^4\}^2 : (7^2 - 6^2 - 2^2 \times 3)^5 - 7^2$ [15]

23. $(2^2 \times 5)^2 : (10^5 : 10^3) - \{[(3^3 : 3^2)^2 : (3^{12} : 3^{10}) - (2^2 - 2 - 2^0)^2] \times 15\} + 3^7 : 3^6$ [7]

24. $3^4 : \{6^2 + 9^3 : 9^2 \times [(5 \times 3^2 - 5 \times 2^3)^2]^2 : 5^3 - (3^2 \times 2 + 4^2 \times 2 + 5^2 \times 2 - 2 \times 11)\}^2 \times 3^2 : 3^3$ [3]

25. $\{[(5^5 : 5^2 - 2^2 \times 5^2) \times (20 - 2^4 : 2^2 - 7) : 15^2 + 1^5]^3 \times 3 + (35^2 : 7^2 - 5^2)^3 + 5^0\}^2 : 5^2 - 25^2 : 5^2$ [0]

26. $\{[(2^3)^4 : (2^6 : 2^2)^2 - 3^2]^2 + 1^2\} : [(3^8 : 3^4 - 7 \times 8) \times (5^2 - 2 \times 2^3) : (30 : 2)^2 + 0^3]^4 - (2^3 \times 5)$ [10]

27. $0{,}2^4 : 0{,}2^2 + 2{,}1^2 - (2{,}6 - 0{,}8 \times 2)^2 : 2 - 1{,}5^2$ [1,7]

28. $(0{,}5^3 : 0{,}5 + 0{,}6^2 - 0{,}4^2)^2 \times 4 - 0{,}9^2$ [0]

29. $0{,}2^2 \times 0{,}2 : (0{,}1^5 : 0{,}1^3) + 0{,}3^2 - 0{,}2^2$ [0,85]

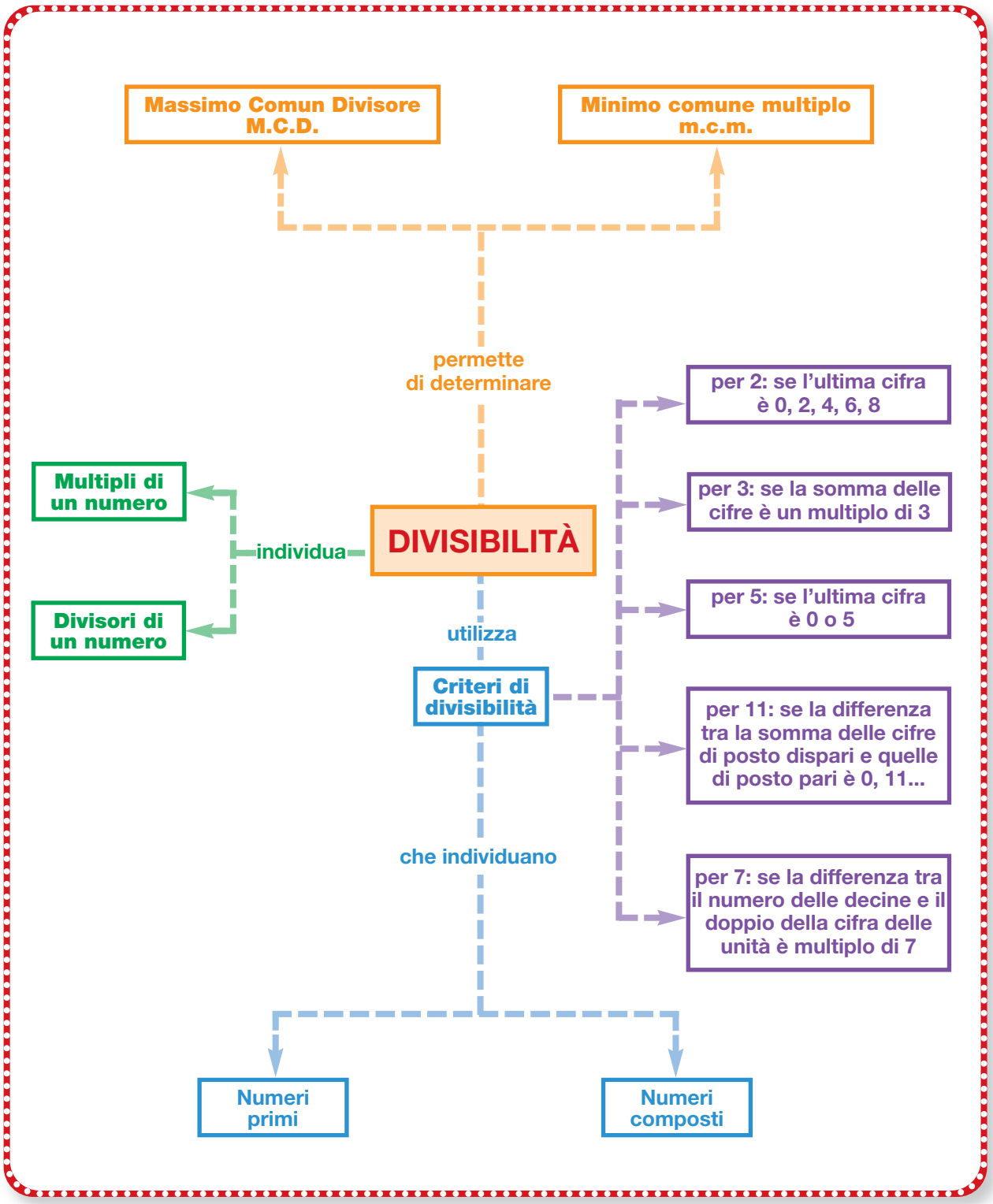
30. $10 - (0{,}2^3 : 0{,}2 + 0{,}46) : (0{,}2^2 + 2 \times 0{,}06 - 0{,}11)$ [0]

31. $[(1{,}75^5 \times 1{,}75^3 : 1{,}75^7) : (0{,}03^2 : 0{,}03^2 \times 5)] \times 2^2$ [1,4]

32. $[(3{,}1 + 1{,}3^3 : 1{,}3^2) : 1{,}1 - (2{,}4 \times 2 + 0{,}3) : 1{,}7]^2 : (0{,}5^3 : 0{,}5^2)$ [2]

33. $0{,}1^5 \times 0{,}1^3 : 0{,}1^7 + [(0{,}3 + 0{,}2^4 : 0{,}2^3) \times 2 - 0{,}1]^2 + 0{,}3^2$ [1]

ESERCIZI E ATTIVITÀ
PER IL RECUPERO
PER IL POTENZIAMENTO



RECUPERO

Prima di effettuare gli esercizi per il recupero
è opportuno che tu riveda la teoria sul libro di testo.

1. Completa le seguenti scomposizioni, seguendo le indicazioni.

924	.....	924 è pari quindi è divisibile per 2
.....	.....	462 è divisibile per 2
.....	.....	2 + 3 + 1 = 6, quindi 231 è divisibile per 3
.....	.....	7 – 7 = 0; la differenza tra la somma delle cifre di posto pari a quella delle cifre di posto dispari è 0, che è un multiplo di 11; quindi 77 è divisibile per 11
.....	.....	7 è un numero primo
1		

$924 = 2^2 \times$ .....

540	540 è divisibile per 10, ma 10 = 2 x 5
	54 è divisibile per 2 perché pari
	2 + 7 = 9; quindi 27 è divisibile per 3
	9 è divisibile per 3
	3 è un fattore primo

540 = ...

725	725 termina con 5; quindi è divisibile per 5
	145 è divisibile per 5
	29 è un fattore primo

725 = ...

1500	$2^2 \times 5^2$	1080	2 x 5	1296	2
15		108	2	648	
		54			

1500 = ... 1080 = ... 1296 = ...

2. Completa le frasi utilizzando i termini assegnati (non tutti verranno usati):
fattorizzano, multipli comuni, maggiore, minore, divisori comuni, maggiore esponente, non comuni, minore esponente, sommano.

a) il M.C.D. è il maggiore dei ..... di due o più numeri

b) per calcolare l'M.C.D. si:
— ..... i numeri dati
— moltiplicano i fattori primi comuni, presi ciascuno una volta sola con il .....

c) il m.c.m. è il ..... dei multipli comuni di due o più numeri

d) per calcolare l'm.c.m. si:
— ..... i numeri dati
— moltiplicano i fattori primi comuni e ..... , presi ciascuno una volta sola, con il ..... .

Considera le seguenti fattorizzazioni di numeri e determina il M.C.D. e il m.c.m. (segui le indicazioni).

3. $2 \times 3^2 \times 5$; $2^3 \times 3 \times 7$;

per il M.C.D. prendi i fattori comuni con il minore esponente; quindi tra 2 e 2^3 scegli .....; tra 3^2 e 3 scegli .....; gli altri fattori non si considerano perché non sono comuni; moltiplica i fattori scelti:

$2 \times 3 = 6$; quindi M.C.D. = 6

per il m.c.m. prendi tutti i fattori comuni e non comuni con il maggiore esponente; quindi tra 2 e 2^3 scegli .....; tra 3^2 e 3 scegli .....; gli altri fattori vanno moltiplicati così come sono:
$2^3 \times 3^2 \times$ ..... = ...; quindi m.c.m. = 2520

4. $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11$; $2^4 \times 3 \times 5^2 \times 7$;

per il M.C.D. moltiplica i fattori comuni, ciascuno preso una sola volta e con il minore esponente:
..... M.C.D. = ...

per il m.c.m. moltiplica i fattori comuni e non comuni, ciascuno preso una sola volta e con il maggiore esponente:
..... m.c.m. = ...

Calcola il M.C.D. e il m.c.m. dei seguenti gruppi di numeri lasciando i risultati sotto forma di prodotti di potenze di numeri primi.

5. a) $2^2 \times 3^3 \times 5$ e $2^3 \times 3^2 \times 7$ M.C.D. = $2^2 \times 3^2$ m.c.m. = $2^3 \times$ .....
b) $5^2 \times 7 \times 11$ e $2^2 \times 5 \times 7^2$ M.C.D. = $5 \times$ ..... m.c.m. = $2^2 \times$ .....

6. a) $3^3 \times 13^2$ e $2 \times 3^2 \times 13$ M.C.D. = ... m.c.m. = ...
b) $2^4 \times 3^2 \times 17$ e $2^3 \times 3 \times 17^2$ M.C.D. = ... m.c.m. = ...

7. a) $2^5 \times 3^2 \times 5^3 \times 7$ e $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 11^2$ M.C.D. = ... m.c.m. = ...
b) $5^3 \times 7^2 \times 11^3$ e $5 \times 7^3 \times 13^2$ M.C.D. = ... m.c.m. = ...

Determina il M.C.D e il m.c.m dei seguenti gruppi di numeri.

8. 144; 90; 220; 70; 300; 450. [18; 720] [10; 1540] [150; 900]

9. 132; 198; 190; 171; 189; 126. [66; 396] [19; 1710] [63; 378]

10. 270; 240; 288; 216; 490; 392. [30; 2160] [72; 864] [98; 1960]

11. 330; 528; 486; 648; 576; 512. [66; 2640] [162; 1944] [64; 4608]

12. 36; 40; 98; 52; 78; 195. [2; 17640] [13; 780]

13. 72; 240; 150; 168; 112; 224. [6; 3600] [56; 672]

14. 180; 378; 945; 364; 390; 468. [9; 3780] [26; 16380]

15. 315; 210; 875; 630; 360; 1800. [35; 15750] [90; 12600]

POTENZIAMENTO

1. Criteri di divisibilità per 13 e 17

Criterio di divisibilità per 13

Un numero di almeno tre cifre è divisibile per 13 se la somma tra il numero delle decine e il quadruplo della cifra delle unità è un multiplo di 13.

ESEMPIO

a) **975 è divisibile per 13**, infatti:
97 (numero delle decine) + 4 × 5 (quadruplo della cifra delle unità) = 97 + 20 = 117
11 (numero delle decine) + 4 × 7 (quadruplo della cifra delle unità) =
11 + 28 = **39 che è multiplo di 13**.

b) **3653 è divisibile per 13**, infatti: 365 + 4 × 3 = 365 + 12 = 377
37 + 4 × 7 = 37 + 28 = **65 che è multiplo di 13**.

c) **2261 non è divisibile per 13**, infatti:
226 + 4 × 1 = 226 + 4 = 230
23 + 4 × 0 = **23 che non è multiplo di 13**.

Criterio di divisibilità per 17

Un numero di almeno tre cifre è divisibile per 17 se la differenza tra il numero delle decine e il quintuplo della cifra delle unità è un multiplo di 17.

ESEMPIO

a) **918 è divisibile per 17**, infatti:
91 (numero delle decine) – 5 × 8 (quintuplo della cifra delle unità) = 91 – 40 = **51 che è multiplo di 17**.

b) **3876 è divisibile per 17**, infatti: 387 – 5 × 6 = 387 – 30 = 357
35 – 5 × 7 = 35 – 35 = **0 che è multiplo di 17**.

c) **3289 non è divisibile per 17**, infatti: 328 – 5 × 9 = 328 – 45 = 283
28 – 5 × 3 = 28 – 15 = **13 che non è multiplo di 17**.

2. Regola per determinare tutti i divisori di un numero

Esiste una regola pratica per determinare tutti i divisori di un numero, sia primi che composti.

A) Per trovare i divisori di 72 si procede nel modo seguente:

1) si scompone il numero primo in fattori primi:

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$72 = 2^3 \times 3^2$

2) si scrivono le potenze dei fattori che compaiono nella fattorizzazione del numero, a partire da quella con esponente 0 fino a quella con esponente con cui figura nella scomposizione:
per il fattore 2 $\rightarrow 2^0, 2^1, 2^2, 2^3$; per il fattore 3 $\rightarrow 3^0, 3^1, 3^2$.
Quindi, ad ogni potenza, si sostituisce il suo valore:

1, 2, 4, 8;
1, 3, 9;

3) si moltiplicano i numeri trovati fra loro in tutti i modi possibili; per questo tipo di operazione conviene utilizzare una tabella a doppia entrata:

×	1	2	4	8
1	1	2	4	8
3	3	6	12	24
9	9	18	36	72

I numeri che occupano le caselle della tabella sono tutti i divisori del numero 72; cioè:

$D_{72} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72\}$.

B) Per trovare tutti i divisori di 504:

504	2	per il fattore 2 si considerano le potenze: $2^0, 2^1, 2^2, 2^3$
252	2	i cui valori sono: 1, 2, 4, 8 (nella prima tabella)
126	2	
63	3	per il fattore 3 si considerano le potenze: $3^0, 3^1, 3^2$
21	3	i cui valori sono: 1, 3, 9 (nella prima tabella)
7	7	per il fattore 7 si considerano le potenze: $7^0, 7^1$
1		i cui valori sono: 1, 7 (nella seconda tabella)

$504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$

Ora, si moltiplicano in tutti i modi possibili i numeri del primo gruppo per quelli del secondo e i prodotti così ottenuti per i numeri del terzo gruppo, sempre in tutti i modi possibili.

×	1	2	4	8
1	1	2	4	8
3	3	6	12	24
9	9	18	36	72

×	1	2	3	4	6	8	9	12	18	24	36	72
1	1	2	3	4	6	8	9	12	18	24	36	72
7	7	14	21	28	42	56	63	84	126	168	252	504

Quindi:

$D_{504} = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 12, 14, 18, 21, 24, 28, 36, 42, 56, 63, 72, 84, 126, 168, 252, 504\}$.

I divisori di un qualsiasi numero composto si possono classificare in **impropri** e **propri**; quelli impropri sono 1 e il numero stesso, propri tutti gli altri.

Esercizi

1. Criteri di divisibilità per 13 e 17

1. Utilizzando i criteri di divisibilità stabilisci se i seguenti numeri sono divisibili per 13 e 17.
952; 494; 1105; 1092; 884; 623; 1235; 3332; 1261.

ESEMPIO

Dato il numero 952:

$95 + 4 \times 2 = 95 + 8 = 103$ $\quad 10 + 4 \times 3 = 10 + 12 =$ **22 non è multiplo di 13**.

$95 - 5 \times 2 = 95 - 10 =$ **85 multiplo di 17**.

2. Individua tra i seguenti i numeri divisibili per 13 e sottolineali.
630; 718; 728; 1315; 1222; 2184; 2262; 4275; 8632; 9893.

3. Individua tra i seguenti i numeri divisibili per 17 e sottolineali.
1360; 833; 3927; 9615; 4097; 8619; 13872; 2745; 2601; 5015.

4. Completa la seguente tabella mettendo delle crocette nelle caselle che soddisfano la richiesta:

Numero	È divisibile per		
	13	17	13 e 17
1309			
5525			
1638			
4641			
1105			
2184			
9282			
2652			
1428			
4095			
20995			

2. Regola per determinare tutti i divisori di un numero

5. Determina tutti i divisori di 252.

Fattorizza il numero:

252 | $252 = 2^{....} \times 3^{....} \times .....$

scrivi le potenze del fattore 2, a partire da quella con esponente 0 fino a quella con esponente con cui figura nella scomposizione:

2^0.....

procedi in modo analogo anche per gli altri fattori:

3^0..... e 7^0.....

ora, ad ogni potenza sostituisci il suo valore:

1; 2; ..... 1; .....; 1; .....

Utilizzando le tabelle a doppia entrata, moltiplica, in tutti i modi possibili, i numeri del primo gruppo per quelli del secondo e i risultati così ottenuti per i numeri del terzo gruppo, sempre in tutti i modi possibili.

×	1	3
1		
2		
....		

×	....	....	....	....	....	....	....	....	....
1									
....									

I numeri che occupano le caselle della seconda tabella sono tutti i divisori di 252.
Scrivili in ordine crescente:

$D_{252} \rightarrow 1$ 252

Individua tutti i divisori di ciascuno dei seguenti numeri utilizzando l'apposita regola.

6. 18; 22; 36; 42; 100; 120.

7. 20; 30; 45; 66; 84; 144.

8. Determina tutti i divisori di ciascuno dei seguenti numeri: 16; 24; 50.
Per ciascun gruppo di divisori individua:
- i divisori impropri,
- i divisori primi,
- i divisori composti.

Determina due numeri tali che la loro somma e il loro prodotto abbiano i valori assegnati (procedi come nell'esempio).

ESEMPIO

La proprietà dei divisori di un numero permette di trovare due numeri incogniti di cui si conosce la somma e il prodotto.

Determina due numeri sapendo che la loro somma è 11 e il loro prodotto 30.

Per trovare i due numeri si procede così:
1) si determinano tutti i divisori di 30:

$D_{30} \rightarrow 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30;$

2) tra le coppie di numeri che hanno come prodotto 30 (1 e 30, 2 e 15, 3 e 10, 5 e 6), si cerca quella i cui numeri abbiano come somma 11, ovvero 5 e 6.

9. somma = 13 prodotto = 36 [4; 9]

10. somma = 22 prodotto = 105 [7; 15]

11. somma = 23 prodotto = 126 [9; 14]

12. somma = 20 prodotto = 96 [8; 12]

13. somma = 58 prodotto = 672 [16; 42]

14. Rispondi alle seguenti domande.
- Zero appartiene all'insieme dei divisori di qualche numero naturale? .....
- Qual è il numero naturale che fa parte dell'insieme dei divisori di qualsiasi numero? .....
- Da quali elementi è costituito l'insieme $D_{(0)}$ dei divisori di 0? .....

15. Secondo un'ipotesi formulata nel 1742 dal matematico tedesco Goldbach, ciascun numero pari, eccetto 2, è la somma di due numeri primi. Verifica questa ipotesi analizzando almeno 15 numeri pari a tua scelta.

ESEMPIO

$8 = 3 + 5$ $24 = 11 + 13$

16. Scrivi due numeri divisibili per 4 e sommali. Il numero ottenuto è ancora divisibile per 4? Prova con altre coppie di numeri divisibili per 4.
Sapresti spiegare perché si verifica questa situazione?

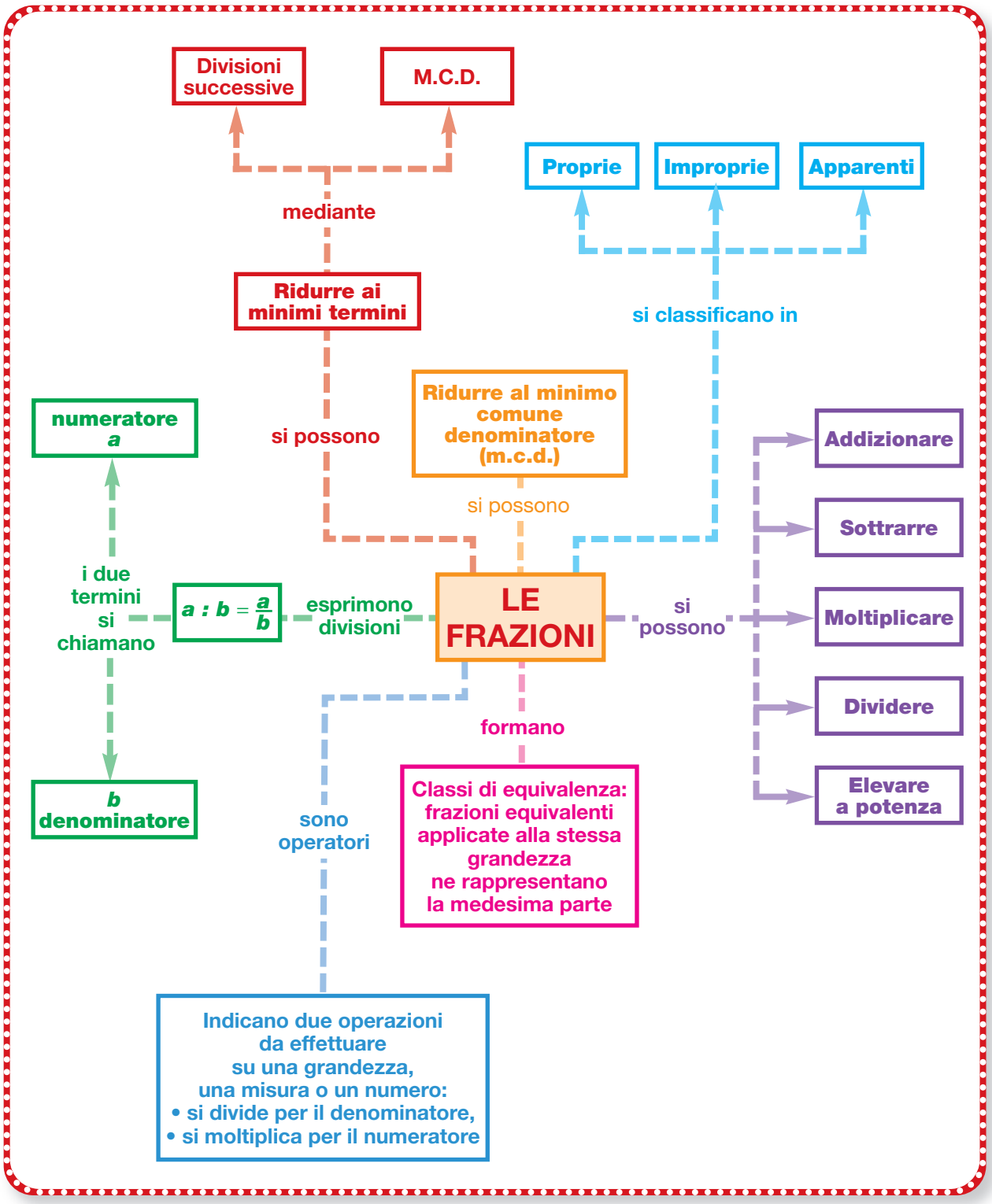
17. Il multiplo di un numero primo è un numero primo? Il prodotto di due numeri primi è un numero primo? Spiega perché.

18. Scrivi un numero di tre cifre divisibile per 2; addiziona al numero scritto un numero dispari di due cifre. Il numero ottenuto è divisibile per 2? Prova con altre coppie di numeri, con le stesse caratteristiche e motiva la tua risposta.

19. Considera un triangolo equilatero avente come lato un numero primo. La misura del perimetro di tale triangolo è un numero primo? Perché? Se hai risposto no, indica per quale numero è divisibile la misura del perimetro.

5 Operare con le frazioni

ESERCIZI E ATTIVITÀ PER IL RECUPERO PER IL POTENZIAMENTO



RECUPERO

Prima di effettuare gli esercizi per il recupero è opportuno che tu riveda la teoria sul libro di testo.

Risolvi le seguenti addizioni e sottrazioni con le frazioni seguendo le indicazioni.

1. $\frac{1}{2}+\frac{3}{5}-\frac{2}{3}$

determina il m.c.d. tra i tre denominatori (ripeti mentalmente la tabellina del più grande, in questo caso il 5, fino a che trovi un numero che contiene anche gli altri, in questo caso 30):

m.c.d. (2; 5; 3) = ...

dividi l'm.c.d. per il denominatore della prima frazione (2) e moltiplica il quoziente per il numeratore (1); ripeti lo stesso procedimento per le altre frazioni e scrivi i numeri sopra la riga di frazione:

$$\frac{.... : 2\times1 + 30 : .... \times 3 - .... : .... \times 2}{30} =$$

$$= \frac{.... + ... - ....}{30}$$

esegui l'addizione e la sottrazione e scrivi il risultato:

$\frac{.....}{30}$ $\left[\frac{15}{30}\right]$

2. $\frac{3}{4}+1-\frac{4}{5}$

determina il m.c.d. tra 4,1 e 5:

m.c.d. (4; 1; 5) =.....

dividi il m.c.d. per il denominatore della prima frazione (4) e moltiplica il quoziente per il numeratore; ripeti lo stesso procedimento per le altre frazioni (considera 1 come $\frac{1}{1}$):

$$\frac{15 + ... - .....}{20}$$

esegui i calcoli scritti sopra la riga di frazione e scrivi il risultato:

..... $\left[\frac{19}{20}\right]$

3. $2-\frac{2}{3}+\frac{3}{7}$ m.c.d. (1; 3; 7) =.....

..... = ... $\left[\frac{27}{31}\right]$

4. $\frac{1}{4}+\frac{5}{6}-\frac{3}{8}$ m.c.d. (4; 6; 8) =.....

..... = ... $\left[\frac{17}{24}\right]$

Risolvi le seguenti moltiplicazioni tra frazioni seguendo le indicazioni.

5. $\frac{\cancel{5}^{1}}{7}\times\frac{4}{\cancel{25}_{5}}\times\frac{14}{12}$

semplifica in "croce" il 5 con il 25, il 4 con il 12, il 7 con il 14, moltiplica, poi, i numeratori tra loro e i denominatori tra loro:

$$\frac{..... \times ..... \times .....}{..... \times ..... \times .....} = ...$$

6. $\frac{8}{21}\times14\times\frac{9}{10}$

semplifica in "croce" il 21 con il 14, l'8 con il 10:

.....

semplifica ancora il 3 (che deriva dalla semplificazione del 21) con il 9 e moltiplica i numeratori tra loro e i denominatori tra loro:

.....

7. a) $\frac{10}{3}\times\frac{4}{25}\times\frac{15}{16}$ b) $\frac{4}{15}\times5\times\frac{27}{16}$ $\left[\frac{1}{2};\ \frac{9}{4}\right]$

8. a) $\frac{20}{49}\times\frac{14}{33}\times\frac{11}{10}$ b) $25\times\frac{36}{24}\times\frac{8}{45}$ $\left[\frac{24}{21};\ \frac{20}{3}\right]$

Risolvi le seguenti divisioni tra frazioni seguendo le indicazioni.

9. $\frac{8}{9}:\frac{26}{15}$

moltiplica la prima frazione per l'inverso della seconda:

$\frac{8}{9}\times\frac{15}{26}$

procedi, ora, come per la moltiplicazione, semplificando in croce:

.....

10. $\frac{27}{8}:9$

inverti la seconda frazione, $\frac{9}{1}$, che diventa $\frac{1}{9}$, e procedi con la semplificazione in "croce":

.....

11. $7:\frac{4}{20};\ \frac{12}{8}:\frac{24}{9};\ \frac{8}{25}:16;\ \frac{12}{25}:\frac{3}{5}.$

Risolvi le seguenti espressioni con frazioni seguendo le indicazioni.

12. $\left(1+\frac{2}{13}\right)\times\left(\frac{9}{5}-\frac{1}{2}\right)$

esegui le operazioni nelle parentesi tonde:

$\left(\frac{13+\dots\dots}{13}\right)\times\left(\frac{\dots\dots\dots\dots}{10}\right)$

moltiplica i risultati ottenuti semplificando in "croce":

..... $\left[\frac{3}{2}\right]$

13. $\left[\left(\frac{9}{10}-\frac{5}{6}\right)\times\frac{3}{4}\right]+\left(1-\frac{2}{5}\right)$

risolvi le operazioni nelle parentesi tonde:

$\left[\left(\frac{\dots\dots\dots}{30}\times\frac{3}{4}\right)\right]+\frac{\dots\dots\dots}{5}$

risolvi la moltiplicazione nelle parentesi quadre:

.....

esegui l'ultima addizione:

..... $\left[\frac{13}{20}\right]$

14. $\left[\left(\frac{5}{4}-\frac{3}{5}\right):\frac{26}{25}\right]:\left[\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{4}\right):\frac{13}{10}\right]$

esegui le operazioni nelle parentesi tonde:

$\left[\left(\frac{\dots\dots\dots}{20}:\frac{26}{25}\right)\right]:\left[\frac{\dots\dots\dots}{20}:\frac{13}{10}\right]$

trasforma le divisioni in moltiplicazioni:

.....

esegui le moltiplicazioni nelle parentesi quadre:

.....

esegui l'ultima divisione:

..... $\left[\frac{5}{4}\right]$

15. $\left[\left(\frac{1}{14}+\frac{2}{7}\times\frac{28}{14}\right):\frac{18}{7}\right]+\frac{3}{5}$ $\left[\frac{17}{20}\right]$

16. $\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{5}\right):\left(1+\frac{3}{5}\right)\right]-\frac{3}{16}$ $\left[\frac{1}{4}\right]$

17. $\left[\left(\frac{1}{8}+\frac{2}{5}\right):\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{15}\right)\right]+\frac{1}{8}$ $\left[\frac{5}{4}\right]$

18. $\left[\left(\frac{9}{14}-\frac{3}{7}\right):\frac{3}{2}+\frac{1}{7}\right]\times\left(\frac{12}{5}-\frac{3}{10}\right)$ $\left[\frac{3}{5}\right]$

Risolvi le seguenti espressioni con potenze seguendo le indicazioni.

N.B. *Ricorda che per calcolare la potenza di una frazione si deve elevare a potenza sia il numeratore che il denominatore.*

ESEMPIO

$\left(\frac{3}{4}\right)^3=\frac{3^3}{4^3}=\frac{27}{64}$

19. $\left(\frac{3}{2}\right)^3\times\left(3-\frac{8}{3}\right)^2$

eleva alla terza la prima frazione e risolvi la sottrazione nelle parentesi tonde:

$\frac{\dots\dots}{8}\times\left(\frac{\dots\dots\dots}{3}\right)^2$

eleva alla seconda la frazione nelle parentesi tonde:

.....

risolvi la moltiplicazione semplificando in "croce" e scrivi il risultato:

..... $\left[\frac{3}{8}\right]$

20. $\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)^2:\left(\frac{3}{2}+\frac{2}{3}-\frac{7}{4}\right)^2-\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{10}\right)^2$

esegui le operazioni nelle parentesi tonde:

$\left(\frac{\dots\dots}{4}\right)^2:\left(\frac{\dots\dots\dots}{12}\right)^2-\left(\frac{\dots\dots\dots}{10}\right)^2$

.....

eleva a potenza ciascuna frazione:

.....

trasforma la divisione in moltiplicazione:

.....

esegui la sottrazione e scrivi il risultato semplificando se necessario:

..... $\left[\frac{8}{25}\right]$

21. $\left(\frac{7}{8}-\frac{1}{4}\right)^2:\left[\left(\frac{5}{2}\right)^2-\frac{19}{10}:\left(\frac{2}{25}+\frac{3}{10}\right)\right]^2$

esegui le operazioni nelle parentesi tonde:

$(\dots\dots\dots)^2:[\dots\dots\dots\dots\dots\dots]^2$

eleva la prima frazione alla seconda e risolvi la divisione nelle parentesi quadre:

.....

riscrivi la prima frazione e risolvi la sottrazione nelle parentesi quadre:

.....

esegui la divisione finale "invertendo" la seconda frazione dopo aver elevato al quadrato:

..... $\left[\frac{1}{4}\right]$

22. $\left\{\left[\frac{5}{12}:\left(1-\frac{1}{6}\right)^2-\left(\frac{1}{5}\right)^2\right]\times\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{14}\right)\right\}^2$ $\left[\frac{1}{25}\right]$

23. $\left(\frac{4}{9}\right)^2:\left\{\left[\left(\frac{3}{10}+\frac{1}{2}\right):\left(\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\right)\right]\times\frac{5}{8}\right\}^3$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

24. $\left\{\left[1-\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\right)^2\right]:\left(1-\frac{1}{2}\right)^2\right\}\times\left(\frac{5}{3}+\frac{7}{6}\right)$ $\left[\frac{17}{2}\right]$

Risolvi applicando le proprietà delle potenze (lascia il risultato sotto forma di potenza).

25. $\left(\frac{2}{7}\right)^3\times\left(\frac{2}{7}\right)\times\left(\frac{2}{7}\right)^2$

riscrivi la base e addiziona gli esponenti:

$\left(\frac{2}{7}\right)^{3+1+2}=$ ..... $\left[\left(\frac{2}{7}\right)^6\right]$

26. $\left(\frac{3}{5}\right)^7:\left(\frac{3}{5}\right)^2:\left(\frac{3}{5}\right)^3$

riscrivi la base e sottrai gli esponenti:

..... $\left[\left(\frac{3}{5}\right)^2\right]$

27. $\left\{\left[\left(\frac{5}{12}\right)^3\right]^4\right\}^2$

riscrivi la base e moltiplica gli esponenti:

..... $\left[\left(\frac{5}{12}\right)^{24}\right]$

28. $\left(\frac{4}{9}\right)^4\times\left(\frac{4}{9}\right)^2\times\left(\frac{4}{9}\right)$ $\left(\frac{3}{11}\right)^7:\left(\frac{3}{11}\right)^2:\left(\frac{3}{11}\right)^4$

$\left(\frac{5}{6}\right)^8:\left(\frac{5}{6}\right)^3:\left(\frac{5}{6}\right)$ $\left(\frac{6}{7}\right)^{10}:\left(\frac{6}{7}\right)^4:\left(\frac{6}{7}\right)^2$

29. $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^3\right]^4;\left[\left(\frac{7}{22}\right)^4\right]^5;\left\{\left[\left(\frac{5}{8}\right)^4\right]^{10}\right\}^{11};\left\{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^3\right]^2\right\}^5$

30. $\left(\frac{3}{13}\right)^3\times\left(\frac{3}{13}\right)^5\times\left(\frac{3}{13}\right):\left(\frac{3}{13}\right)^6$

addiziona gli esponenti delle prime tre potenze e sottrai quello dell'ultima:

.....

31. $\left(\frac{4}{7}\right)^9:\left(\frac{4}{7}\right)^3:\left(\frac{4}{7}\right)^5\times\left(\frac{4}{7}\right)\times\left(\frac{4}{7}\right)^2$

sottrai gli esponenti delle prime tre potenze e addiziona quelli delle ultime due:

.....

32. $\left\{\left[\left(\frac{5}{9}\right)^3\right]^2\right\}^4:\left\{\left[\left(\frac{5}{9}\right)^2\right]^2\right\}^3$

moltiplica gli esponenti di ciascuna potenza di potenza e poi sottrai i due esponenti ottenuti:

.....

Risolvi le seguenti espressioni.

33. $\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{2}\right):\left(\frac{5}{6}-\frac{2}{5}\right)\times\frac{1}{5}$ [1]

34. $\frac{3}{2}+\left(2-\frac{5}{4}\right):\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{4}\times\left(5-\frac{7}{3}\right):\frac{2}{3}$ $\left[\frac{7}{5}\right]$

35. $4-\frac{4}{3}:\frac{4}{3}+\frac{18}{5}:9-3:\left(2+\frac{4}{3}\right)-\frac{2}{5}\times\frac{10}{3}$ $\left[\frac{7}{6}\right]$

36. $\frac{4}{5}\times\frac{5}{2}\times\frac{4}{3}+16:\left(3+\frac{1}{3}\right)-\frac{17}{4}:\left(2+\frac{5}{6}\right)-\frac{29}{30}$ [5]

37. $\frac{5}{6}+\left\{\frac{7}{8}-\frac{5}{3}:\left[\left(\frac{15}{6}-\frac{15}{4}\right)+\frac{7}{4}-1\right]\right\}$ $\left[\frac{7}{8}\right]$

38. $\left(\frac{5}{2}\right)^2\times\frac{2}{5}-\frac{3}{4}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{2}{5}-\frac{12}{5}\times\left(\frac{5}{6}\right)^2$ $\left[\frac{7}{10}\right]$

39. $\left[\frac{13}{2}-\frac{9}{2}:\left(5-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{11}{6^2}-\frac{1}{2}\times\left(2-\frac{2}{3}\right)\right]^2$ $\left[\frac{1}{4}\right]$

40. $\left[\left(\frac{4}{3}\right)^2\times\left(\frac{4}{3}\right)^3:\left(\frac{4}{3}\right)^4-\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right]\times\frac{15}{8}-\frac{5}{4}$ $\left[\frac{5}{8}\right]$

Risolvi i seguenti problemi seguendo le indicazioni.

41. Sopra uno scaffale ci sono 32 libri; i $\frac{3}{8}$ di questi sono testi scolastici e il rimanente sono libri di narrativa. Quanti sono i testi scolastici e quanti quelli di narrativa?

Completa i dati e le richieste:
32 numero totale di libri (intero)
$\frac{3}{8}$ frazione corrispondente ai .....
n° dei testi scolastici? n° dei testi di ..... ?

il problema è diretto perché conosci ..... e devi trovare una parte; quindi devi usare la .....
.....

$\cancel{32}^{4} \times \frac{3}{\cancel{8}_{1}} =$ ..... numero dei testi scolastici
32 – ..... = ... numero dei .....

42. Calcola l'ampiezza di un angolo $\widehat{A}$ che corrisponde ai $\frac{3}{5}$ di un angolo piatto.
Completa i dati e le richieste:
180° ampiezza di un angolo .... $\widehat{A} = ?$
$\frac{3}{5}$ ..... all'angolo $\widehat{A}$
il problema è .....; quindi:

180° × ..... ampiezza dell'angolo $\widehat{A}$

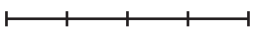
43. Luca per acquistare un regalo spende 27 € che corrispondono ai $\frac{9}{11}$ dei suoi risparmi. Quanti euro possedeva prima di acquistare il regalo? Quanti ne possiede ora?
Completa i dati e le richieste:
27 costo del regalo euro posseduti inizialmente?
$\frac{9}{11}$ frazione corrispondente ..... euro.....?
il problema è ..... perché conosci una parte e devi trovare .....; quindi devi usare la divisione:

$27 : \frac{9}{11} = 27 \times$.....
..... – 27= ..... euro rimasti

44. Giovanna regala 26 tessere telefoniche che sono i $\frac{2}{7}$ della sua collezione; di quante tessere era composta la sua collezione?
Completa i dati e le richieste:
26 ....
$\frac{2}{7}$ .....
il problema è .....; quindi:

26 : .....

45. Il carico di un camion d'arance di 297 kg viene venduto in due volte. Se la prima vendita corrisponde ai $\frac{4}{7}$ della seconda, determina i kg di arance vendute la prima e la seconda volta.
Completa:


$\frac{4}{7}$ frazione corrispondente alle arance vendute la 1ª volta

$\frac{7}{7}$ ..... alle arance vendute la 2ª volta

il totale delle arance, 297 kg, comprende 4 + 7 = ... parti, quindi:

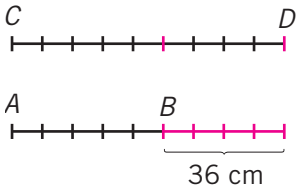
297 : ..... = ... kg

..... × 4 = ... kg arance vendute la prima volta

..... × 7 = ... kg arance vendute la seconda volta

46. La differenza tra due segmenti misura 36 cm; determina la lunghezza di ciascuno di essi sapendo che il primo è $\frac{5}{9}$ del secondo.

Completa:



$\overline{AB} = \frac{5}{9}$.....

36 cm = ...

$\overline{AB}$ =?

.....

la differenza è formata da ..... parti; quindi:

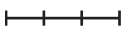
u = ... : ..... = ...

$\overline{CD}$ = ... × 9 = ...

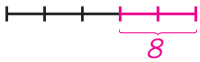
$\overline{AB}$ = ... × 5 = ...

47. In una classe le alunne sono 8 in meno degli alunni; calcola il numero di alunni e il numero di alunne sapendo che le femmine sono i $\frac{3}{5}$ dei maschi.

Completa:



$\frac{3}{5}$ frazione corrispondente alle alunne



$\frac{5}{5}$ frazione corrispondente .....

la differenza è formata da ..... parti; quindi:

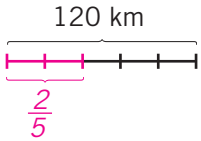
u =.....

..... × 3 =..... numero delle .....

..... × 5 = ...

48. Una strada è lunga 120 km. Se ho percorso i $\frac{2}{5}$ della strada, quanti chilometri mancano ancora da percorrere?

Completa:



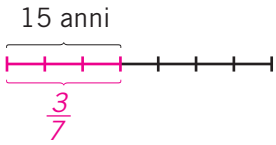
120 km = ...?

$\frac{2}{5}$ = ...

(120 : 5) km = ... strada corrispondente a .....

(..... × .....) km = ... strada corrispondente a .....

49. Luigi ha 15 anni, cioè i $\frac{3}{7}$ dell'età di sua madre. Qual è l'età della madre?



15 = ...?

$\frac{3}{7}$ = ...

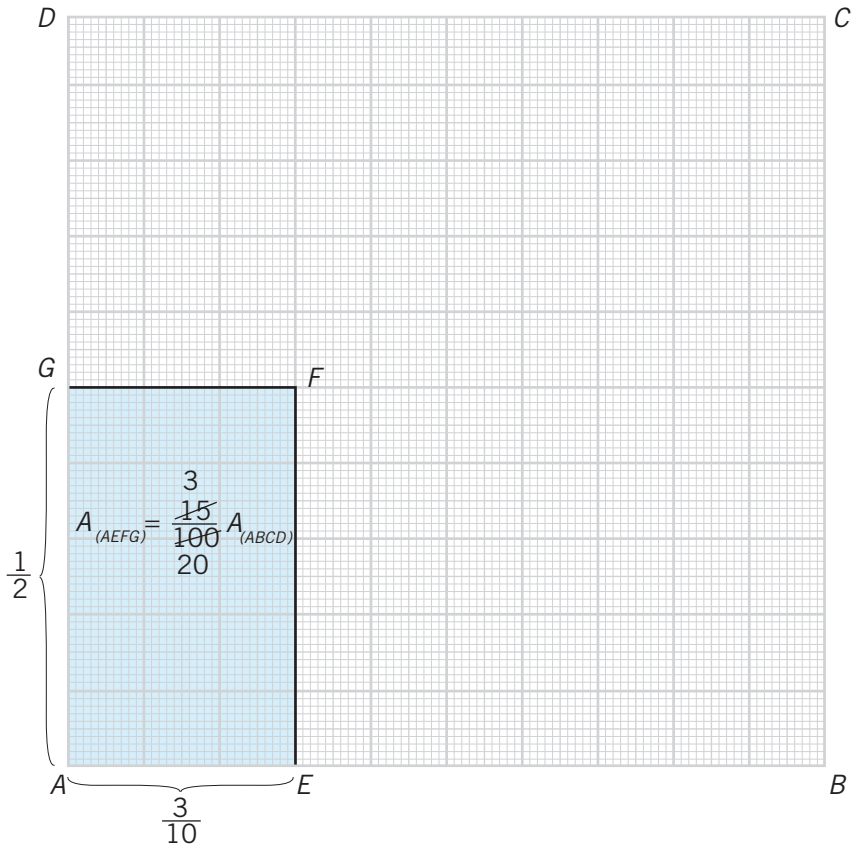
15 : 3= ..... età corrispondente a ..... dell'età della madre

..... × ..... = ... età della madre

POTENZIAMENTO

Rappresentazione geometrica del prodotto di due frazioni

Il quadrato *ABCD* rappresentato nella figura ha il lato lungo 10 cm e la sua area è di $10 \times 10 = 100$ cm^2.
Il rettangolo *AEFG* è formato da 15 cm^2 e quindi la sua area è $\frac{15}{100}$ di *ABCD*.
Riducendo la frazione ai minimi termini si ha: $\frac{\cancel{15}^{3}}{\cancel{100}_{20}} = \frac{3}{20}$; cioè l'area di *AEFG* è $\frac{3}{20}$ dell'area di *ABCD*.



Considerando che *AE* è $\frac{3}{10}$ di *AB* e che *AG* è $\frac{1}{2}$ di *AB*, l'area di *AEFG* rispetto a quella di *ABCD* si ottiene moltiplicando le due frazioni: $\frac{3}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{20}$.

Esercizi: rappresentazione geometrica del prodotto di due frazioni

1. Rappresenta geometricamente sul tuo quaderno i prodotti delle seguenti moltiplicazioni:
$\frac{3}{5} \times \frac{2}{3}$; $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$; $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}$; $\frac{2}{3} \times \frac{5}{2}$; $\frac{2}{7} \times \frac{5}{8}$; $\frac{1}{4} \times \frac{3}{5}$; $\frac{2}{3} \times \frac{3}{8}$.

Esercizi di riepilogo

2. Completa le tabelle in modo che la somma dei numeri di ogni riga, di ogni colonna e di ogni diagonale sia la stessa.

A

$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{2}$
	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$
$\frac{1}{3}$		

B

$\frac{45}{4}$		$\frac{25}{4}$
	$\frac{15}{2}$	
$\frac{35}{4}$		

a) $\frac{1}{3}+\frac{5}{12}+\frac{1}{2}=$ .....

$\frac{5}{4}-\frac{1}{6}-\frac{1}{3}=$ .....

b) $\frac{35}{4}+\frac{15}{2}+\frac{25}{4}=$ .....

..... $-\frac{45}{4}-$ ..... = ...

3. Metti al posto dei puntini tre numeri diversi in modo che sia verificata la seguente uguaglianza.

$\frac{1}{....}+\frac{1}{....}+\frac{1}{....}=1$

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

4. $\left(4+\frac{1}{6}-\frac{5}{12}\right)\times\frac{3}{2}-\left[\left(\frac{19}{10}-\frac{1}{4}\right):\frac{11}{5}+\left(\frac{13}{5}-\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)\times\frac{5}{2}\right]:\left(2-\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}\right)^4:\left(\frac{1}{2}\right)^2$ [5]

5. $\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{5}-\frac{3}{4}\right)^0+\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^6:\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3+\left(\frac{3}{2}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times 3\right\}:\left(\frac{3}{10}+\frac{11}{6}:\frac{11}{6}:5\right)^2:8-\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\right)$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

6. $\left(\frac{3}{4}\right)^3:\left(\frac{3}{4}\right)^2-\left[\frac{4}{9}:\left(\frac{3}{2}-\frac{7}{6}\right)^2+\left(\frac{5}{4}-\frac{7}{12}\right)^2:\frac{5}{9}\right]\times\left[\left(\frac{9}{4}-\frac{3}{2}\right)^2\times\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\right)^2-\left(\frac{5}{8}\right)^2\right]-\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{6}{5}\right)^2$ $\left[\frac{11}{100}\right]$

7. $\left(\frac{5}{3}\right)^5:\left(\frac{5}{3}\right)^3\times\left\{\left[\frac{2}{3}+\left(\frac{1}{2}\right)^5:\left(\frac{1}{2}\right)^4\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\right]^0+2-\frac{7}{6}:\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)-\left[\left(1+\frac{1}{2}\right)^2\right]^4:\left(\frac{3}{2}\right)^8\right\}+\frac{1}{3}$ [2]

8. $\frac{1}{5}\times\left\{\left[\left(\frac{3}{2}+\frac{9}{8}-\frac{43}{20}\right)\times\left(\frac{5}{2}-\frac{20}{19}\right)-\left(\frac{5}{3}-\frac{8}{5}\right)\times\left(\frac{3}{2}+\frac{13}{8}-\frac{35}{16}\right)\right]:\left(3-\frac{1}{4}-\frac{5}{2}\right)\right\}+\left(\frac{1}{2}\right)^0$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

9. $\left(\frac{2}{7}\right)^2:\left(\frac{6}{14}\right)^2\times\left\{\left[\left(\frac{5}{7}\right)^3\right]^5\times\left[\left(\frac{5}{7}\right)^2\right]^3:\left[\left(\frac{5}{7}\right)^5\right]^4+\frac{7}{5^2}:\left[\frac{2}{3}-\frac{1}{5}\right]^2-\frac{3}{2^2}\times\left(2-\frac{7}{6}\right)+\left(\frac{1}{2}\right)^2:\frac{2}{5}\right\}+\left(\frac{1}{3}\right)^2$ [1]

10. $\left[\left(\frac{6}{5}+\frac{2}{15}\right)\times\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{12}\right)^2-\left(\frac{5}{4}+\frac{1}{12}\right)^2\times\left(\frac{7}{10}-\frac{9}{20}\right)^2\times\left(\frac{27}{20}-\frac{3}{4}\right)^2\times\left(\frac{3}{2}-\frac{11}{8}+\frac{7}{24}\right)\right]\times\left(\frac{5}{4}-\frac{10}{11}\right)+\frac{1}{2}$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

11. $\left(\frac{2}{3}\right)^3\times\left(\frac{2}{3}\right)^4:\left(\frac{2}{3}\right)^5+\left\{\frac{2}{3}+\left(\frac{3}{4}\right)^{10}\times\left(\frac{3}{4}\right)^5:\left[\left(\frac{3}{4}\right)^3\right]^5\right\}:\left\{\frac{3}{2^2}+\frac{2^3}{6}\times\left[2+\frac{5}{6}:\left(3+\frac{1}{3}\right)\right]\right\}+\left(\frac{1}{3}\right)^3:\left(\frac{1}{3}\right)$ [1]

12. $$\frac{\frac{13}{5}-\left[1+\left(\frac{5}{2}\right)^3\right]:\left[\left(\frac{5}{2}\right)^3-1\right]:\left[\left(\frac{2}{5}\right)^3\right]^0:\frac{19}{13}\times 3}{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right):\frac{1}{5}:\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{6}\right]:\frac{6}{7}:7^2}+\left(\frac{1}{2}\right)^3:\left(\frac{1}{2}\right)^2 \qquad \left[\frac{5}{2}\right]$$

13. $$\frac{\left\{\left[\frac{12}{5}-\left(2-\frac{1}{2}\right)^2\right]:\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]\right\}\times\frac{40}{3}}{\left[1-\frac{1}{5}+\frac{1}{3}:\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]\times\frac{5}{11}}-\left(\frac{1}{3}\right)\times\left(\frac{1}{3}\right)^2 \qquad \left[\frac{80}{27}\right]$$

14. $$\frac{7+\frac{2}{21}:\left(1-\frac{2}{3}\right)^2}{\left[3+\left(\frac{5}{4}-\frac{1}{6}\right)\times\frac{4}{13}:3+\left(\frac{1}{8}+\frac{11}{40}-\frac{1}{15}\right)\right]\times\frac{99}{62}} \qquad \left[\frac{10}{7}\right]$$

15. $$\frac{\left[\left(2-\frac{1}{6}\times\frac{18}{5}\right):\left(4+\frac{2}{3}\right)-\frac{1}{20}\right]^3+\frac{7}{32}}{\left(1+\frac{1}{5}+\frac{3}{10}-\frac{7}{4}\times\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^6} \qquad \left[\frac{5}{8}\right]$$

16. $$\frac{\left[\frac{3}{5}+\frac{2}{3}:\left(\frac{1}{6}+\frac{2}{3}\right)+\frac{3}{5}:\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]\times\left(1-\frac{2}{5}\right)}{\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\times 3+\frac{3}{4}\times\left(\frac{3}{2}-\frac{5}{6}\right)-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]:5} \qquad [8]$$

17. $$\frac{2+\frac{3}{4}\times\left(2-\frac{1}{4}:\frac{1}{2}\right)+\left[2-\frac{1}{2}\times\left(1+\frac{3}{5}\right)\right]\times\frac{5}{8}}{\left(5+\frac{21}{11}:3\right):\left(1-\frac{3}{11}\right)} \qquad \left[\frac{1}{2}\right]$$

18. $$\frac{\left[\left(\frac{7}{8}+\frac{5}{12}-\frac{3}{10}\right)\times\frac{5}{3}\right]\times\left(2-\frac{1}{3}:\frac{1}{4}\right)-\left(\frac{5}{6}\right)^2:5}{\left[\left(3+\frac{1}{4}\right)\times\frac{2}{13}+\frac{1}{6}\right]\times\frac{2}{3}+1} \qquad \left[\frac{2}{3}\right]$$

19. $$\frac{2+\frac{4}{3}\times\left(5-\frac{1}{2}\right)}{\left(6-\frac{2}{3}\right)+\frac{4}{3}-\frac{5}{6}}\times\frac{\frac{8}{5}-\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}}{\frac{12}{7}-\frac{4}{5}:\frac{2}{3}} \qquad \left[\frac{16}{5}\right]$$

20. $$\frac{3:\left(1-\frac{1}{3}\right)-\frac{3}{4}}{\frac{7}{3}-6:\left(4+\frac{1}{2}\right)}\times\frac{\frac{13}{10}-\frac{4}{5}+\frac{2}{3}}{2-\frac{1}{3}\times\left(\frac{3}{2}\right)^2} \qquad \left[\frac{7}{2}\right]$$

21. $$\frac{\left(\frac{1}{4}\times 6-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{3}}{\frac{15}{2}\times\left(\frac{16}{5}-\frac{7}{10}\times 4\right)^2}+\frac{12\times\left(\frac{3}{16}+\frac{5}{21}\times 14\right)-\left(\frac{1}{2}\right)^2}{105\times\left(\frac{16}{5}\times 8-\frac{51}{2}\right)} \qquad \left[\frac{77}{18}\right]$$

Risolvi i seguenti problemi con le frazioni.

22. Si vuole dividere un nastro lungo 112 m in tre parti in modo che la prima sia lunga 28 m e la seconda sia i $\frac{2}{5}$ della terza.
Qual è la lunghezza della seconda e della terza parte del nastro? [24 m; 60 m]

23. Un'automobile consuma ogni ora $\frac{1}{8}$ della benzina totale contenuta nel serbatoio. Dopo 5 ore di marcia nel serbatoio sono rimasti ancora 15 litri di benzina.
Qual è la capacità del serbatoio? [40 litri]

24. Alla partenza per una gita scolastica all'appello effettuato sul pullman sono presenti i $\frac{5}{6}$ degli iscritti. Poco dopo arrivano altri 2 alunni e i presenti diventano così i $\frac{7}{8}$ degli iscritti.
Quanti sono gli alunni che si sono iscritti alla gita? [48]

25. Il signor Giuseppe, al quale viene chiesto quanti anni ha, risponde in questo modo: "Se ne sommiamo $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$, e $\frac{1}{8}$ dei miei anni se ne calcolano 5 in meno di quanti ne ho".
Quanti anni ha il signor Giuseppe? [40 anni]

26. Sulla stessa linea ferroviaria due treni si muovono l'uno verso l'altro dalla località A e dalla località B. Quando il treno che è partito da A ha percorso $\frac{5}{8}$ del tragitto e il secondo treno che è partito da B ha percorso $\frac{1}{6}$ del tragitto, i due treni si trovano ad una distanza di 210 km.
Quanto è lungo il percorso dalla località A alla località B? [1008 km]

27. La somma di 3000 € deve essere divisa fra tre persone. Alla prima spettano i $\frac{13}{60}$ dell'intera somma e alla seconda i $\frac{3}{5}$ di quanto spetta alla terza.
Quale somma riceverà ogni persona? [650 €; 881,25 €; 1468,75 €]

28. Disegna tre segmenti tali che il primo sia $\frac{3}{4}$ del secondo e il terzo $\frac{5}{3}$ del primo.
Determina la misura di ciascun segmento sapendo che la loro somma misura 84 cm.
[21 cm; 28 cm; 35 cm]

29. Una gita turistica in pullman dura tre giorni. Nel primo giorno vengono percorsi i $\frac{3}{7}$ dell'intero viaggio, nel secondo giorno i $\frac{2}{5}$ del rimanente e nel terzo si conclude la gita percorrendo 180 km.
Quale parte dell'intero viaggio viene percorsa nel primo e nel secondo giorno? Quanti chilometri vengono percorsi complessivamente?
$\left[\frac{23}{35}; 525 \text{ km}\right]$

30. Verifica se è vero che il quadruplo di 36 supera di 74 i $\frac{5}{6}$ di 84.

31. Verifica che i $\frac{4}{5}$ di 910, diminuiti del quadruplo di 7, equivalgono ai $\frac{10}{13}$ di 910.

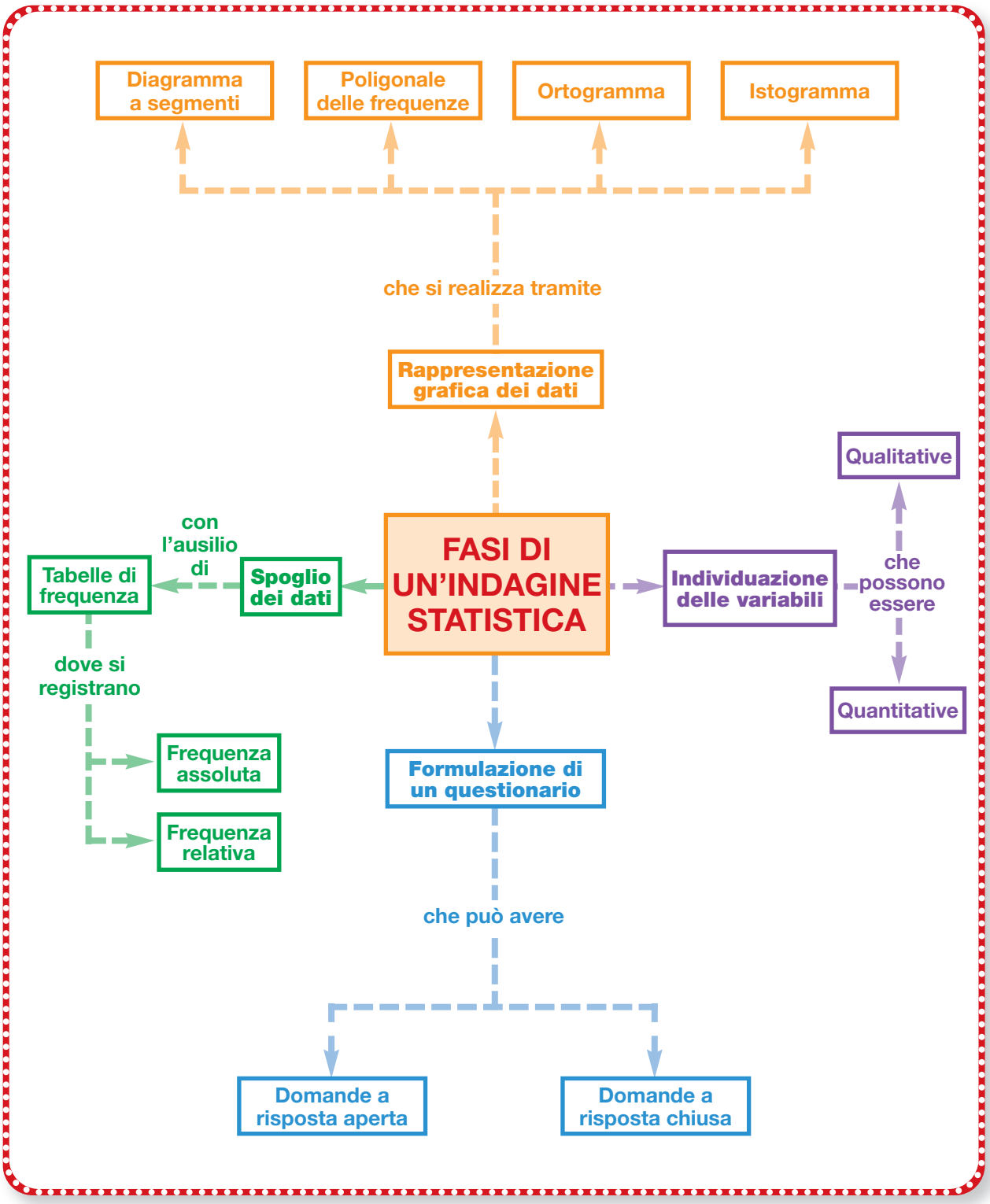
32. Se i $\frac{5}{7}$ di un numero sono uguali a 900, quanto sono i $\frac{7}{12}$ di quel numero? [735]

33. Se sommi i $\frac{3}{7}$ di 35 ai $\frac{4}{9}$ di 162 ottieni i $\frac{29}{31}$ di un numero. Qual è il numero? [63]

34. Determina il numero i cui $\frac{5}{12}$ si ottengono sottraendo i $\frac{5}{4}$ di 32 ai $\frac{5}{6}$ di 126. [156]

35. Se dividi per 7 i $\frac{3}{4}$ di 112 ottieni i $\frac{3}{14}$ di un numero. Quale? [56]

ESERCIZI E ATTIVITÀ
PER IL RECUPERO
PER IL POTENZIAMENTO



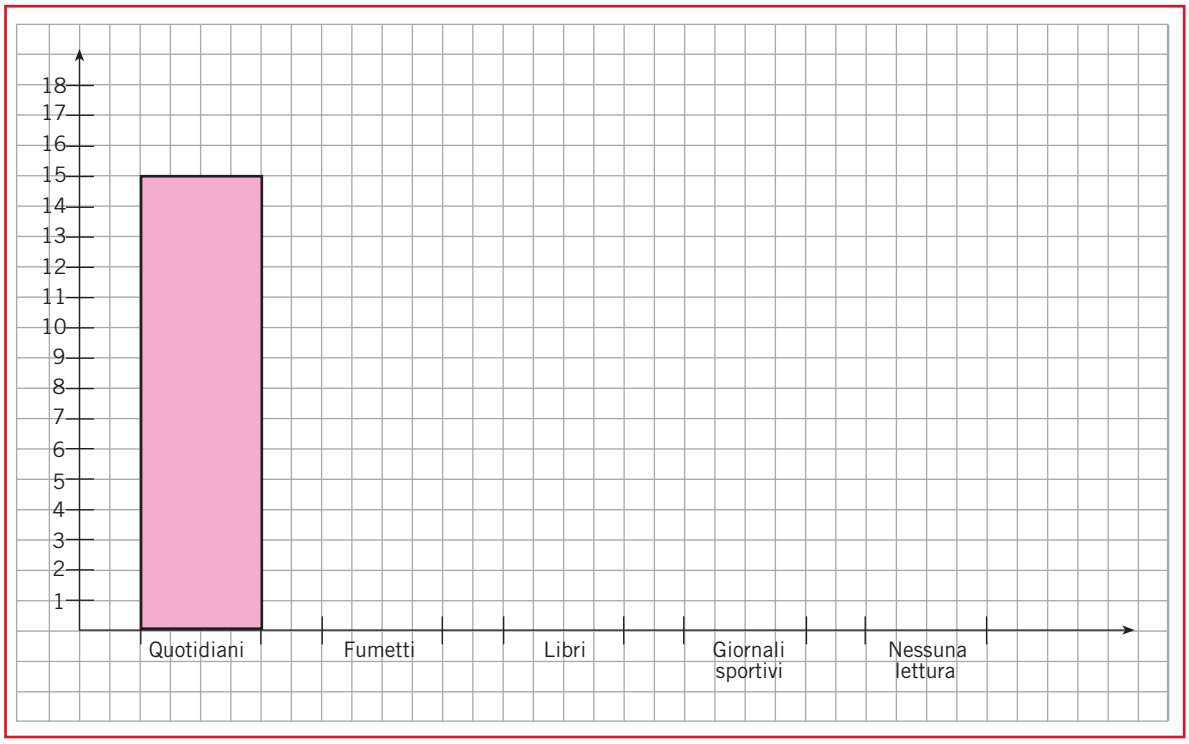
RECUPERO

Prima di effettuare gli esercizi per il recupero
è opportuno che tu riveda la teoria sul libro di testo.

1. Un'indagine svolta sulle letture delle famiglie degli alunni di una classe prima ha dato i seguenti risultati:

Genere di lettura	Numero di lettori (frequenza assoluta)	Frequenza relativa
Quotidiani o riviste che si trovano in casa	15	15 : 60 = 0,25
Giornali a fumetti	18	18 : 60 = ...
Libri di vario genere	10	
Giornali sportivi	12	
Nessuna lettura	5	
Totale →	60	

a) Completa la tabella calcolando la frequenza relativa.
b) Rappresenta i dati con un ortogramma.



2. Un'indagine svolta sugli sport preferiti dagli alunni di una classe prima ha dato i seguenti risultati:

Sport	Frequenza assoluta	Frequenza relativa
Calcio	14	14 : ..... = ...
Ciclismo	4	
Altri sport	5	
Nessuno	2	
Totale →		

a) Completa la tabella.
b) Rappresenta i dati con un ortogramma.

3. Ad un torneo di calcio partecipano le squadre giovanili delle seguenti società:
Inter, Juventus, Lazio, Milan, Napoli, Perugia, Roma, Torino.
I risultati degli incontri sono stati i seguenti:

1ª giornata

Inter - Juventus	0-1	2
Lazio - Milan	1-1	X
Napoli - Perugia	2-1	1
Torino - Roma	2-0	1

2ª giornata

Juventus - Napoli	1-0	
Milan - Torino	3-3	
Perugia - Inter	2-2	
Roma - Lazio	1-1	

3ª giornata

Torino - Perugia	0-1	
Inter - Roma	2-0	
Lazio - Juventus	1-1	
Napoli - Milan	2-1	

4ª giornata

Roma - Napoli	3-2	
Juventus - Torino	0-0	
Perugia - Lazio	1-0	
Milan - Inter	2-2	

5ª giornata

Napoli - Torino	0-2	
Juventus - Roma	3-1	
Lazio - Inter	1-2	
Milan - Perugia	1-0	

6ª giornata

Torino - Lazio	2-0	
Inter - Napoli	3-3	
Roma - Perugia	4-1	
Juventus - Milan	0-0	

7ª giornata

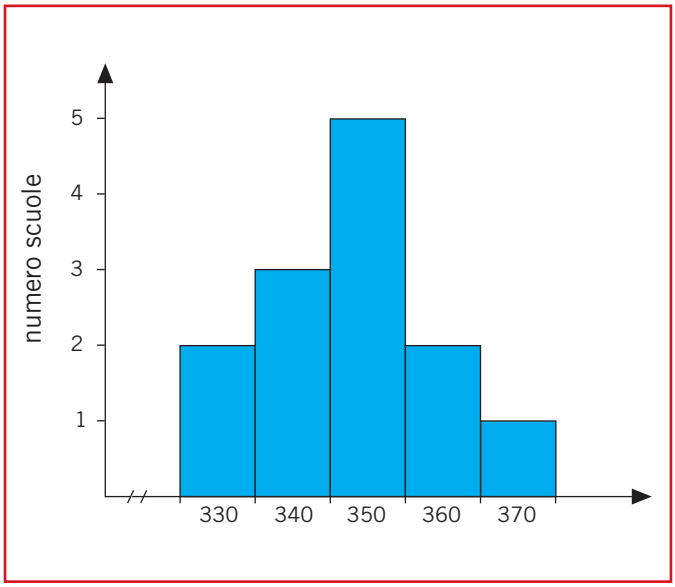
Napoli - Lazio	1-0	
Inter - Torino	2-1	
Perugia - Juventus	1-2	
Roma - Milan	2-0	

a) Completa con i segni 1, X, 2 le tabelle precedenti (1 → vittoria in casa, X → pareggio, 2 → vittoria fuori casa);
b) completa la seguente tabella:

Risultati	Spoglio dei dati	Frequenza assoluta	Frequenza relativa
1	I		
X	I		
2	I		

c) rappresenta i dati con un ortogramma.

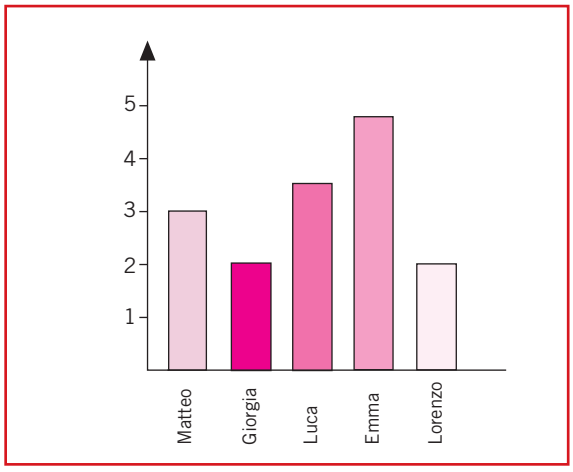
4. Completa la tabella di frequenza del seguente ortogramma relativo al numero di alunni di alcune scuole di una città (i valori sono approssimati alle decine).



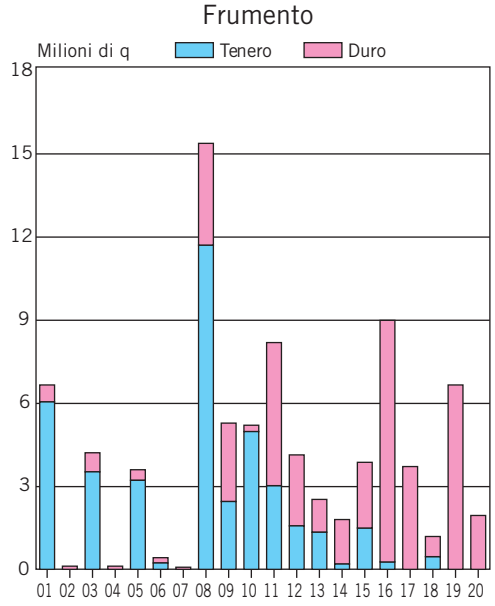
Numero alunni	Frequenza assoluta	Frequenza relativa
330		
Totale →		

5. L'ortogramma della figura rappresenta i dati riportati nella tabella, ma contiene due errori. Sai individuarli?

Ragazzi	Tempo dedicato allo sport settimanalmente
Matteo	3^h
Giorgia	2^h30^m
Luca	3^h30^m
Emma	4^h
Lorenzo	2^h



6. Osserva la seguente rappresentazione grafica tratta dall'annuario statistico italiano e rispondi alle domande.



01 Piemonte
02 Valle D'Aosta
03 Lombardia
04 Trentino-Alto Adige
05 Veneto
06 Friuli-Venezia Giulia
07 Liguria
08 Emilia-Romagna
09 Toscana
10 Umbria
11 Marche
12 Lazio
13 Abruzzo
14 Molise
15 Campania
16 Puglia
17 Basilicata
18 Calabria
19 Sicilia
20 Sardegna

1) Quali sono in ordine le prime cinque regioni produttrici di frumento?

.....

2) Quali sono in ordine le prime cinque regioni produttrici di frumento tenero?

.....

3) Quali sono in ordine le prime cinque regioni produttrici di frumento duro?

.....

POTENZIAMENTO

1. Scrivi almeno 5 variabili statistiche che si potrebbero prendere in considerazione in un'indagine effettuata sui pesci che vivono in un lago. Stabilisci se le variabili sono qualitative o quantitative e indica alcune modalità con cui si possono presentare.

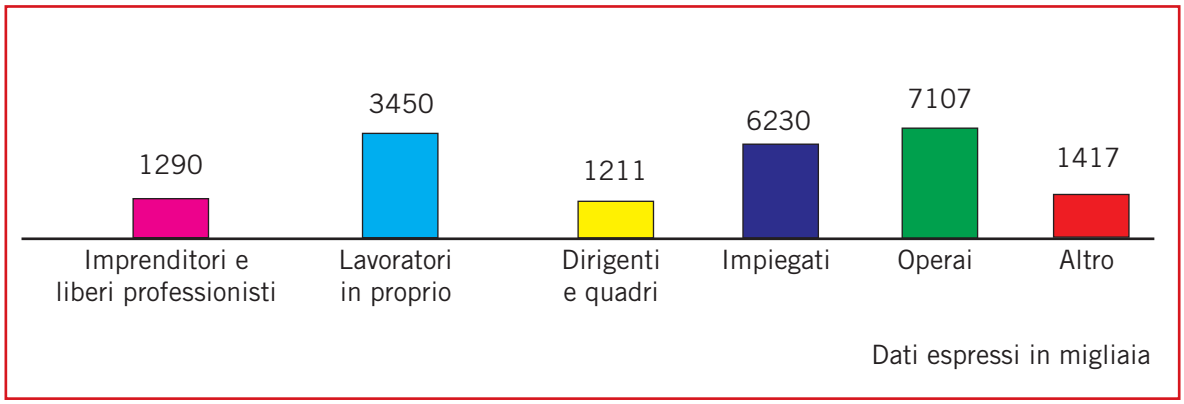
2. Scrivi almeno 5 variabili che si potrebbero prendere in considerazione in un'indagine effettuata sul "verde pubblico" della città o del paese in cui vivi. Stabilisci se le variabili sono qualitative o quantitative e indica alcune modalità con cui si possono presentare.

3. Lanciando due dadi, si sono ottenuti i seguenti punteggi totali:
11; 5; 4; 5; 8; 7; 8; 9; 10; 9; 8; 6; 5; 7; 11;
7; 10; 9; 4: 10; 9; 7; 10; 4; 7; 5; 6; 6; 8; 5.
Dopo aver organizzato i dati in una tabella di frequenza, rappresentali con un ortogramma.

4. Di seguito sono riportati i voti che gli alunni delle terze di una scuola hanno ottenuto nella prova nazionale (INVALSI) di matematica.
6; 6; 6; 7; 6; 8; 8; 7; 6; 6; 9; 8; 9; 6; 7; 6; 6; 6;
7; 6; 6; 8; 6; 9; 6; 9; 6; 8; 6; 6; 7; 6; 6; 6; 8; 8;
6; 9; 7; 6; 6; 6; 7; 5; 6; 6; 6; 6; 6; 7; 6; 9; 6; 6;
6; 6; 9; 6; 7; 6; 8; 7; 6; 9; 6; 6; 7; 6; 8; 9; 6; 6;
7; 6; 6; 6; 6; 7; 6; 8; 6; 6; 6; 9; 6; 8; 6; 6; 7; 6;
6; 8; 6; 6; 9; 6; 6; 7.

	Spoglio dei dati	Frequenza assoluta	Frequenza relativa
5			
6			
7			
8			
9			
Totali			

5. Osserva il seguente ortogramma e compila la tabella dei dati relativi agli occupati in Italia in un determinato anno. Per ogni dato calcola la frequenza relativa.

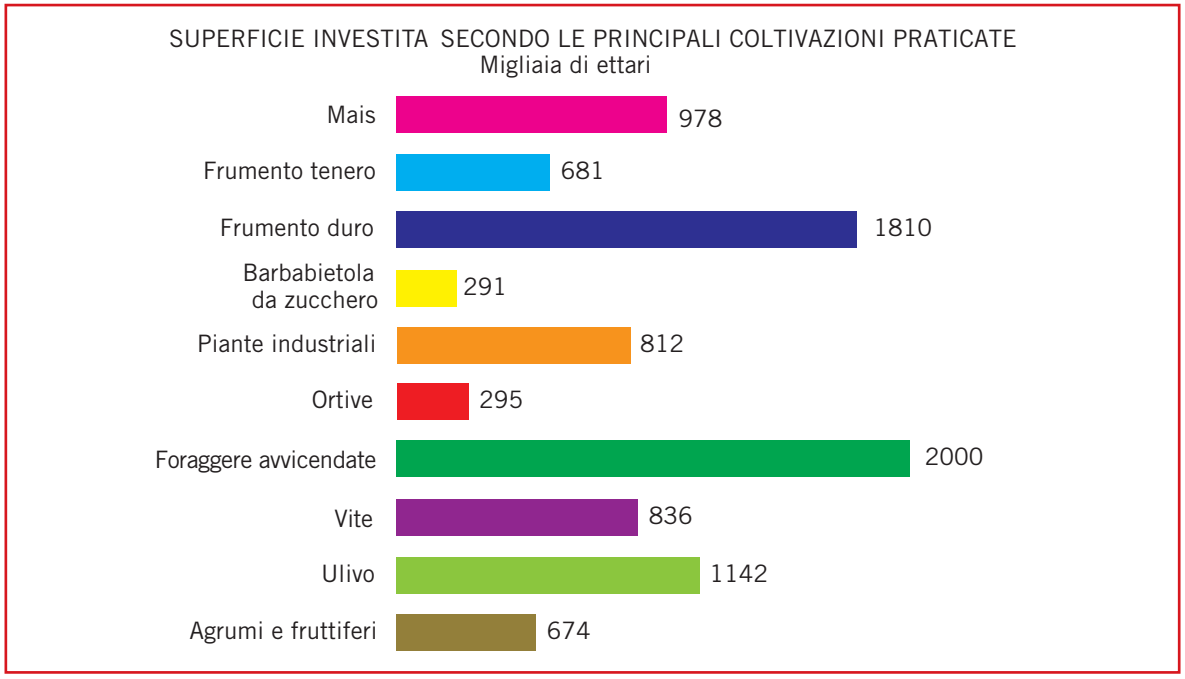


6. Considera la seguente tabella di valori, riferita al numero di figli di 40 famiglie.

0	2	2	3	0	1	1	1
2	4	2	1	3	0	0	2
2	1	1	1	2	2	2	3
0	0	0	1	1	1	1	0
3	4	1	2	0	2	1	1

Costruisci la tabella delle frequenze e rappresenta i dati con un ortogramma.

7. Per ogni tipo di coltivazione calcola la frequenza relativa.



8. Le vendite di quotidiani e periodici in una città del centro Italia, in una settimana, sono riportate in tabella.

Tipo	Frequenza assoluta	Frequenza relativa
Quotidiani	2230	
Periodici	1176	
Settimanali	2300	
Mensili	754	
Totali →		

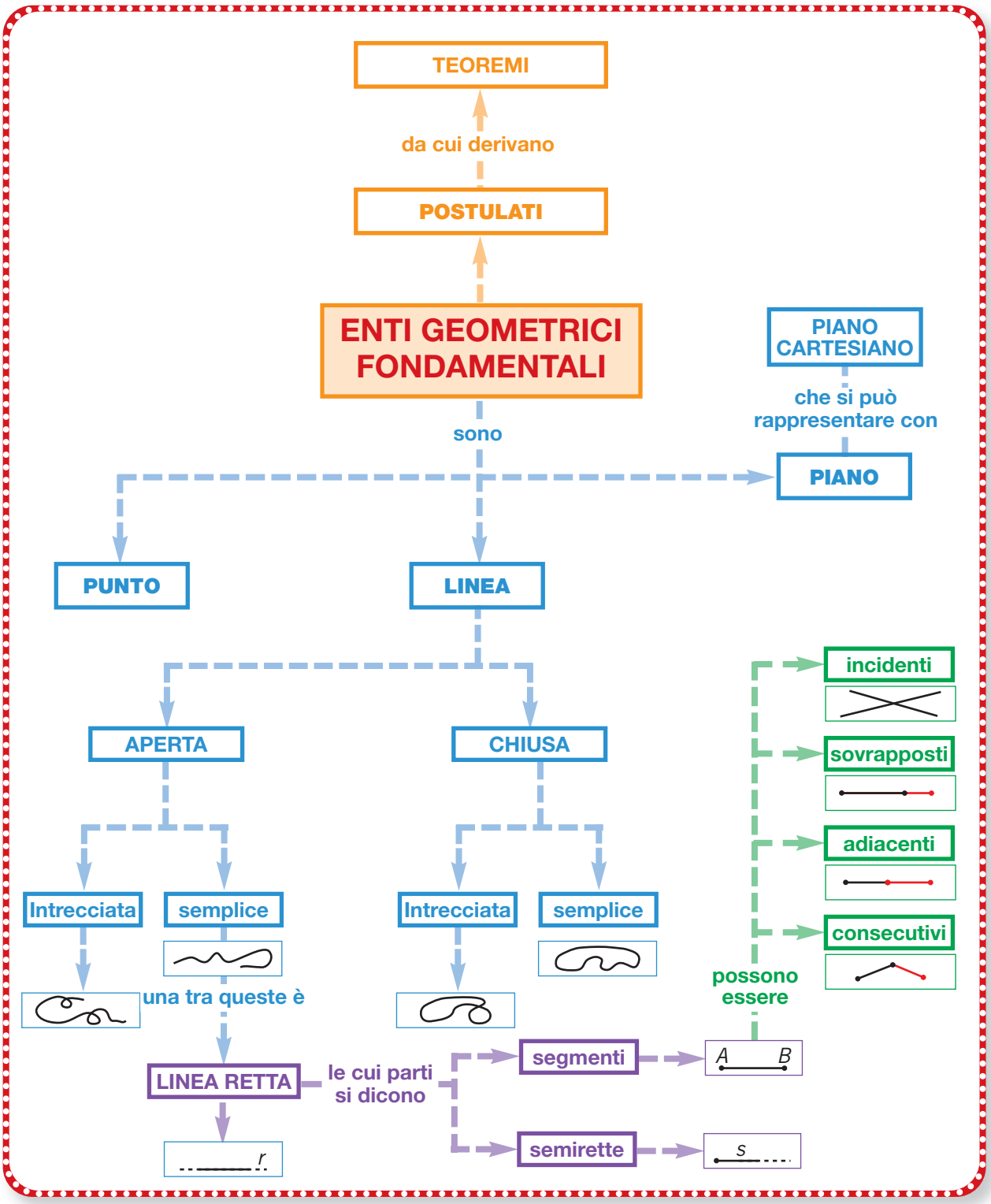
Completa la tabella e rappresenta i dati con un ortogramma.

9. In questa tabella sono riportati i consumi giornalieri medi di acqua di ogni abitante di alcune località. Scegli un'unità grafica adeguata e rappresenta i dati con un diagramma a segmenti. Esprimi, poi, le riflessioni che il grafico ti suggerisce.

Località	Consumo in litri
New York	300
Europa	140
Nigeria	120
India	25

7 Nozioni fondamentali della geometria

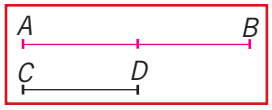
ESERCIZI E ATTIVITÀ
PER IL RECUPERO
PER IL POTENZIAMENTO



RECUPERO

Prima di effettuare gli esercizi per il recupero è opportuno che tu riveda la teoria sul libro di testo.

1. La somma di 2 segmenti misura 210 dm e il maggiore è il doppio del minore; determina le misure dei due segmenti.

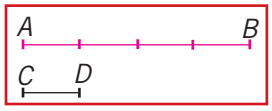


$\overline{AB} = 2 \times \overline{CD}$ $\quad \overline{AB} = ?$

$\overline{AB} + \overline{CD} = 210$ dm $\quad \overline{CD} = ?$

Quanti segmenti della stessa lunghezza di *CD* ci sono nella somma dei due segmenti? .....
esegui la divisione per calcolare la misura di *CD*:
$\overline{CD}$ = 210: .....
esegui la moltiplicazione per calcolare la misura di *AB*:
$\overline{AB}$ = ... [70 dm; .....]

2. Un segmento è il quadruplo di un altro segmento e la loro somma misura 65 m; qual è la lunghezza di ciascuno di essi?



$\overline{AB}$ = ... $\quad \overline{AB} = ?$

$\overline{AB} + \overline{CD}$ ..... $\quad \overline{CD} = ?$

Quanti segmenti della stessa lunghezza di *CD* ci sono nella somma dei due segmenti? .....
esegui la divisione per calcolare la misura di *CD*;
$\overline{CD}$ = 65: .....
esegui la moltiplicazione per calcolare la misura di *AB*:
$\overline{AB}$ = ...[13 m; .....]

Utilizzando lo stesso procedimento dei due problemi precedenti, risolvi.

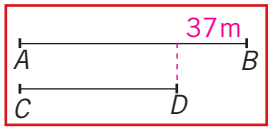
3. Un segmento è un terzo di un altro segmento; se la loro somma è 384 cm, quanto è lungo ciascuno di essi? [96 cm; 288 cm]

4. La somma di due segmenti misura 36,6 m e il minore è un quinto del maggiore. Determina le misure dei due segmenti. [6,1 m; 30,5 m]

5. La somma di due segmenti misura 57,6 m e il maggiore è il triplo del minore; quanto misura ciascuno di essi? [14,4 m; 43,2 m]

Risolvi il problema seguendo le indicazioni.

6. La somma di due segmenti misura 119 m e il maggiore supera il minore di 37 m; qual è la lunghezza di ciascuno di essi?



$\overline{AB} + \overline{CD} = 119$ m $\quad \overline{AB} = ?$

$\overline{AB} = \overline{CD} + 37$ m $\quad \overline{CD} = ?$

determina la misura di *CD*:
$\overline{CD}$ = [(119 – 37) : 2] m = ...
calcola la misura di *AB*:
$\overline{AB} = \overline{CD} + 37$ m .....[41 m; .....]

Utilizzando il procedimento del problema precedente risolvi.

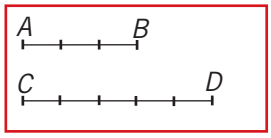
7. Calcola le misure di due segmenti sapendo che la loro somma è 106 dm e il maggiore supera il minore di 12 dm. [47 dm; 59 dm]

8. Di due segmenti sai che il maggiore supera il minore di 12 m e che la loro somma è 58 m. Quanto misura ciascuna di essi? [23 m; 35 m]

9. La somma di due segmenti misura 178,5 cm e il maggiore supera il minore di 40,5 cm; determina le misure dei due segmenti. [69 cm; 109,5 cm]

Risolvi i seguenti problemi seguendo le indicazioni.

10. Di due segmenti sai che la loro somma è 136 dm e il minore è $\frac{3}{5}$ del maggiore; calcola le loro misure.

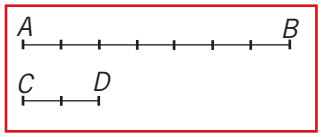


$\overline{AB} + \overline{CD} = 136$ dm $\quad \overline{AB} = ?$

$\overline{AB} = \frac{3}{5} \times \overline{CD}$ $\quad \overline{CD} = ?$

nella somma dei due segmenti sono "contenuti" 8 trattini (u) congruenti tra di loro; esegui la divisione per determinare la misura di un trattino:
u = (136 : 8) dm = ... dm
esegui le moltiplicazioni per determinare le misure di *AB* e di *CD*:
$\overline{AB} = 3 \times$ .....
$\overline{CD} = 5 \times$ .....[51 dm; .....]

11. La somma di due segmenti misura 126 m e uno è i $\frac{2}{7}$ dell'altro; quanto misura ciascuno di essi?



$\overline{AB} + \overline{CD} =$ ..... $\overline{AB} = ?$

$\overline{AB} =$ ..... $\overline{CD} = ?$

quanti trattini ($\overset{u}{\vdash\!\dashv}$) sono contenuti in 126 m? .....
esegui la divisione per determinare la misura di un trattino:
$\overset{u}{\vdash\!\dashv}$ = (126 : .....) m = ... m
esegui le moltiplicazioni per determinare le misure di *AB* e di *CD*:
$\overline{AB} = 2 \times$ .....
$\overline{CD} =$ ..... [28 m; ...]

Risolvi i problemi utilizzando lo stesso procedimento dei precedenti.

12. Considera due segmenti tali che la loro somma sia 165 dm e uno di essi sia i $\frac{5}{6}$ dell'altro; determina la misura di ciascuno di essi. [75 dm; 90 dm]

13. La somma di due segmenti misura 182 cm e il minore è i $\frac{4}{9}$ del maggiore; calcola le misure dei due segmenti. [56 cm; 126 cm]

14. Calcola le misure di due segmenti sapendo che uno è i $\frac{2}{3}$ dell'altro e che la loro somma è 36 m. [14,4 m; 21,6 m]

15. Di due segmenti sai che il maggiore è $\frac{4}{3}$ del minore e che la loro somma è 40,6 m; quanto misura ciascuno di essi? [23,2 m; 17,4 m]

16. Calcola la misura di due segmenti sapendo che uno è i $\frac{4}{11}$ dell'altro e che la loro differenza misura 35 dm.

(*Disegna i due segmenti e metti in evidenza che nel segmento differenza sono contenuti 7 trattini congruenti; quindi ogni trattino misura* 35 : 7 = 5 dm).

[20 dm; 55 dm]

17. Considera due segmenti tali che la loro differenza sia 27 cm e il maggiore sia $\frac{7}{4}$ del minore. Calcola la misura di ciascuno di essi.

[63 cm; 36 cm]

18. La differenza tra due segmenti misura 25 m e uno è i $\frac{3}{8}$ dell'altro; determina le misure dei due segmenti. [15 m; 40 m]

POTENZIAMENTO

1. Sapendo che $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EF} = 70$ cm, che $\overline{AB} = 2 \times \overline{CD}$ e che $\overline{CD} = 2 \times \overline{EF}$, calcola le misure dei tre segmenti.
(*Rappresenta per primo il segmento EF, poi CD che è il suo... ed infine AB che è...*)
[10 cm; 20 cm; 40 cm]

2. Determina le misure di tre segmenti sapendo che la loro somma è 19,2 cm, che il secondo è il triplo del primo e che il terzo è il quadruplo del secondo.
[1,2 cm; 3,6 cm; 14,4 cm]

3. Un segmento *AB* misura 64 dm ed è il quadruplo del segmento *CD*. Calcola la misura del segmento *CD*, del segmento *AB* + *CD* e del segmento *AB* – *CD*.
[16 dm; 80 dm; ...]

4. La somma delle misure di tre pali è 102 m, la differenza tra il primo e il secondo misura 9 m e la differenza tra il secondo e il terzo 15 m. Determina la misura di ogni palo.
[21 m; 36 m; 45 m]

5. La somma di quattro segmenti misura 147 dm; sapendo che il secondo è il doppio del primo, che il terzo supera di 4 dm il secondo e che il quarto è il doppio del terzo, determina le misure dei quattro segmenti.
[15 dm; 30 dm; 34 dm; ...]

6. La somma di tre segmenti misura 110 cm; il primo è $\frac{2}{3}$ del secondo e il secondo è $\frac{1}{2}$ del terzo. Determina le misure dei tre segmenti.
[20 cm; 30 cm; 60 cm]

7. Il segmento *AB* è $\frac{2}{3}$ di *CD* e *CD* è uguale a $\frac{1}{3}$ di *EF*. Sapendo che la loro somma è 112 dm, calcola le misure dei tre segmenti.
[16 dm; 24 dm; 72 dm]

8. Calcola le lunghezze di quattro segmenti consecutivi sapendo che ognuno di essi è il doppio del precedente e che la loro somma misura 31,5 cm.
[2,1 cm; 4,2 cm; 8,4 cm; 16,8 cm]

9. Tre segmenti sono tali che il secondo è il doppio del primo e il terzo doppio del secondo; sapendo che la loro somma misura 10,5 cm, determina la misura di ciascun segmento.
[1,5 cm; 3 cm; 6 cm]

10. Quattro segmenti sono tali che il secondo è il triplo del primo, il terzo è doppio del secondo e il quarto è doppio del terzo. Trova la misura dei quattro segmenti sapendo che la loro somma misura 8,8 cm.
[0,4 cm; 1,2 cm; 2,4 cm; 4,8 cm]

11. Tre segmenti sono tali che il secondo supera il primo di 1,6 cm e il terzo supera il primo di 3,8 cm; determina le loro misure supponendo che il loro segmento somma misuri 18 cm.
[4,2 cm; …]

12. Tre segmenti sono tali che il secondo supera il primo di 1,6 cm e il terzo supera il secondo di 0,5 cm; determina le loro misure supponendo che il loro segmento somma misuri 19,3 cm.
[5,2 cm; …]

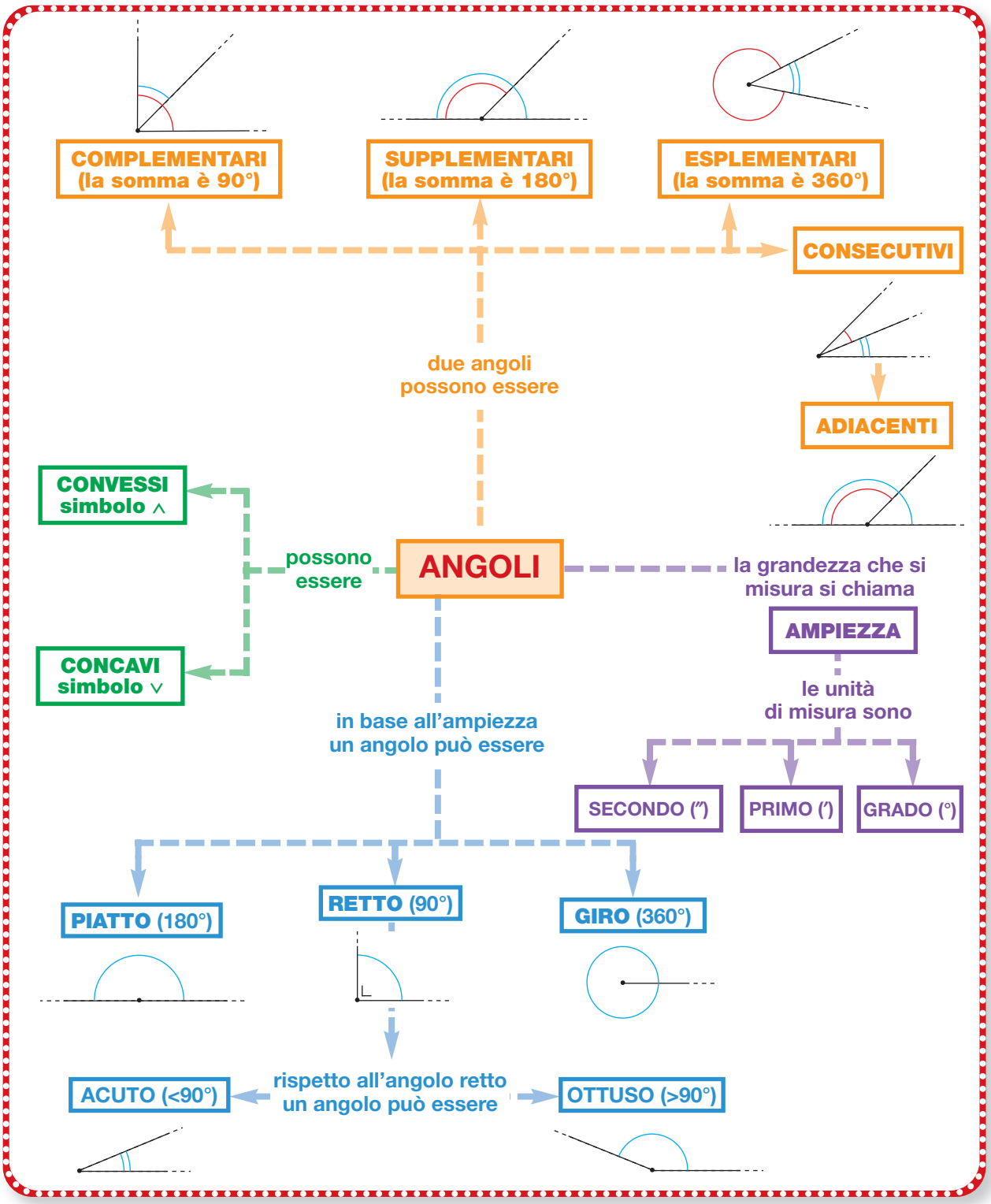
13. Quattro segmenti sono tali che il secondo supera il primo di 1 cm, il terzo supera il secondo di 2 cm e il quarto supera il terzo di 3 cm; determina le loro misure supponendo che il loro segmento somma misuri 20 cm.
[2,5 cm; …]

14. Calcola le lunghezze di tre segmenti sapendo che il secondo è la metà del terzo e che il primo è la metà del secondo e che la loro somma misura 168 cm.
[24 cm; 48 cm; 96 cm]

15. Tre segmenti sono tali che il secondo supera il primo di 12 cm e il terzo supera il doppio del primo di 18 cm. Calcola le misure dei tre segmenti sapendo che la misura della loro somma è 150 cm.
[30 cm; 42 cm; 78 cm]

16. La somma di tre segmenti misura 195 cm; il primo è $\frac{3}{5}$ del secondo che a sua volta è $\frac{5}{7}$ del terzo. Determina le misure dei tre segmenti.
[39 cm; 65 cm; 91 cm]

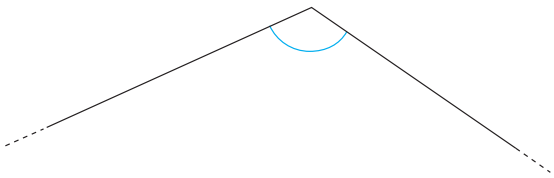
ESERCIZI E ATTIVITÀ
PER IL RECUPERO
PER IL POTENZIAMENTO



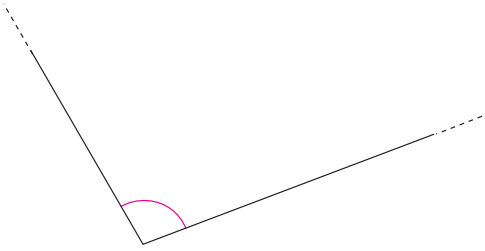
RECUPERO

Prima di effettuare gli esercizi per il recupero è opportuno che tu riveda la teoria sul libro di testo.

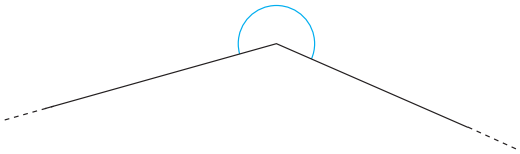
1. Utilizza la simbologia corretta per indicare gli angoli della seguente figura.



.....



.....



.....

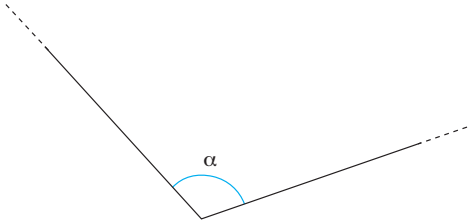
2. Completa le seguenti frasi.

a) Un angolo retto è la .....
di un angolo piatto e la .....
parte di un angolo giro.

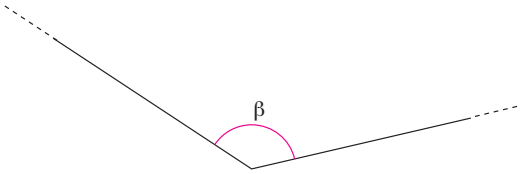
b) Un angolo piatto è la .....
di un angolo giro e il .....
di un angolo retto.

c) Un angolo retto misura .....;
un angolo piatto misura .....;
un angolo giro misura ..... .

3. Disegna un angolo in modo che sia consecutivo a quello dato, ma non adiacente.



4. Disegna un angolo in modo che sia adiacente a quello dato.



5. Completa le seguenti frasi:
a) due angoli sono **complementari** quando
.....
.....
b) due angoli sono **supplementari** quando
.....
.....
c) due angoli sono **esplementari** quando
.....
.....

6. Scegli le risposte che ritieni esatte.
a) Data l'ampiezza di un angolo $\widehat{A}$, come calcoli quella del suo **complementare** $\widehat{B}$?

☐ $\widehat{B} = 90° + \widehat{A}$ ☐ $\widehat{B} = 90° - \widehat{A}$
☐ $\widehat{B} = 90° : \widehat{A}$ ☐ $\widehat{B} = \widehat{A} + 90°$

b) Se conosci l'ampiezza di un angolo $\widehat{Q}$, come trovi quella del suo **supplementare** $\widehat{P}$?

☐ $\widehat{P} = 180° + \widehat{Q}$ ☐ $\widehat{P} = 180° - \widehat{Q}$
☐ $\widehat{P} = 180° : \widehat{Q}$ ☐ $\widehat{P} = \widehat{Q} + 180°$

c) L'**esplementare** di $\widehat{M}$ è l'angolo $\widehat{L}$; come calcoli la sua ampiezza?

☐ $\widehat{L} = 360° + \widehat{M}$ ☐ $\widehat{L} = 360° - \widehat{M}$
☐ $\widehat{L} = 360° : \widehat{M}$ ☐ $\widehat{L} = \widehat{M} + 360°$

7. Completa la seguente tabella.

Ampiezza di un angolo $\widehat{A}$	Ampiezza del suo complementare $\widehat{B}$ =90°– $\widehat{A}$	Ampiezza del suo supplementare $\widehat{C}$ =180°–...	Ampiezza del suo esplementare $\widehat{D}$ =360°–...
37°			
49°			
85°			
136°	Non esiste		
225°			

Risolvi le seguenti addizioni con misure angolari (riduci i risultati in forma normale).

8. 46° 8′ 57″ + 76° 45′ 15″ = ...
disponi i termini in colonna e addiziona i valori dei gradi, quelli dei primi e quelli dei secondi:

46° 8′ 57″ +
76° 45′ 15″ =
122° 53′ 72″

riduci il risultato in forma normale trasformando 72″ in (60 + 12)″ e 60″ in 1′ e scrivi il risultato finale: .....

9. 3° 35′ 19″ + 111° 42′ 32″ = ...
disponi i termini in colonna e addiziona i valori dei gradi, quelli dei primi e quelli dei secondi; riduci il risultato in forma normale trasformando 77′ in (60 + 17)′ e 60′ in 1° e scrivi il risultato finale: .....

Risolvi le seguenti sottrazioni con misure angolari.

10. 127° – 99° = ...

11. 121° 56′ – 84° 33′ = ...
disponi i termini in colonna e sottrai i valori dei gradi e quelli dei primi:

12. 158° 25′ – 96° 37′ = ...
prendi in prestito un grado da 158°, trasformalo in 60′:

157° (60 + 25)′ – 96° 37′

esegui la somma dei primi indicata nella tonda, disponi i termini in colonna e sottrai i valori dei gradi e quelli dei primi:

1 5 7° 8 5′ –
9 6° 3 7′ =

13. 174° 29′ 8″ – 95° 47′ 29″ = ...
prendi in prestito un grado da 174°, trasformalo in 60′:
173° (60 + 29)′ 8″ – 95° 47′ 29″ →
173° 89′ 8″ – 95° 47′ 29″
prendi in prestito un primo da 89′, trasformalo in 60″:
173° 88″ (60 + 8)″ – 95° 47′ 29″ →
173° 88′ 68″ – 95° 47′ 29″
disponi i termini in colonna e sottrai i valori dei gradi, quelli dei primi e quelli dei secondi:

Risolvi le seguenti moltiplicazioni con misure angolari (riduci i risultati in forma normale).

14. (34° 15′ 13″) × 3 = ...
moltiplica per 3 il valore dei gradi, quello dei primi e quello dei secondi:
34° × 3 = 102°; 15′ × 3 = ...; 13″ × 3 = ...

15. (52° 11′ 17″) × 5 = ...
moltiplica per 5 il valore dei gradi, quello dei primi e quello dei secondi:
52° × 5 = ... 11′ × 5 = ... 17″ × 5 = ...
riduci in forma normale il valore dei secondi e scrivi il risultato definitivo:
85″ = (60 + 25)″;
60″ corrispondono a 1′; quindi .....

16. (36° 41′ 7″) × 4 = ...
moltiplica per 4 il valore dei gradi, quello dei primi e quello dei secondi:
.....
riduci in forma normale il valore dei primi e scrivi il risultato definitivo:
.....

17. (57° 32′ 41″) × 4 = ...

18. (7° 18′) × 9 = ...

Risolvi le seguenti divisioni con misure angolari.

19. (55° 15′ 45″) : 5 = ...
dividi per 5 il valore dei gradi, quello dei primi e quello dei secondi:
55° : 5 = 11°; 15′ : 5 = ...; 45″ : 5 = ...;

20. (85° 16′ 58″) : 2 = 42° .....
dividi per 2 il valore dei gradi, moltiplica il resto che ottieni per 60 e aggiungilo a 16′:
.....
dividi 76′ (60 di resto + 16) e 58″ per 2 e scrivi il risultato:
.....

21. (76° 39′ 42″) : 2 = ...
dividi per 2 il valore dei gradi e quello dei primi, moltiplica il resto che ottieni per 60 e aggiungilo a 42″:
.....
dividi 102″ (60 di resto + 42) per 2 e scrivi il risultato:
.....

22. (84° 44′ 52″) : 4 = ...

23. (91° 57′ 28″) : 7 = ...

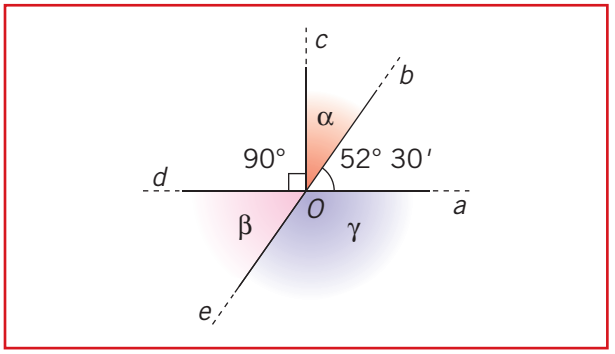
POTENZIAMENTO

1. Disegna un angolo $A\hat{O}B$. Segna dei punti interni e dei punti esterni ad esso. Vi sono dei punti del piano che non sono interni o esterni all'angolo? Che cosa formano questi punti?

2. Stabilisci quanti angoli vengono formati da tre rette passanti per uno stesso punto P; quanti sono concavi e quanti convessi?

3. Calcola l'ampiezza di ognuno degli angoli della figura, avvalendoti dei dati forniti.

[37° 30′; 127° 30′; 52° 30′]



4. Un angolo concavo è formato da un angolo piatto e consecutivamente da un angolo di ampiezza $\frac{1}{4}$ di angolo piatto. Quanto è ampio uno degli angoli in cui la bisettrice divide l'angolo concavo?

[112° 30′]

5. Come sono gli angoli che vengono descritti dalla lancetta delle ore negli intervalli di tempo che vanno dalle 12 alle 18, dalle 12 alle 24 e dalle 12 alle 14?

6. Disegna due angoli adiacenti e traccia le loro bisettrici; verifica con la squadra che l'angolo da esso formato è retto. Disegna altre coppie di angoli adiacenti e traccia le loro bisettrici e ogni volta verifica che l'angolo da esse formato è retto. Quale ipotesi puoi avanzare? Verifica con altri casi.

7. Tre semirette aventi l'origine O in comune formano nel piano tre angoli tali che il primo è quadruplo del secondo che è la quinta parte del terzo. Qual è l'ampiezza dei tre angoli?

[180°; 144°; 36°]

8. La differenza delle misure di due angoli è 60° ed uno di essi vale 0,4 volte l'altro. Calcola le misure dei due angoli.

[40°; 100°]

9. Volendo dividere un angolo retto in tre angoli tali che il secondo sia triplo del primo ed il terzo doppio del secondo quale ampiezza devi attribuire a ciascun angolo? Illustra la risposta con un disegno.

[9°; 27°; 54°]

10. Dovendo dividere un angolo piatto in quattro angoli tali che ognuno risulti doppio del precedente, quale misura devi attribuire a ciascun angolo? Illustra la risposta con un disegno.

[12°; 24°; 48°; 96°]

11. Dopo aver disegnato un angolo (acuto) disegnane un altro che superi il primo di 20°. Determina poi le ampiezze dei due angoli supponendo che il loro angolo somma misuri 124°.

[52°; 72°]

12. Disegna tre angoli in modo che il secondo e il terzo superino il primo rispettivamente di 15° e 24°. Determina le ampiezze dei tre angoli supponendo che la loro somma misuri 165°.

[42°; 57°; 66°]

13. Un angolo giro resta suddiviso da quattro semirette aventi l'origine in comune in quattro angoli tali che:

a) due di essi sono congruenti;

b) ognuno dei due angoli congruenti è doppio del terzo angolo;

c) il terzo angolo è la terza parte del quarto angolo.

Qual è l'ampiezza dei quattro angoli?

[90°; 90°; 45°; 135°]

14. Indichiamo con a e b le misure delle ampiezze di due angoli, con s la loro somma e con d la loro differenza, rispetto al grado. Calcola a e b.

a) $a = 4 \times b$; $s = 75°$ [15°; 60°]

b) $b = b + 30°$; $s = 110°$ [40°; 70°]

c) $s = 185°$; $d = 65°$ [60°; 125°]

d) $a = \frac{1}{3}\, b$; $d = 36°$ [18°; 54°]

Trasforma le seguenti misure dalla scrittura decimale a quella sessagesimale.

ESEMPIO

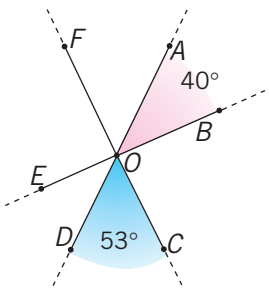
Per trasformare la scrittura decimale 25,24° in quella sessagesimale corrispondente si procede nel seguente modo:

25 sono i gradi → 25° 0,24 di grado equivale a 0,24 × 60′ = 14,4′
14 sono i primi → 14′ 0,4 di primo equivale a 0,4 × 60″ = 24″

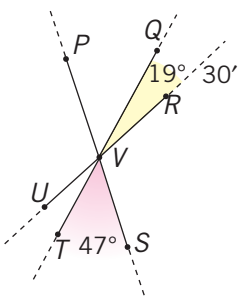
quindi 25,24° = 25° 14′ 24″

15. a) 42,36° b) 74,5° c) 50,25° d) 35,29°
e) 89,12° f) 105,05° g) 118,1° h) 89,45°.

16. Utilizzando i dati forniti, determina le ampiezze richieste.



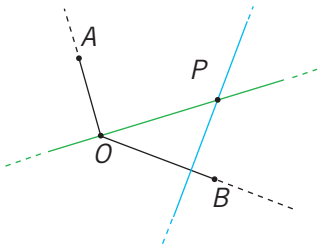
$F\hat{O}E = ?$
$D\hat{O}B = ?$
$E\hat{O}A = ?$
$C\hat{O}A = ?$



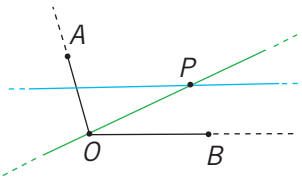
$U\hat{V}S = ?$
$U\hat{V}Q = ?$
$R\hat{V}T = ?$
$P\hat{V}U = ?$

17. Riconosci l'illustrazione che corrisponde alla seguente descrizione.
"Disegna un angolo ottuso *AOB*. Dal vertice *O* conduci la perpendicolare al lato *AO*. Fissa su questa perpendicolare un punto *P* a tuo piacere e da esso conduci la parallela al lato *OB*."

a)

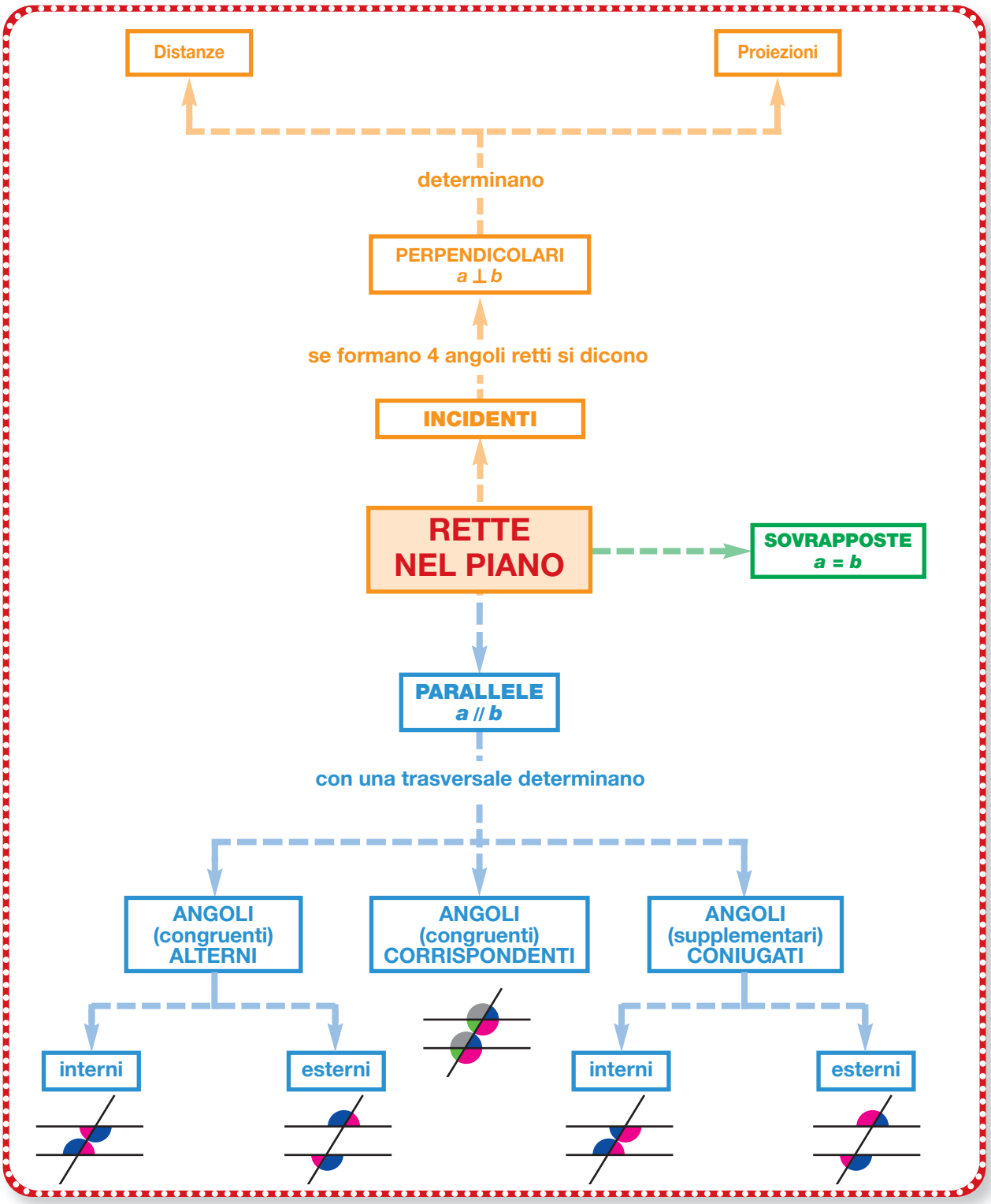


b)



18. Esegui le seguenti costruzioni geometriche.
a) Disegna l'angolo complementare all'angolo $A\hat{V}B$ decima parte dell'angolo giro.
b) Disegna un angolo acuto $P\hat{Q}R$. Dal vertice Q conduci la perpendicolare al lato *PQ*. Fissa su questa perpendicolare un punto *A* e da esso conduci la perpendicolare al lato *QR*.
c) Disegna un angolo di 60° e traccia la sua bisettrice. Sulla bisettrice segna tre punti *A*, *B*, *C* a tuo piacere. Da ognuno dei tre punti segnati traccia le perpendicolari ai lati dell'angolo e misura le lunghezze dei segmenti ottenuti. Ripeti lo stesso esercizio con tre punti interni all'angolo. Che cosa noti?
d) Disegna due segmenti consecutivi *CD* e *DE*, lungi rispettivamente 4 cm e 6 cm, che formano un angolo di 120°. Fissa i punti medi dei due segmenti e traccia da essi le perpendicolari ai segmenti stessi. Indica con *O* il punto di intersezione delle due perpendicolari. Congiungi *O* con gli estremi dei segmenti e misura le lunghezze dei segmenti così ottenuti. Che cosa noti?

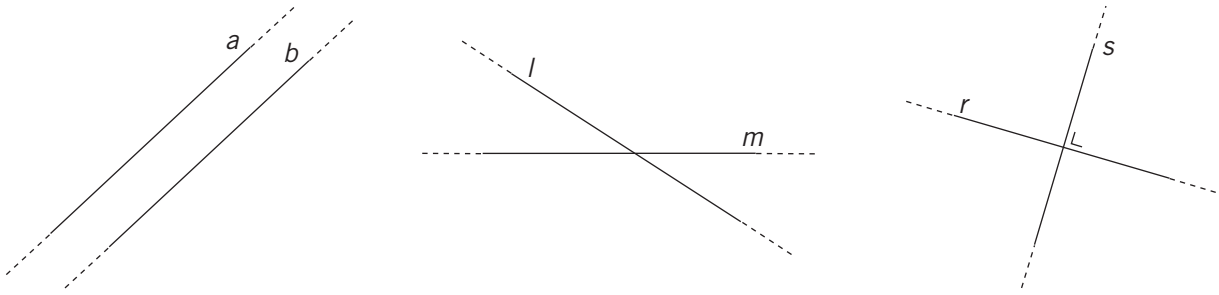
ESERCIZI E ATTIVITÀ
PER IL RECUPERO
PER IL POTENZIAMENTO



RECUPERO

Prima di effettuare gli esercizi per il recupero
è opportuno che tu riveda la teoria sul libro di testo.

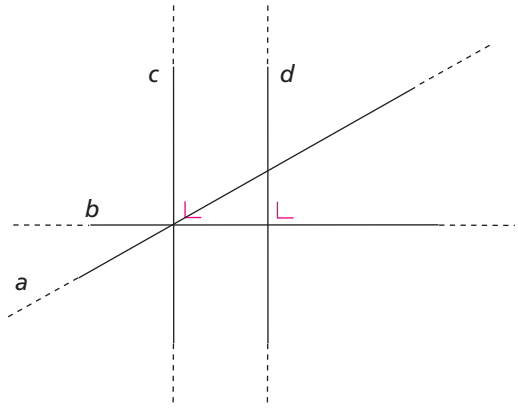
1. Individua la coppia di rette parallele, quella di rette incidenti, quella di rette perpendicolari e scrivi in simboli la relazione.



rette ....

a ..... *b* *r* ..... *s*

2. Osserva la seguente situazione e completa le affermazioni utilizzando termini e simboli adeguati:



a e *b* sono rette ..... incidenti

b e *d* sono rette .....

c e *d* sono rette .....

a e *c* sono .....

a e *d* .....

b e c .....

b ..⊥.. *d* *c* ..... *d* *b* ..... c *d* ..... *c* *c* ..... *b*

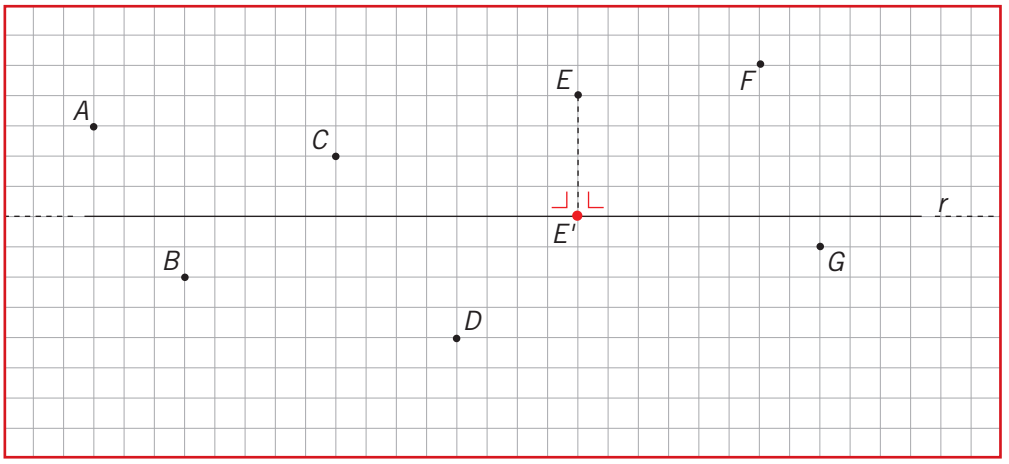
3. Tra le seguenti caratteristiche e scritture simboliche individua quelle relative a rette parallele, quelle relative a rette perpendicolari e completa la tabella (non tutte le affermazioni verranno utilizzate).

- non hanno alcun punto in comune
- sono equidistanti
- formano quattro angoli acuti
- sono uguali
- formano quattro angoli retti
- sono complanari
- hanno un punto in comune
- sono incidenti
- $a // b$
- $a \cong b$
- $a \perp b$
- $a = b$.

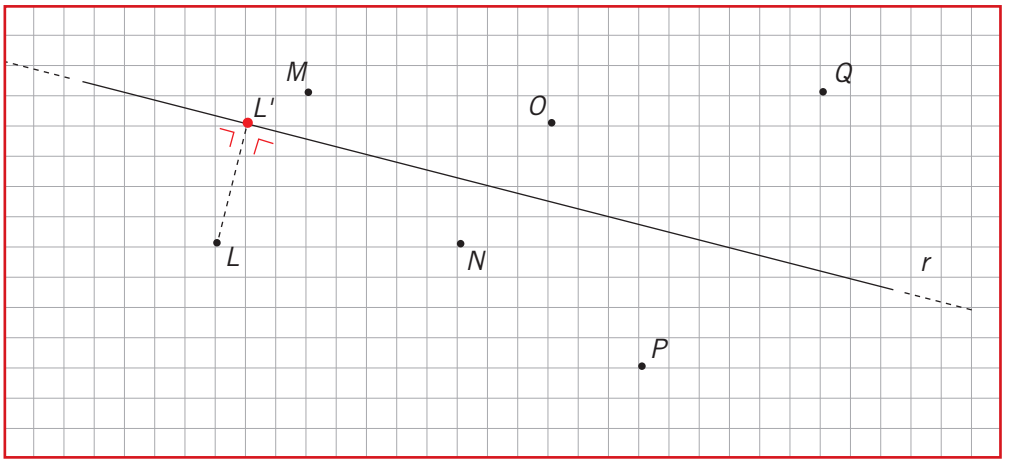
AFFERMAZIONI RELATIVE A RETTE PARALLELE	AFFERMAZIONI RELATIVE A RETTE PERPENDICOLARI
sono equidistanti	sono incidenti

Considera la retta *r* e i punti indicati; disegna le proiezioni di ciascuno di essi sulla retta *r*. Procedi come indicato per il punto *E*.

4.

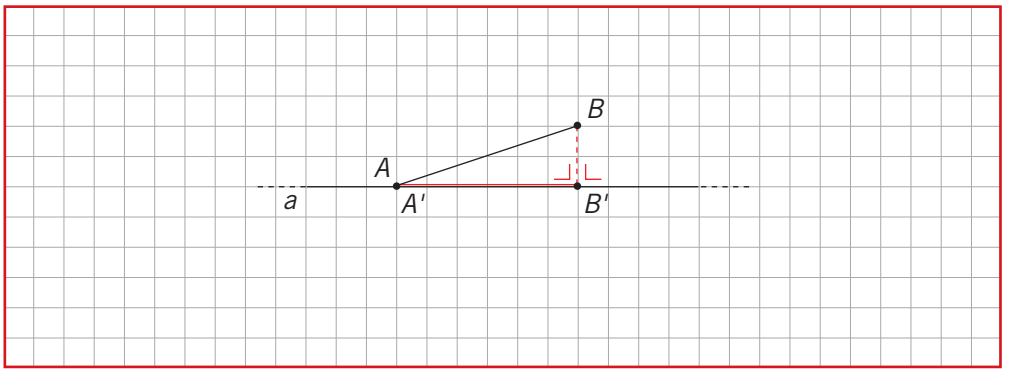


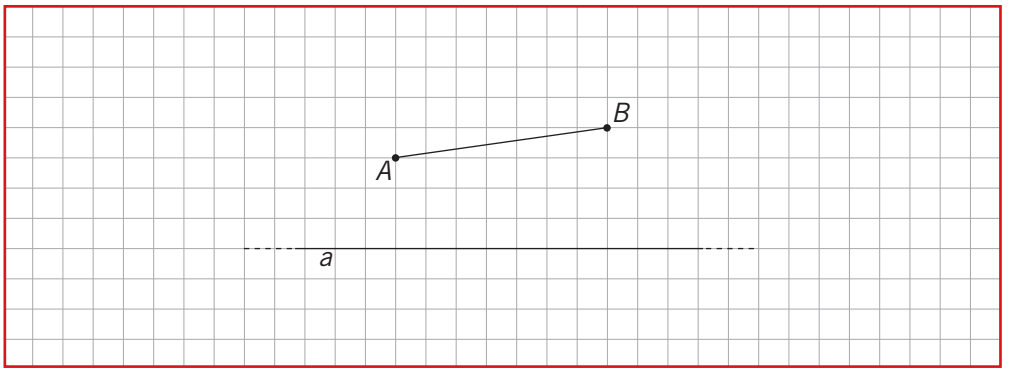
5.



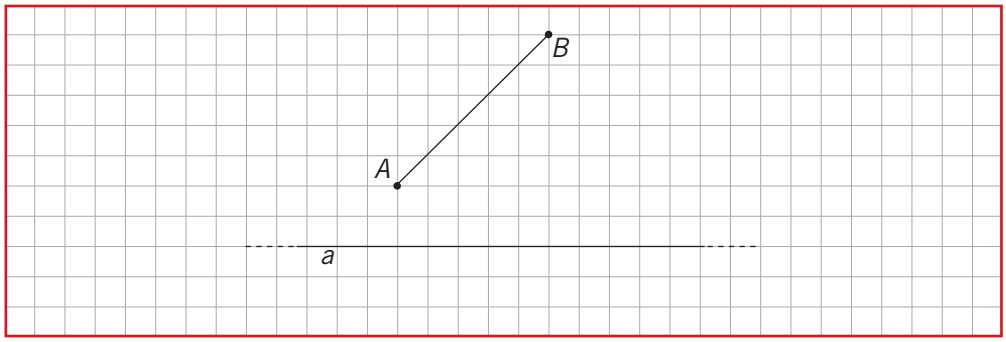
In ciascuna delle seguenti figure disegna la proiezione del segmento *AB* sulla retta *a*.

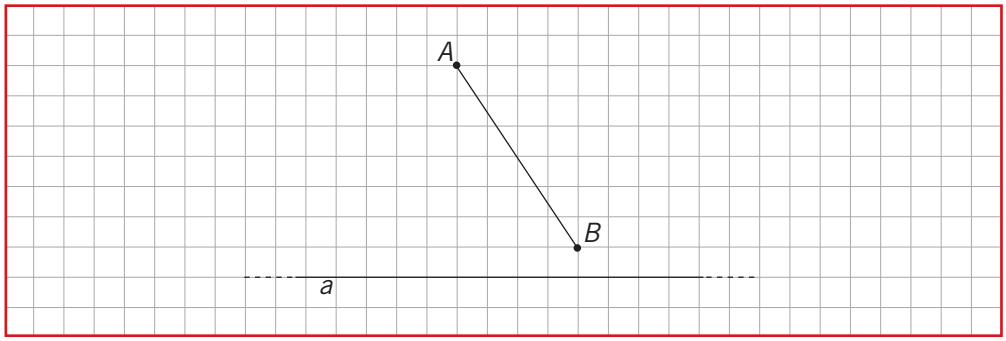
6.



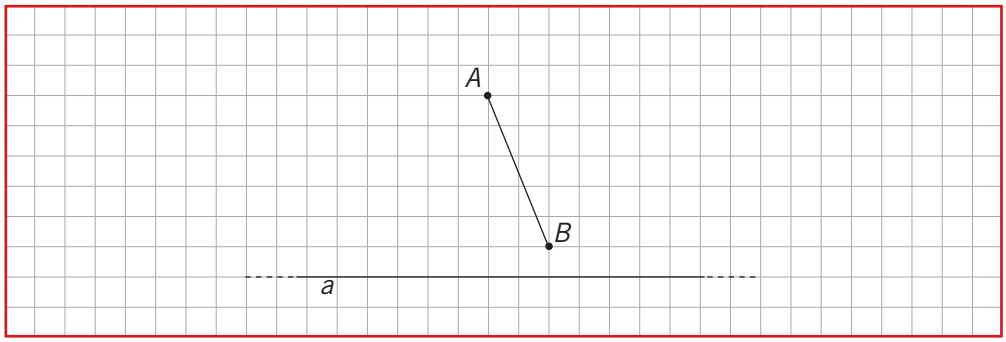


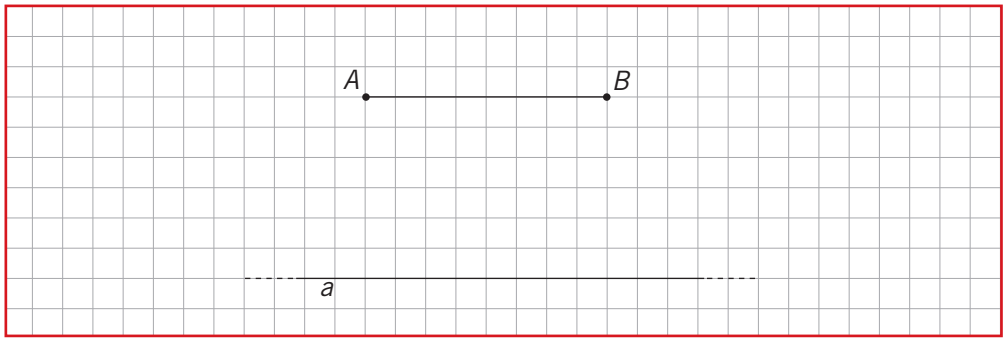
7.





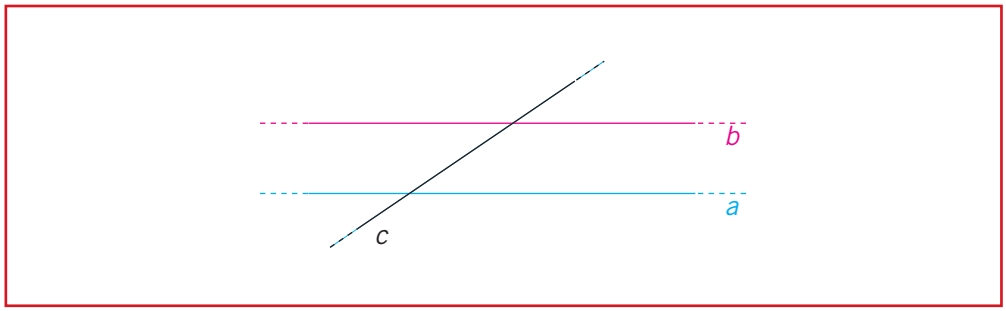
8.





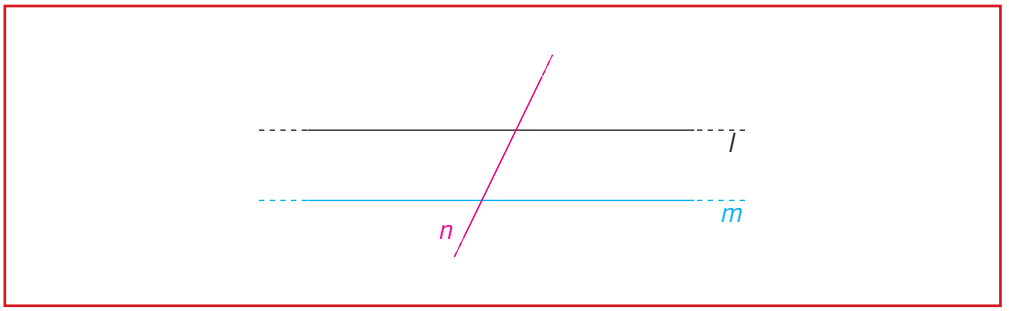
Considera le seguenti illustrazioni e in ognuna di esse individua la trasversale e le rette parallele.

9.



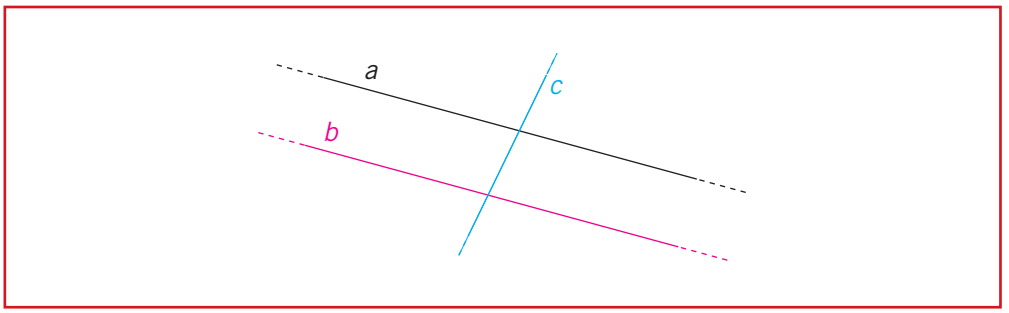
la trasversale è .....; le rette parallele sono .....

10.



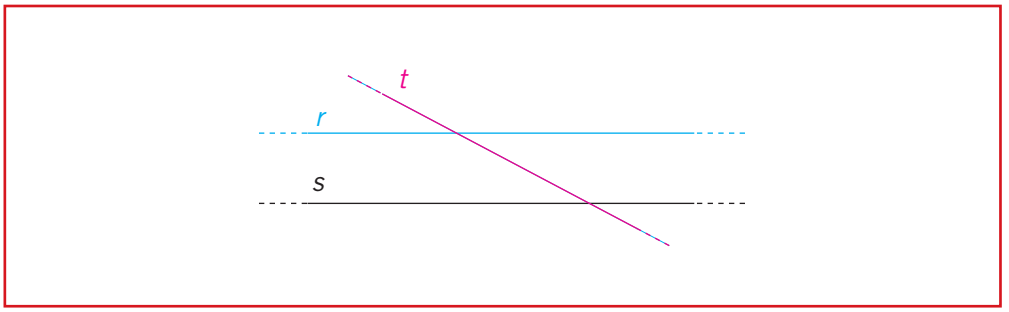
la trasversale è .....; le rette parallele sono .....

11.



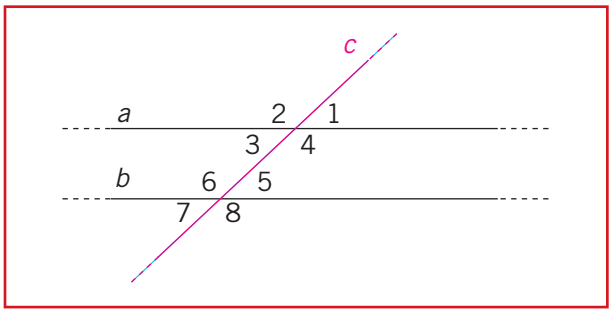
la trasversale è .....; le rette parallele sono .....

12.



la trasversale è .....; le rette parallele sono .....

Considera la seguente illustrazione e completa le affermazioni.



13. Le coppie di angoli:

- **corrispondenti** sono:

$\widehat{1}$ e ...$\widehat{5}$...; $\widehat{4}$ e .....; $\widehat{2}$ e ....; $\widehat{3}$ e .....;

- **alterni**
  - **interni** sono $\widehat{4}$ e ...$\widehat{6}$...; $\widehat{3}$ e .....;
  - **esterni,** sono $\widehat{2}$ e ....; $\widehat{1}$ e $\widehat{7}$;

Gli angoli di ogni coppia considerata in questo esercizio sono tra loro .....
(congruenti; complementari; supplementari; adiacenti…)

14. Le coppie $\hat{3}$ e $\hat{6}$; $\hat{4}$ e .....; sono di angoli coniugati .....;
le coppie $\hat{2}$ e .....; $\hat{1}$ e .....; sono di angoli ..... esterni;
gli angoli di ogni coppia considerata in questo esercizio sono .....;
(congruenti; supplementari; complementari; adiacenti…).

15. Facendo ancora riferimento alla figura, stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false.
(*Per svolgere questo esercizio devi ricordare le caratteristiche degli angoli formati da due parallele tagliate da una trasversale*).

$\hat{1} \cong \hat{6}$	V	~~F~~	$\hat{4} \cong \hat{8}$	V	F	$\hat{3} + \hat{6} = 180°$	V	F
$\hat{5} \cong \hat{1}$	V	F	$\hat{7} \cong \hat{1}$	V	F	$\hat{2} + \hat{7} = 180°$	V	F
$\hat{3} \cong \hat{4}$	V	F	$\hat{2} \cong \hat{6}$	V	F	$\hat{1} + \hat{7} = 180°$	V	F

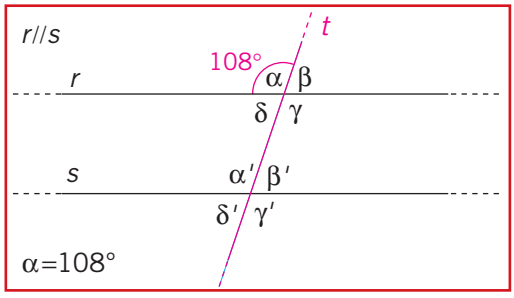
16. Motiva le affermazioni vere dell'esercizio precedente.

ESEMPIO

$\hat{5} \cong \hat{1}$ è **vero** perché gli angoli sono corrispondenti

Osserva le seguenti illustrazioni e, in base ai dati forniti, completa le richieste.

17.



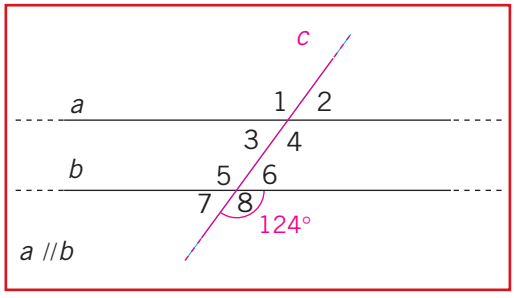
$\hat{\alpha}' =$ ...108°... perché ...corrispondente di $\hat{\alpha}$...

$\hat{\gamma}' =$ ..... perché .....

$\hat{\delta}' =$ ...108°... – ..... perché ...coniugato esterno di $\hat{\alpha}$...

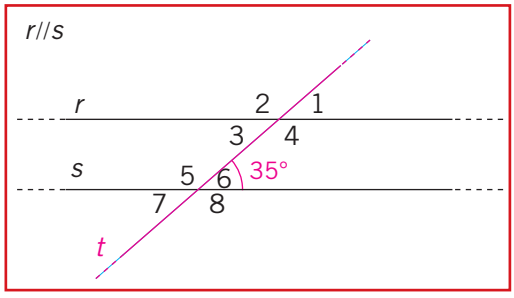
$\hat{\beta}' =$ ..... perché ..... di $\hat{\delta}$

18.



$\hat{1} =$ ..... perché .....
$\hat{4} =$ ..... perché .....
$\hat{2} =$ ..... perché .....
$\hat{5} =$ ..... perché .....

19.



– Quali altri angoli misurano 35°? .....
.....

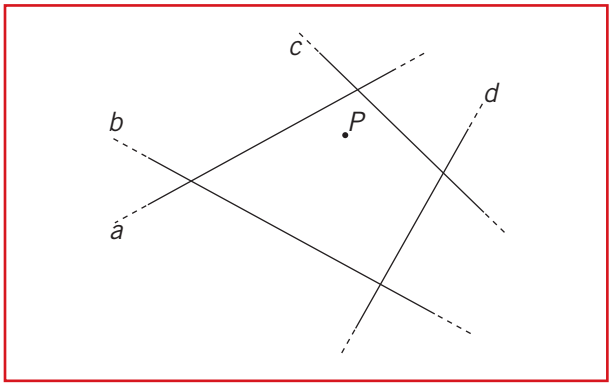
– Perché? .....
.....

– Quali angoli misurano 180° – 35° = 145°? .....
.....

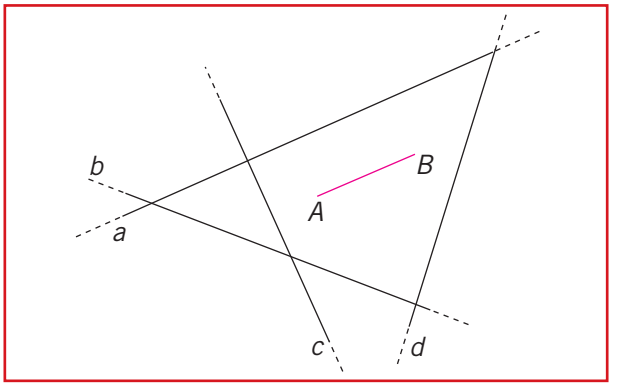
Perché .....

POTENZIAMENTO

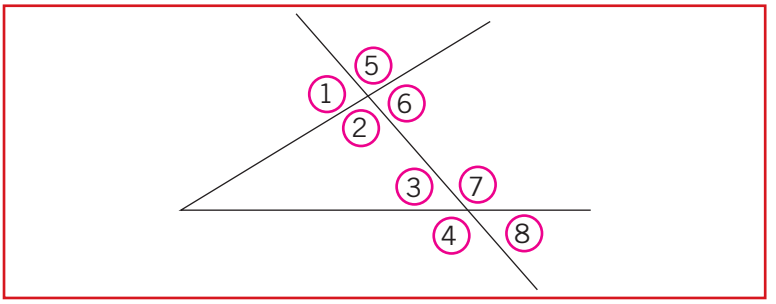
1. Considera la seguente illustrazione e disegna la proiezione del punto *P* sulle rette *a*, *b*, *c*, *d*.



2. Considera la seguente illustrazione e disegna le proiezioni del segmento *AB* su ciascuna delle rette assegnate.



3. Considera la seguente illustrazione e completa la tabella.



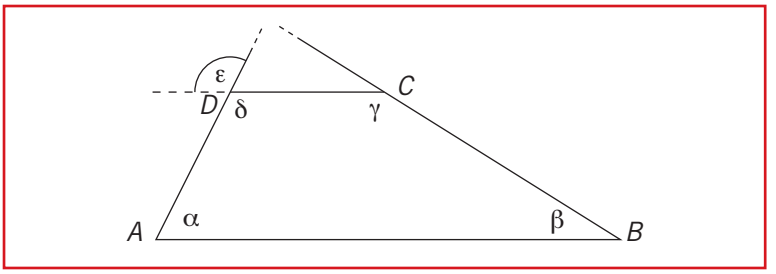
Coppie di angoli corrispondenti	Coppie di angoli alterni		Coppie di angoli coniugati	
	Interni	Esterni	Interni	Esterni

Considera le seguenti illustrazioni e, in base alle informazioni fornite, completa le richieste.

4. $AB \parallel DC$ $\quad \hat{\gamma} = ?$

$\hat{\beta} = 32°$ $\quad \hat{\delta} = ?$

$\hat{\varepsilon} = 117°$ $\quad \hat{\alpha} = ?$

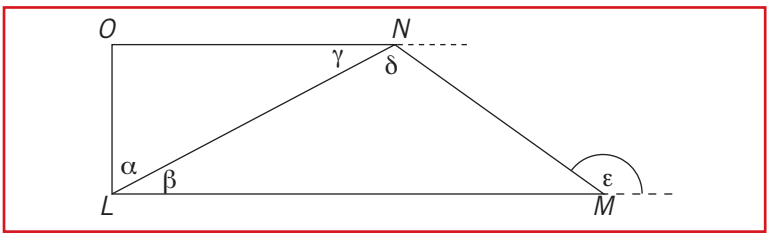


5. $\hat{\varepsilon} = 138°$ $\quad \hat{\gamma} + \hat{\delta} = ?$

$\hat{\delta} = 117°$ $\quad \hat{\gamma} = ?$

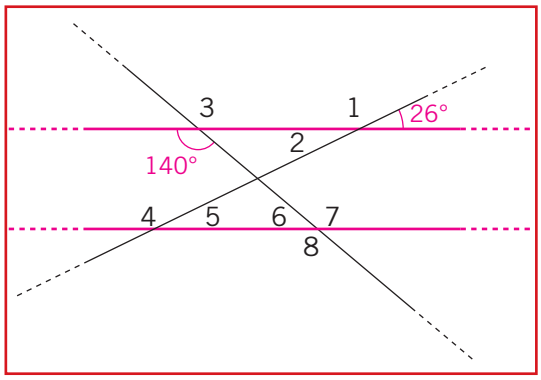
$\hat{\delta} = ?$

$\hat{\beta} = ?$

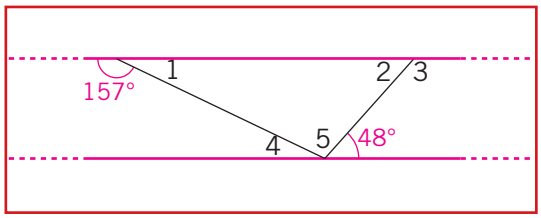


Determina le ampiezze degli angoli numerati, tenendo presente che le rette segnate in colore sono parallele.

6.



7.



8. Due rette *r* e *s*, tagliate dalla trasversale *t*, formano una coppia di angoli alterni interni, uno dei quali ha un'ampiezza di 148° 15′. Quale ampiezza dovrà avere l'altro angolo della coppia affinché le due rette siano parallele?

9. Due rette *r* e *s*, tagliate dalla trasversale *t*, formano una coppia di angoli alterni interni, uno dei quali ha un'ampiezza di 87° 24′12″. Quale ampiezza dovrà avere l'altro angolo della coppia affinché le due rette siano parallele?

10. La differenza tra le ampiezze di due angoli adiacenti formati da due rette parallele tagliate da una trasversale è 48°.
Calcola le ampiezze di tutti gli altri angoli.
[66°; 114°; ...]

11. Di due angoli coniugati interni, che si formano da due rette parallele tagliate da una trasversale, si sa che il maggiore supera il minore di 52° 35′. Calcola le ampiezze dei due angoli.
[63° 42′ 30″; 116° 17′ 30″]

12. Due rette tagliate da una trasversale formano una coppia di angoli coniugati le cui ampiezze sono rispettivamente 112° e $\frac{17}{45}$ dell'angolo piatto. Determina l'ampiezza del secondo angolo e spiega se le due rette sono parallele.

13. Date due rette tagliate da una trasversale, la prima forma angoli adiacenti di cui uno è $\frac{8}{17}$ dell'altro e la seconda forma angoli adiacenti di cui uno supera il doppio dell'altro di 7°12′. Determina l'ampiezza di ciascuno degli altri angoli e spiega se le rette sono parallele.

14. Due rette tagliate da una trasversale formano una coppia di angoli corrispondenti di cui uno è $\frac{9}{16}$ dell'angolo retto e l'altro è complementare dell'angolo di 57° 36′.
Determina l'ampiezza di ciascuno degli altri angoli e spiega se le due rette sono parallele.

15. Determina l'ampiezza di ciascuno degli angoli formati da due rette parallele tagliate da una trasversale sapendo che uno di essi è $\frac{7}{8}$ dell'angolo di 102° 27′ 20″.

16. Determina l'ampiezza di ciascuno degli angoli formati da due rette parallele tagliate da una trasversale sapendo che esse formano angoli adiacenti di cui uno supera l'altro di 24° 50′36″. [77° 34′ 42″; 102° 25′ 18″]

17. Disegna a piacere tre coppie di angoli adiacenti e costruisci le bisettrici degli angoli che formano tali coppie. Misura poi con il goniometro gli angoli compresi fra le bisettrici di ogni coppia. Che cosa osservi?

18. Disegna due rette tagliate da una terza in modo che due angoli corrispondenti misurino rispettivamente 135° e 140°. Prima di fare il disegno puoi stabilire se le rette saranno o non saranno parallele? In base a quale condizione?

19. Disegna due rette tagliate da una trasversale in modo che due angoli alterni interni misurino entrambi 100°. Le rette risulteranno parallele? Perché?

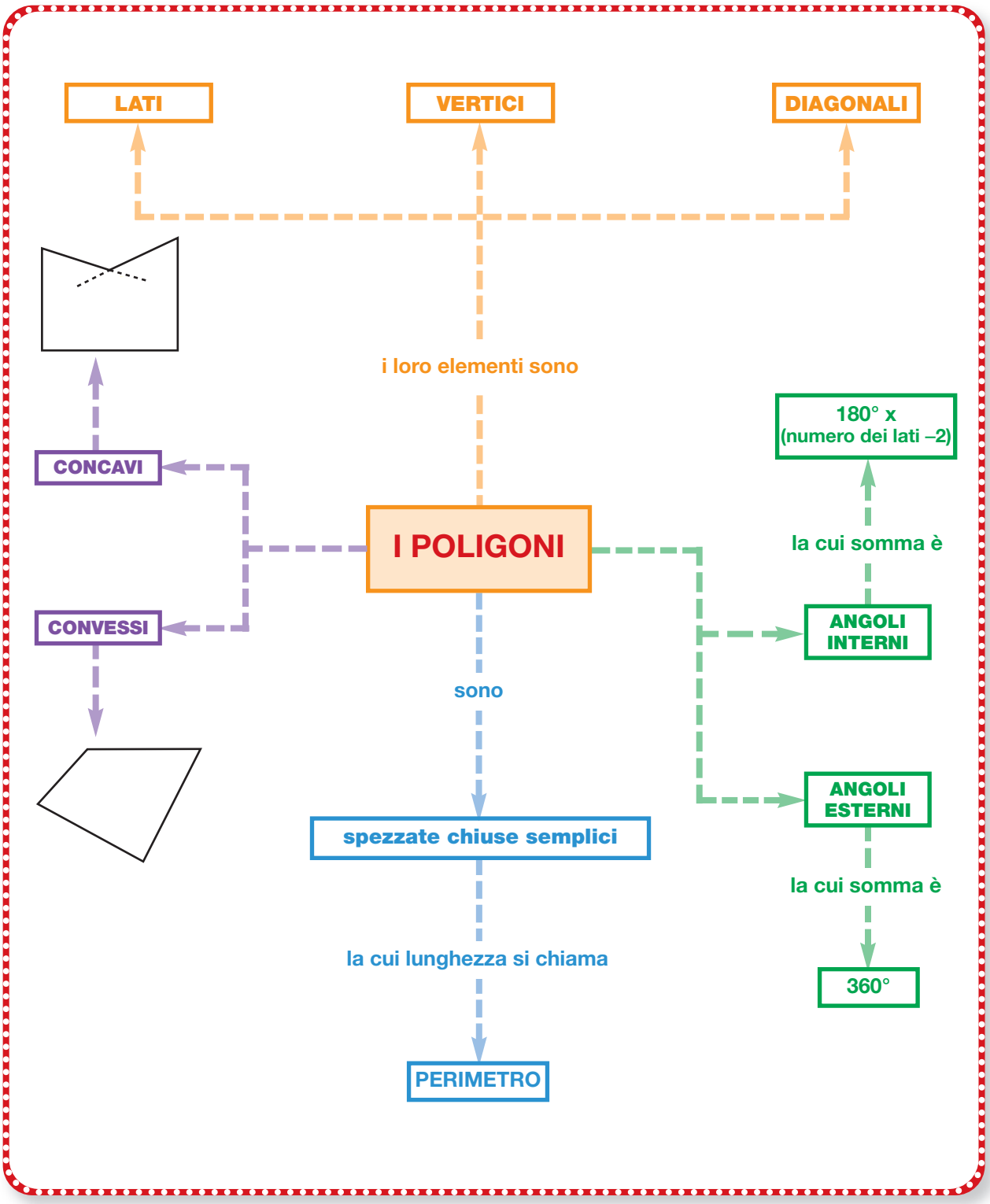
20. Disegna due rette incidenti *a* e *b* e indica con *O* il loro punto comune. Per un punto *P* qualunque della retta *a* traccia un'altra retta e contrassegna con *M* la sua intersezione con la retta *b*. Gli angoli $O\hat{P}M$ ed $O\hat{M}P$ per la loro reciproca posizione formano una coppia particolare. Sai classificarli? Possono essere supplementari? Giustifica le risposte.

21. Dopo avere disegnato due rette parallele tagliate da una trasversale, costruisci le bisettrici di due angoli alterni esterni. In quale posizione si trova una bisettrice rispetto all'altra? Perché?

22. Uno degli angoli formati da due rette parallele tagliate da una trasversale supera il suo coniugato di 32°. Qual è l'ampiezza di ognuno degli otto angoli? Illustra la risposta con un disegno. [74°; 106°]

23. Fissa due punti qualunque di una retta *r* e costruisci le rette perpendicolari alla retta *r* passanti per i due punti fissati. Qual è la reciproca posizione delle due rette costruite? Puoi convalidare la tua risposta con il criterio di parallelismo considerando la retta *r* come trasversale?

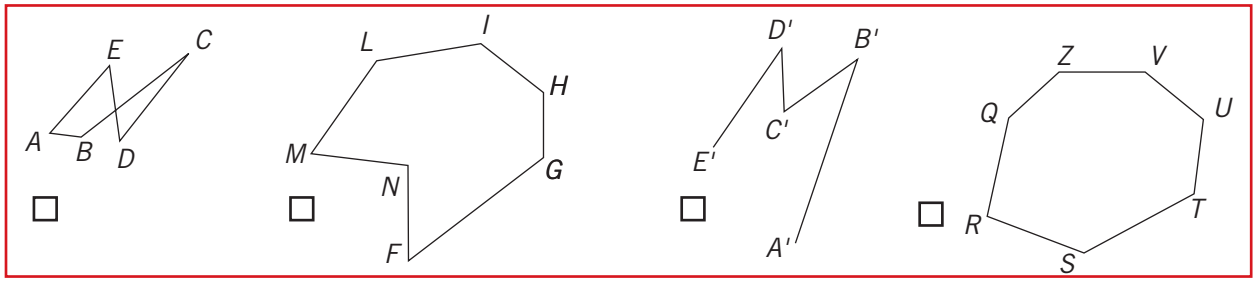
ESERCIZI E ATTIVITÀ
PER IL RECUPERO
PER IL POTENZIAMENTO



RECUPERO

Prima di effettuare gli esercizi per il recupero
è opportuno che tu riveda la teoria sul libro di testo.

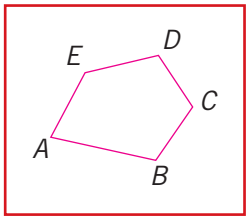
1. Tra le seguenti spezzate contrassegna i poligoni e completa la frase.



Un poligono è la parte di ..... delimitata da una .....

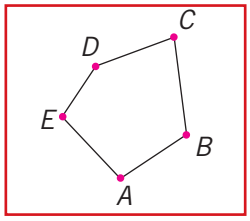
2. Con un colore segna le parti richieste, come negli esempi e completa.

Lati →



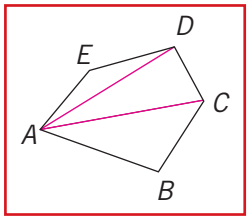
→ *AB, BC, CD* ....., ...

Vertici →



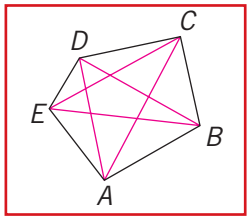
→ *A, B,* .....

Diagonali uscenti dal vertice *A* →



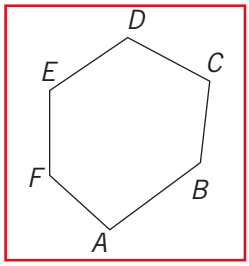
→ *AD,*.....

Diagonali →



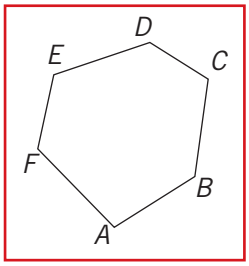
→ *AC, AD*.....
.....

Lati →



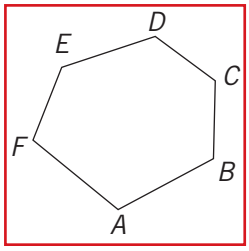
→ .....

Vertici →



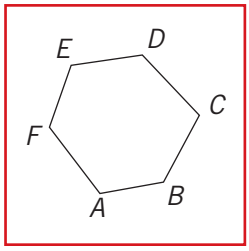
→ *A, B,* .....

Diagonali uscenti dal vertice *C* →



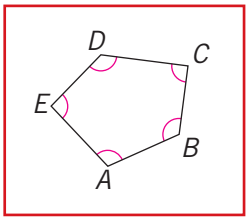
→.....
.....

Diagonali →



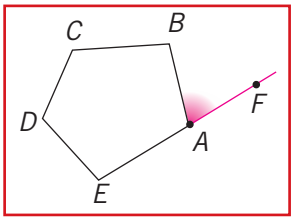
→ .....
.....

Angoli Interni →



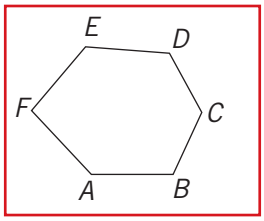
→ $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, ...

Angolo esterno di $\widehat{A}$ →



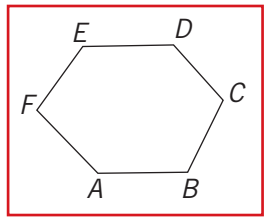
→ $F\widehat{A}B$

Angoli interni →



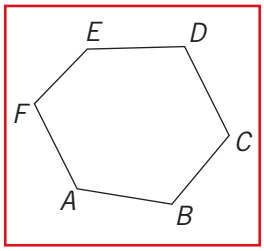
→ $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, ...

Angolo esterno → di $\widehat{B}$



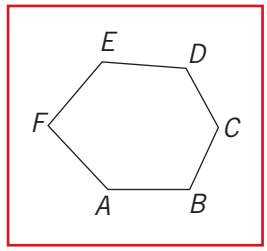
→ .....

Angolo esterno → di $\widehat{E}$



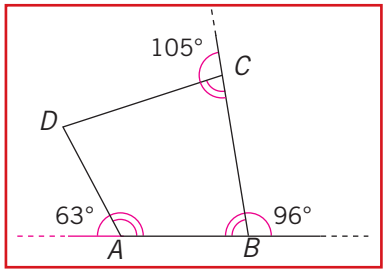
→ .....

Angolo esterno → di $\widehat{C}$



→ .....

3. Determina l'ampiezza degli angoli interni del seguente quadrilatero, seguendo le istruzioni. La somma di ciascun angolo interno con il relativo esterno è **180°**; quindi:

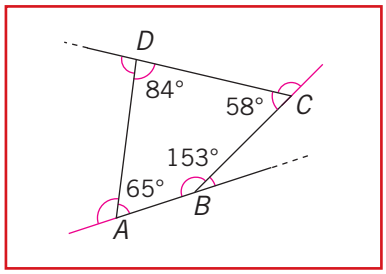


$\widehat{C}$ = 180° – 105° = ...

$\widehat{A}$ = 180° – ..... = ...

$\widehat{B}$ = ...

4. Determina l'ampiezza degli angoli esterni del seguente quadrilatero.



$\widehat{A}$ = 180° – 65° = ...

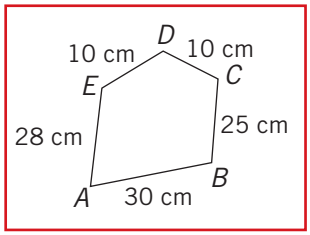
$\widehat{B}$ = ...

$\widehat{C}$ = ...

$\widehat{D}$ = ...

5. Calcola il perimetro dei seguenti poligoni.

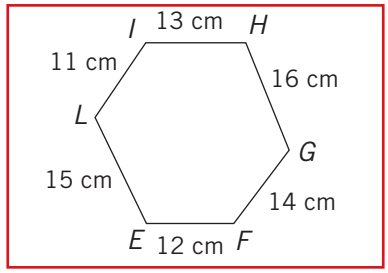
a)



$2p = \overline{AB} + \overline{BC}$ + ... + ... + ... =

30 + 25 + ... + ... + ... = ... cm

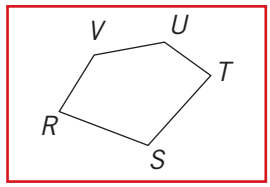
b)



2p = ... =

..... = ... cm

c)



$\overline{RS}$ = 28 cm
$\overline{ST}$ = 31 cm
$\overline{TU}$ = 11 cm
$\overline{UV}$ = 12 cm
$\overline{VR}$ = 17 cm

2p = ... =

..... = ... cm

POTENZIAMENTO

1. Determina l'ampiezza di un angolo esterno di un esagono regolare, di un decagono regolare e di un dodecagono regolare.

[60°; 36°; 30°]

2. Un poligono regolare ha gli angoli esterni di 72° ciascuno. Quanti lati ha il poligono?

3. Un poligono regolare ha gli angoli esterni di 45° ciascuno. Quanti lati ha il poligono? Quanto misura ogni suo angolo interno?

4. Quanti lati ha un poligono regolare i cui angoli interni misurano 108°? E quanti quello i cui angoli interni misurano 140°?

5. Quanti lati ha un poligono regolare i cui angoli esterni misurano 24°? Quanto misura ciascuno dei suoi angoli interni? Quante diagonali possiede?

6. Un quadrilatero ha gli angoli uguali due a due. I due maggiori superano i minori di 24°15′ 20″. Quanto misurano i quattro angoli del quadrilatero?

[77° 52′ 20″; 102° 7′ 40″]

7. In un pentagono *ABCDE* l'angolo $\widehat{A}$ è supplementare e triplo dell'angolo $\widehat{B}$. Gli altri tre angoli sono uguali. Quanto misurano gli angoli di tale pentagono?

[135° ; 45° ; 120°; ...; ...]

8. Esiste un pentagono con tre angoli congruenti di 120° ciascuno e due angoli retti? Se sì, disegnalo con precisione sul quaderno.

9. In un poligono ogni angolo interno è $\frac{3}{2}$ del suo adiacente esterno. Quanto misurano i due angoli? Di quale poligono si tratta?

[108°; 72°; ...]

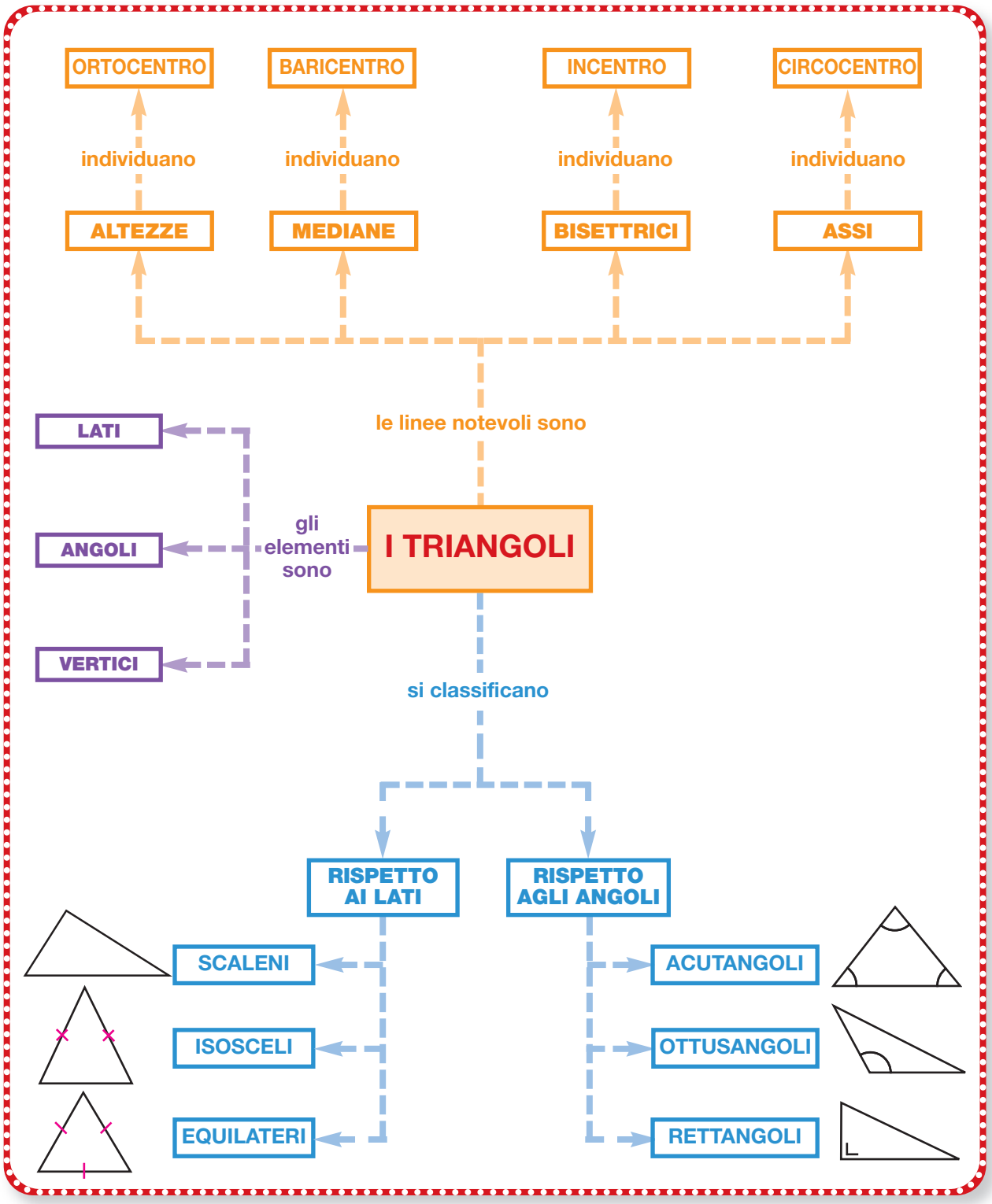
10. In un pentagono due angoli misurano 105° ciascuno; calcola le misure degli altri tre angoli sapendo che sono congruenti.

[110°]

11. In quale poligono la somma degli angoli esterni è $\frac{1}{3}$ della somma degli angoli interni?

12. In un quadrilatero *ABCD* si hanno le seguenti misure dei lati: $\overline{AB} = 15$ cm, $\overline{BC} = 25$ cm e $\overline{CD} = 48$ cm. Qual è la misura minima che può assumere il lato *AD* e qual è quella massima affinchè si possa costruire il quadrilatero?

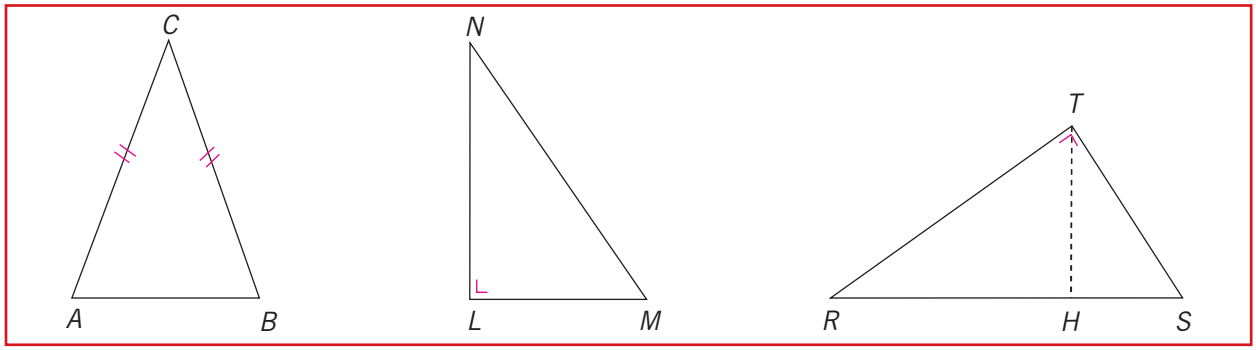
ESERCIZI E ATTIVITÀ
PER IL RECUPERO
PER IL POTENZIAMENTO



RECUPERO

Prima di effettuare gli esercizi per il recupero
è opportuno che tu riveda la teoria sul libro di testo.

1. Classifica i seguenti triangoli sia rispetto ai lati che agli angoli; scrivi, inoltre, i nomi delle parti indicate.

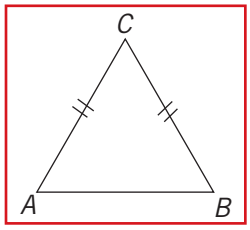


Triangolo .....
.....
AB è la .....
BC e *CA* sono .....
$\hat{A}$ ..... sono gli angoli .....
.....
$\hat{C}$ è l'angolo .....

Triangolo .....
.....
LM .....
MN .....
NL .....
.....
$\hat{L}$ è l'angolo .....

Triangolo .....
.....
RS .....
RT .....
TS .....
TH .....
$\hat{T}$ .....

2. In un triangolo isoscele il perimetro misura 154,2 dm e il lato obliquo 48,3 dm; calcola la misura della base.



$2p_{(ABC)} = 154{,}2$ dm $\qquad \overline{AB} = ?$

$\overline{AC} = \overline{CB} = 48{,}3$ dm

trova la misura della base *AB* sottraendo dalla misura del perimetro il doppio della misura del lato obliquo; quindi:

$\overline{AB} = 2p_{(ABC)} - 2 \times \overline{AC} = 154{,}2 - 2 \times$ ..... = ... dm

Utilizzando il procedimento dell'esercizio precedente risolvi i seguenti problemi.

3. Il perimetro di un triangolo scaleno misura 105 m, il primo lato 51 m e il secondo 32 m; quanto misura il terzo lato? [22 m]

4. In un triangolo rettangolo i cateti misurano 7,5 cm e 18 cm; determina la lunghezza dell'ipotenusa sapendo che il perimetro misura 45 cm. [19,5 cm]

5. Il perimetro, l'ipotenusa e il cateto maggiore di un triangolo rettangolo misurano rispettivamente 80 dm, 34 dm e 30 dm; quanto misura il cateto minore? [16 dm]

Risolvi i seguenti problemi seguendo le indicazioni.

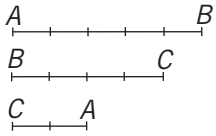
6. Il perimetro di un triangolo *ABC* misura 187 cm, il primo lato è $\frac{5}{4}$ del secondo e il terzo è la metà del secondo; calcola le misure dei tre lati.

$\overline{AB} = \frac{5}{4} \times \overline{BC} \qquad \overline{AB} = ?$

$\overline{CA} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \qquad \overline{BC} = ?$

$2p_{(ABC)} = 187$ cm $\qquad \overline{CA} = ?$

disegna tre segmenti che corrispondano ai tre lati:

primo lato 

.....

.....

il perimetro contiene 2+4+5 = ... segmentini:

u = 187 : .....

$\overline{AB}$ = u × 5 = ...

$\overline{BC}$ = u × 4 = ...

$\overline{CA}$ = u × 2 = ...

[85 cm; 68 cm; 34 cm]

7. In un triangolo isoscele *ABC* il lato obliquo è i $\frac{4}{7}$ della base; sapendo che il perimetro misura 165 dm, determina le misure dei tre lati.

$\overline{CA} = \overline{BC} = \frac{4}{7} \times \overline{AB}$ $\qquad \overline{AB} = ?$

$2p_{(ABCD)} = 165$ dm $\qquad \overline{CB} = ?$

$\overline{AC} = ?$

disegna i tre segmenti che corrispondono ai tre lati:

primo lato obliquo B C

..... C A .....

base A B

nel perimetro ci sono ..... segmentini; quindi:

$\overline{u}$ = 165 : .....

$\overline{AB} = \overline{u} \times$ .....

$\overline{BC} = \overline{u} \times$ .....

$\overline{AC} = \overline{u} \times$ .....

[44 dm; ...]

Risolvi i seguenti problemi utilizzando lo stesso procedimento di quelli precedenti.

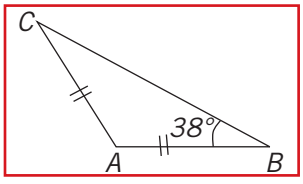
8. In un triangolo scaleno il primo lato è $\frac{5}{8}$ del secondo e il terzo lato è la metà del secondo; sapendo che il perimetro misura 35,7 m determina le misure dei tre lati.
(*il 1° lato contiene 5 segmentini; il 2° 8 segmentini e il terzo ...*) [10,5 m; 16,8 m; 8,4 m]

9. In un triangolo isoscele il lato obliquo è $\frac{3}{5}$ della base; sapendo che il perimetro misura 253 cm, determina la misura di ciascuno dei lati.
(*la base è formata da ..... segmentini e ciascun lato obliquo da .....*)
[69 cm; 115 cm]

10. L'ipotenusa di un triangolo rettangolo misura 58,5 m, un cateto è $\frac{5}{12}$ dell'altro e il perimetro misura 135 m. Determina le misure dei due cateti. [22,5 m; 54 m]

Risolvi i seguenti problemi seguendo le indicazioni.

11. Uno degli angoli alla base di un triangolo isoscele è ampio 38°; calcola l'ampiezza dell'angolo al vertice e classifica il triangolo rispetto agli angoli.

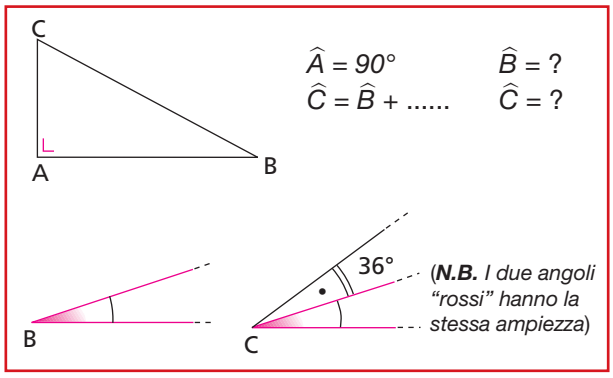


$\widehat{B} = \widehat{C} = 38°$ $\qquad \widehat{A} = ?$

$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$

trova l'ampiezza dell'angolo al vertice sottraendo da 180° (somma degli angoli interni di un triangolo) la somma della ampiezze di $\widehat{B}$ e $\widehat{C}$. $\widehat{A} = 180° - \widehat{B} \times 2 =$ .....
essendo $\widehat{A}$ = ... il triangolo è isoscele .....

12. In un triangolo rettangolo un angolo acuto supera l'altro di 36°; quanto sono ampi i due angoli?

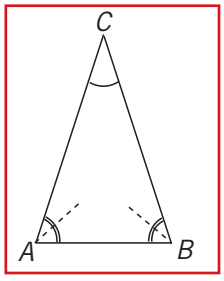


$\widehat{B} + \widehat{C} = 180° -$ ..... = ...;
in questa somma ci sono due "parti" congruenti a $\widehat{B}$ e un'altra "parte" che misura 36°; quindi:

$\widehat{B} = (90° - 36°) : 2 =$ .....

$\widehat{C} = \widehat{B} + 36° =$ .....

13. In un triangolo isoscele l'angolo al vertice è $\frac{1}{2}$ di ciascun angolo alla base; quanto è ampio ognuno degli angoli del triangolo?



$\widehat{C} = \frac{1}{2} \times \widehat{A}$ $\qquad \widehat{A} = ?$

$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = ...$ $\qquad \widehat{B} = ?$

(***N.B.*** *Gli angoli $\widehat{A}$ e $\widehat{B}$ sono il doppio di $\widehat{C}$*)

la somma degli angoli interni, che misura .....°, è costituita da 5 parti congruenti all'angolo al vertice; quindi:

$\widehat{C}$ = 180° : 5 = ...

ciascun angolo alla base è il doppio di quello al vertice; quindi:

$\widehat{A} = \widehat{B} = 2 \times \widehat{C} =$ .....

Risolvi utilizzando i procedimenti dei problemi precedenti.

14. Un angolo acuto di un triangolo rettangolo è i $\frac{2}{3}$ dell'altro; determina le ampiezze dei due angoli acuti. [36°; 54°]

15. In un triangolo isoscele ciascun angolo alla base è $\frac{2}{5}$ di quello al vertice; determina le ampiezze dei tre angoli.
[40°; 100°; ...]

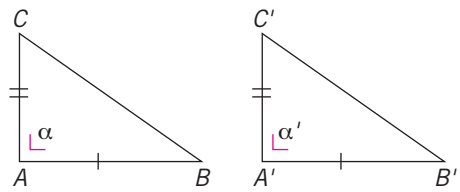
16. In un triangolo rettangolo i due angoli acuti sono uno i $\frac{3}{7}$ dell'altro; calcola le loro ampiezze. [27°; 63°]

POTENZIAMENTO

I criteri di congruenza nei triangoli rettangoli

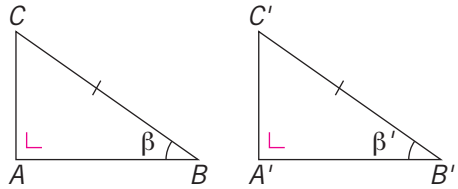
Due triangoli rettangoli hanno sempre un angolo congruente: **l'angolo retto**.
Pertanto, i criteri di congruenza che abbiamo visto per i triangoli in generale si possono modificare nei seguenti modi.

a) Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno **congruenti i due cateti**, per il 1° criterio di congruenza.



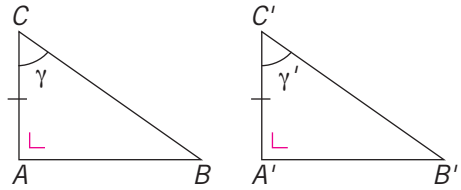
$\hat{\alpha} \cong \hat{\alpha}' = 90°$ $\quad$ $AB \cong A'B'$
$AC \cong A'C'$

b) Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti l'**ipotenusa e un angolo acuto**, per il 2° criterio di congruenza.



$\hat{\beta} \cong \hat{\beta}'$ $\quad$ $BC \cong B'C'$

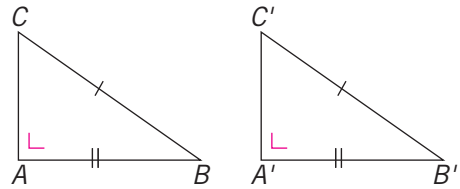
c) Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti un **cateto e l'angolo acuto ad esso adiacente**, per il 2° criterio di congruenza.



$\hat{\gamma} \cong \hat{\gamma}'$ $\quad$ $AC \cong A'C'$

Esiste un altro caso, detto **4° criterio di congruenza dei triangoli rettangoli**, che non è un caso particolare dei tre criteri di congruenza, ma è una caratteristica esclusiva dei triangoli rettangoli. Infatti solo in questi triangoli è possibile costruire un triangolo congruente ad un altro avendo solo due lati congruenti (l'ipotenusa e un cateto).

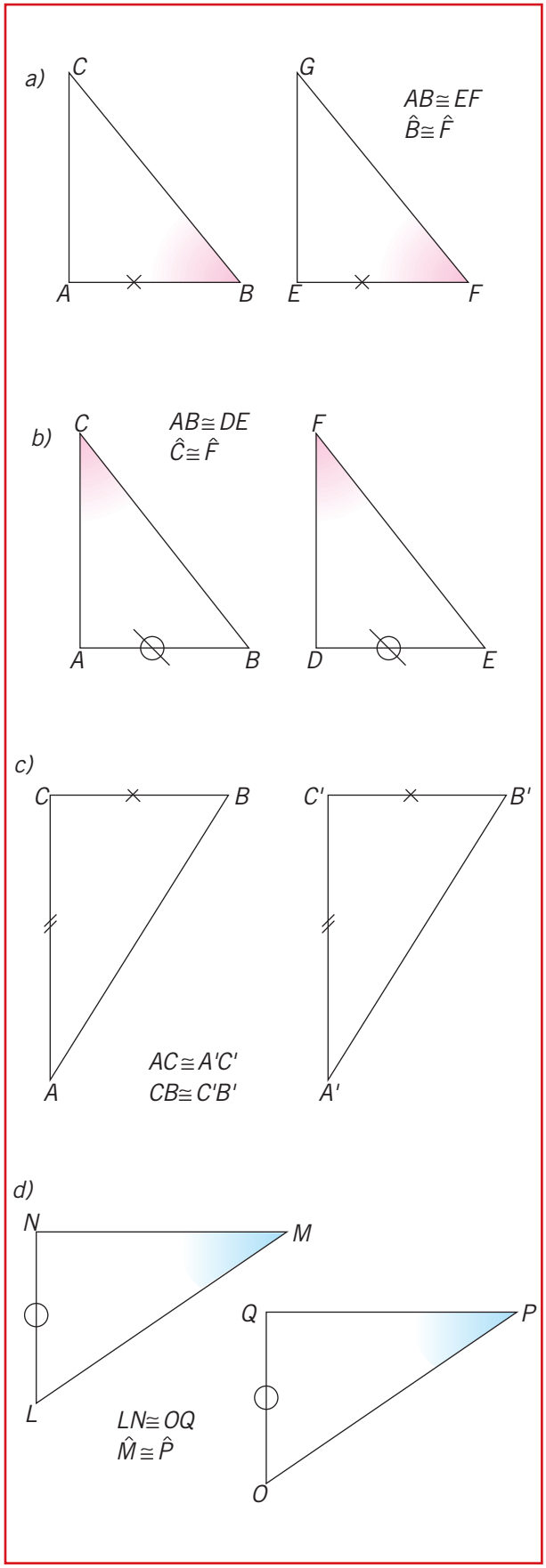
d) Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti l'**ipotenusa e un cateto**.



$BC \cong B'C'$ $\quad$ $AB \cong A'B'$

Risolvi i seguenti problemi.

1. Spiega perché i triangoli rettangoli delle coppie sotto riportate sono congruenti.



2. Si conoscono le misure dei cateti di due triangoli rettangoli, *ABC* e *A'B'C'*.
$\overline{AB} = \overline{A'B'} = 16$ cm e $\overline{AC} = \overline{A'C'} = 12$ cm
I due triangoli sono congruenti? Se sì, stabilisci il criterio applicato. Che cosa puoi dire delle ipotenuse *BC* e *B'C'* e degli angoli acuti $\widehat{B}$ e $\widehat{B'}$, $\widehat{C}$ e $\widehat{C'}$?

3. Disegna un triangolo rettangolo con l'ipotenusa lunga 10 cm; in quanti modi puoi disegnarlo?
Disegna ora un triangolo rettangolo con l'ipotenusa lunga 10 cm e un angolo ampio 75°. In quanti modi puoi disegnare il triangolo? Perché?
Disegna infine un triangolo con l'ipotenusa lunga 10 cm e un cateto lungo 6 cm; in quanti modi puoi disegnare il triangolo rettangolo?

4. Rispondi con vero o falso.

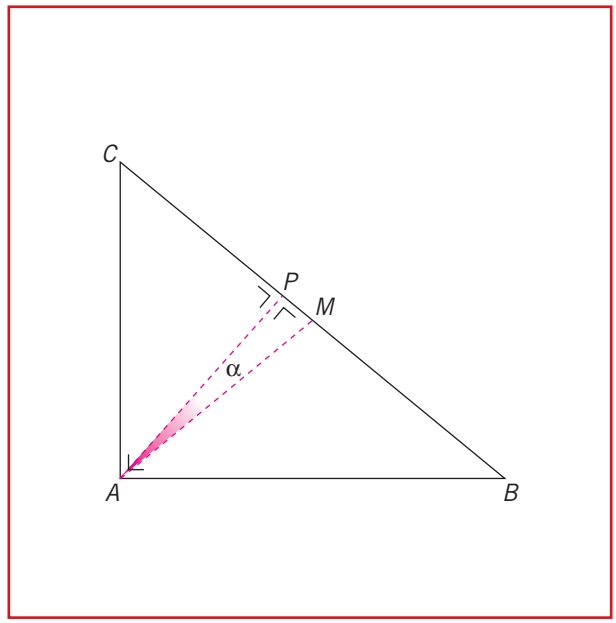
a) Non è unico il triangolo rettangolo con un cateto e l'ipotenusa lunghi rispettivamente 7 cm e 11 cm. **V** **F**

b) È unico il triangolo rettangolo con un cateto lungo 5 cm e l'angolo opposto ampio 40°. **V** **F**

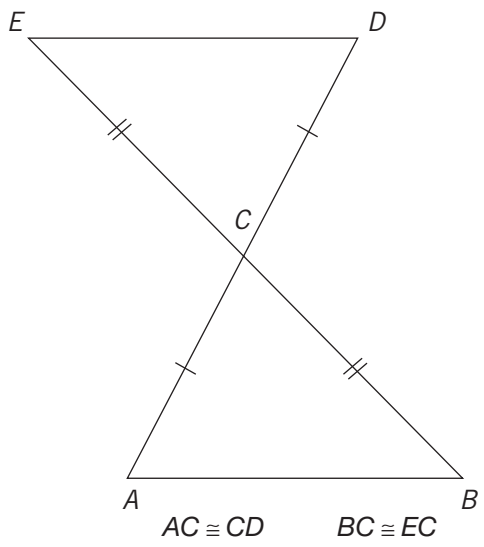
c) È unico il triangolo rettangolo con l'ipotenusa lunga 12 cm e un angolo acuto ampio 55°. **V** **F**

d) È unico il triangolo rettangolo con un cateto che misura 7,5 cm e l'angolo esterno adiacente ad un cateto ampio 105°. **V** **F**

5. Un angolo acuto di un triangolo rettangolo è $\frac{4}{5}$ dell'altro; calcola l'ampiezza dell'angolo $\widehat{\alpha}$ formato dall'altezza e dalla mediana relative all'ipotenusa. [10°]



6. Osserva la figura e in base ai dati forniti stabilisci se il triangolo *ABC* è congruente al triangolo *EDC*, motivando la risposta.

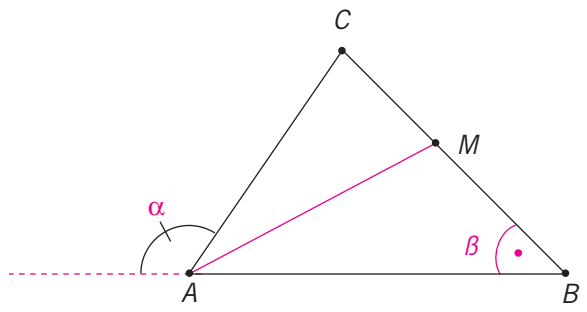


7. Un angolo di un triangolo è ampio 49°; quanto è ampio l'angolo formato dalle bisettrici degli altri due angoli, sapendo che la loro differenza è 11°? [114° 30′]

8. In un triangolo acutangolo *PQR*, *PH* è l'altezza relativa al lato *QR* e *RK* è l'altezza relativa al lato *PQ*. Calcola le ampiezze degli angoli interni del triangolo *PQR* sapendo che gli angoli $P\hat{R}K$ e $H\hat{P}R$ sono ampi 35° e 32°.
[55°; 58°; 67°]

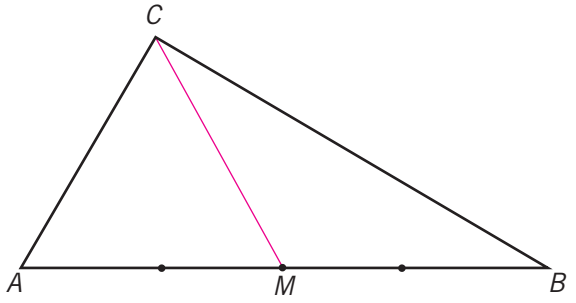
9. $\overline{AB} = 5$ cm
$\overline{AC} = 3{,}6$ cm
$\overline{BC} = 4{,}2$ cm
$C\hat{A}M = B\hat{A}M$
$\hat{\alpha} = 125°$
$\hat{\beta} = 45°$

$2p_{(ABC)} = ?$
$\hat{A} = ?$
$\hat{C} = ?$
$C\hat{A}M = ?$
$C\hat{M}A = ?$
$M\hat{A}B = ?$
$A\hat{M}B = ?$



[12,8 cm; 55°; 80°; 27° 30′; 72° 30′; 27° 30′; 107° 30′]

10. $\overline{AM} = \overline{BM}$
$\overline{AB} = 2 \times \overline{AC}$
$2p_{(ABC)} = 14{,}2$ cm
$\overline{BC} = 5{,}2$ cm
$\hat{A} = 60°$
Che tipo di triangolo è *AMC*?
.....
Che tipo di triangolo è *BMC*?
.....
$2p_{(AMC)} = ?$ $2p_{(BMC)} = ?$
$\hat{B} = ?$
$C\hat{M}B = ?$
$B\hat{C}M = ?$

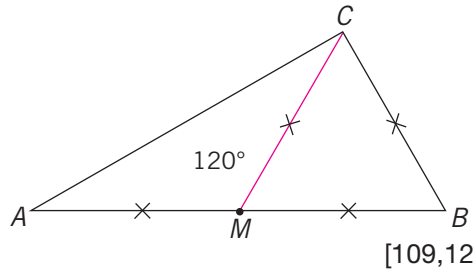


[9 cm; 11,2 cm; 30°; 120°; 30°]

11. Disegna un triangolo *ABC*, considera un qualunque punto *P* del piano, congiungilo con i vertici del triangolo e prolunga ciascun segmento dalla parte di *P* in modo che:
$\overline{PA} = \overline{PD}$;
$\overline{PB} = \overline{PE}$;
$\overline{PC} = \overline{PF}$.
Secondo quale criterio i triangoli *ABC* e *DEF* sono congruenti?

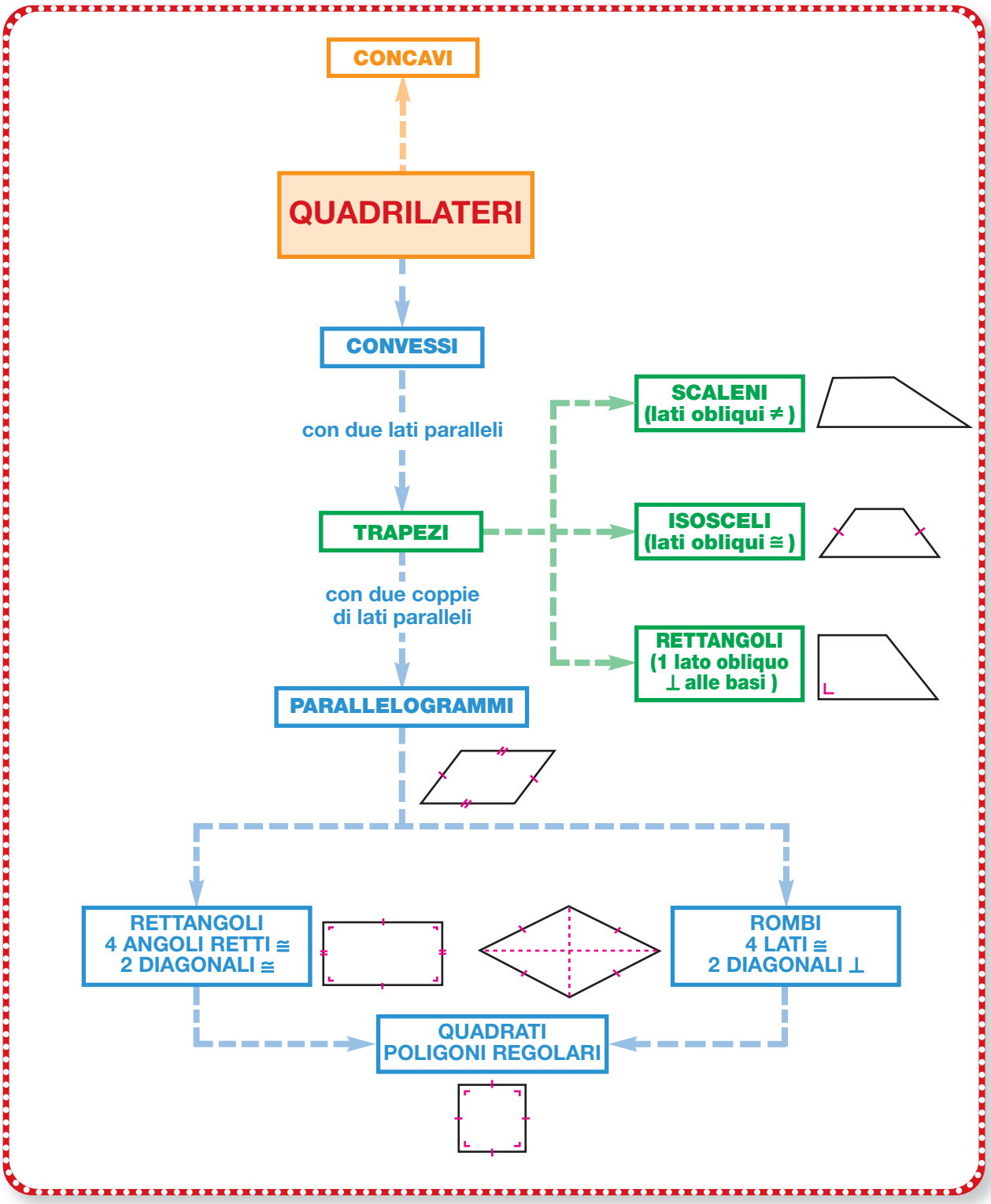
12. Congiungendo tra di loro i punti medi dei lati di un triangolo equilatero, si ottengono quattro triangoli. Utilizzando i criteri di congruenza dimostra che i quattro triangoli sono congruenti.

13. La mediana relativa alla base di un triangolo scaleno *ABC* lo divide in un triangolo equilatero e in un triangolo isoscele ottusangolo con l'angolo di 120°. Sapendo che la mediana misura 25 cm e che il perimetro del triangolo isoscele è 84,12 cm, calcola la misura del perimetro del triangolo scaleno *ABC*.



[109,12 cm]

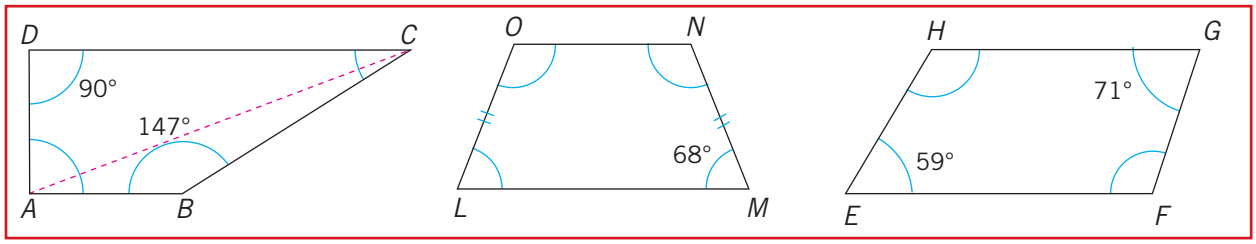
ESERCIZI E ATTIVITÀ
PER IL RECUPERO
PER IL POTENZIAMENTO



RECUPERO

Prima di effettuare gli esercizi per il recupero
è opportuno che tu riveda la teoria sul libro di testo.

1. Per ciascuno dei trapezi dell'illustrazione esegui le seguenti richieste:
a) scrivi il nome del trapezio
b) individua e scrivi il nome della base maggiore e minore
c) calcola le ampiezze degli angoli
d) traccia le diagonali e scrivi il loro nome.

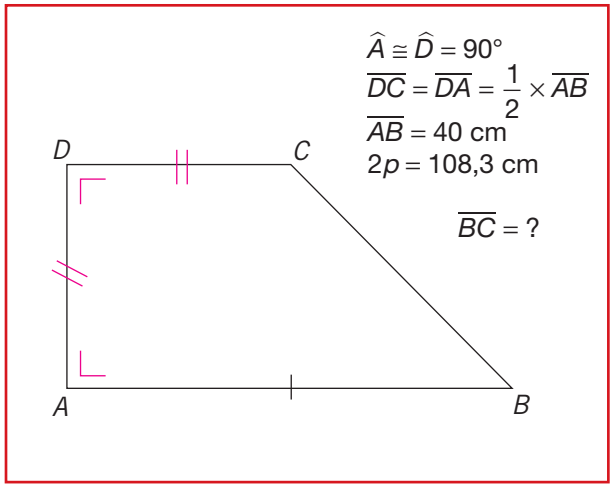


a) .....
b) .....
$DC \rightarrow$ base maggiore
c) $\hat{C} = 180° - \hat{B} = 180° - 147° =$ ...
.....
d) $AC \rightarrow$ diagonale maggiore
.....

a) .....
b) .....
.....
c) $\hat{L} \cong \hat{M}$ = ...
.....
d) .....
.....

a) .....
b) $HG \rightarrow$ base minore
.....
c) .....
.....
d) .....
.....

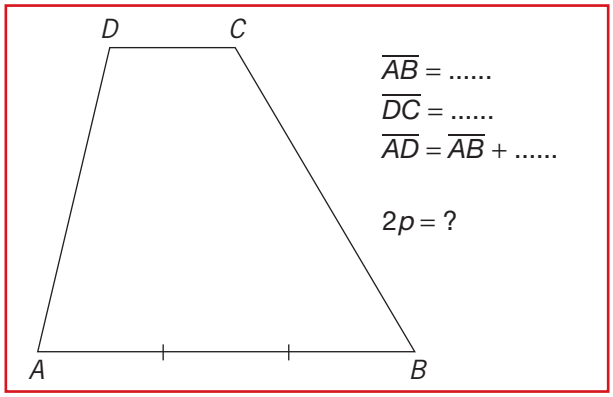
2. In base all'illustrazione e ai dati forniti, risolvi il seguente problema.



calcola la misura del lato DA e della base minore:
$\overline{DC} = \overline{DA} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} = 40$: .....

per trovare BC devi sottrarre dal perimetro la somma dei tre lati conosciuti; quindi:
$\overline{BC} = 2p - (\overline{AB} + \overline{DC} + \overline{DA}) = 108{,}3 -$ .....
.....

3. In un trapezio la base minore è $\frac{1}{3}$ di quella maggiore che misura 36,6 dm. Sapendo che i due lati superano rispettivamente di 3 dm e 14,8 dm la base maggiore, calcola il perimetro del trapezio e classificalo.



calcola la misura della base minore:
$\overline{DC} = \overline{AB} : 3 =$ .....
calcola le misure dei due lati obliqui:
$\overline{DA}$ = ...
$\overline{CB}$ = ...
calcola il perimetro:
$2p$ = ...

[139,8 dm; trapezio .....]

4. Le basi di un trapezio misurano 36 m e 52 m; ciascun lato obliquo è i $\frac{2}{3}$ della base minore, classifica il trapezio e calcola il perimetro.

[136 m; ...]

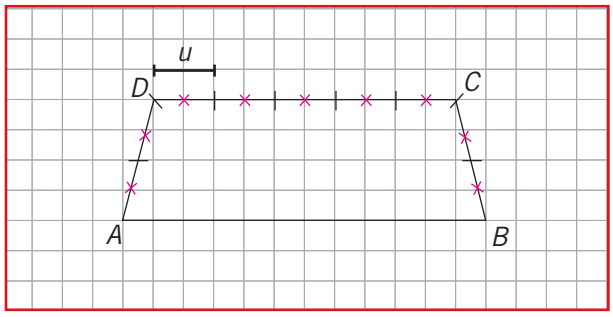
5. Considera un trapezio isoscele avente il perimetro di 91 cm e la base maggiore il doppio della minore. Determina le misure delle basi sapendo che ciascuno dei lati obliqui misura 14 cm.

[21 cm; ...]

6. Un trapezio ha il perimetro di 138 m e i lati obliqui di 25 m e 29 m; sapendo che la base maggiore supera la minore di 37 m, calcola la misura di ciascuna delle basi.

[23,5 m; 60,5 m]

7. In un trapezio isoscele ciascun lato obliquo è i $\frac{2}{5}$ della base minore, il perimetro misura 171 dm e la base maggiore 72 dm. Calcola la misura della base minore e dei lati obliqui.



$\overline{AB}$ = ... $\overline{DC}$ = ?

$\overline{AD} = \overline{BC}$ = ... $\overline{AD}$ = ?

$2p$ = ... $\overline{CB}$ = ?

Se dalla misura del perimetro sottrai quella della base maggiore, ottieni la somma $AD + DC + CB$,
ovvero un segmento che contiene 9 parti congruenti; quindi:

$\overline{AD} + \overline{DC} + \overline{CB} = 2p - \overline{AB}$ = ...

.....

calcola il valore di una parte:

u = ... : 9 = ...

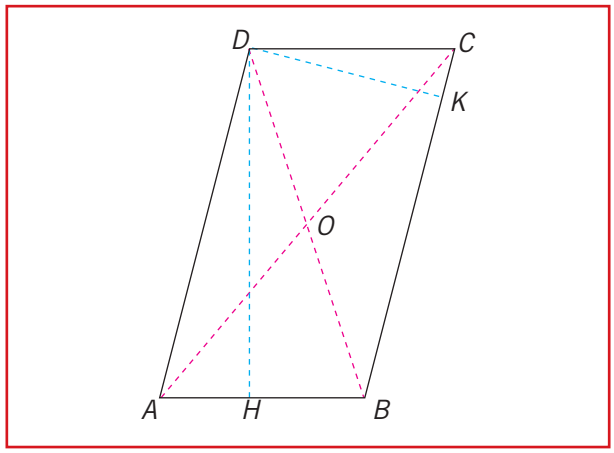
calcola infine le misure della base minore e dei lati obliqui:

$\overline{AD} = \overline{CB}$ = ... × 2 = ...

$\overline{DC}$ = ... × 5 = ...

[55 cm; 22 cm]

8. Considera il parallelogramma dell'illustrazione e completa le affermazioni ad esso relative:



AB // ..... BC // .....

AD .... ≅ DC

DH è l'altezza relativa al lato .....

DH ⊥ .....

DK è .....

.....

⊥

.....

AC e DB sono .....; .....

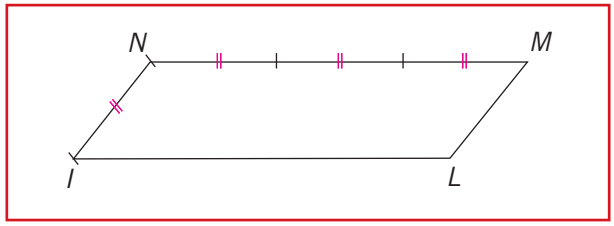
AO ≅ .....; ..... ≅ OB

$\hat{A}$ = ...; $\hat{D}$ = ...

$\hat{A}$ + ... = 180°

$\hat{B}$ + ... = ...

9. In un parallelogramma un lato è il triplo del suo consecutivo che misura 23,5 dm; calcola il perimetro.



$\overline{NM}$ = 3 × ..... $2p$ = ?

$\overline{NI}$ = ...

Calcola la misura di NM :

$\overline{NM} = 3 \times \overline{NI}$ .....

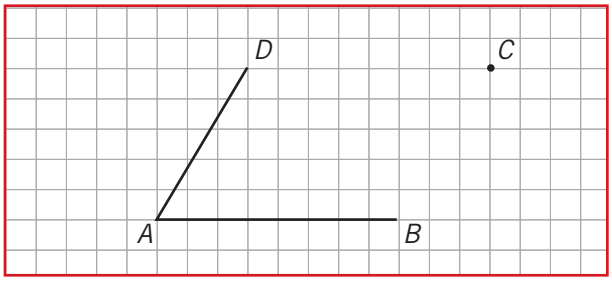
Calcola ora il perimetro:

$2p = (\overline{NM} + \overline{NI}) \times 2$ = ...

.....

[188 dm]

10. Il perimetro di un parallelogramma misura 201 cm e un lato 35,5 cm; calcola la lunghezza dell'altro lato.
Completa il disegno e i dati



$2p$ = ... $\overline{AB}$ = ?

$\overline{DA}$ = ...

Il perimetro è costituito da $(\overline{DA} + \overline{AB}) \times 2$;

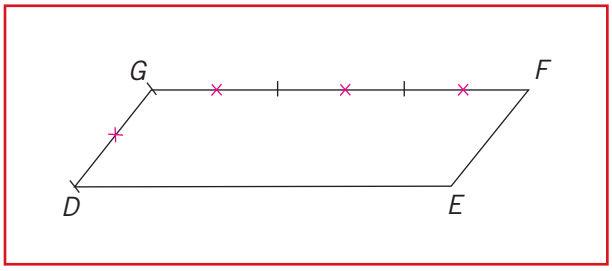
quindi:

$\overline{AB} = 2p : 2 - \overline{DA}$ = ...

.....

[65 cm]

11. Il perimetro di un parallelogramma è 424 dm e un lato è il triplo del suo consecutivo; determina la lunghezza di ciascuno dei due lati.



$\overline{GF} = 3 \times$ ..... $\overline{GF}$ = ?

$2p$ = 424 dm $\overline{GD}$ = ?

Nel semiperimetro (perimetro diviso due) sono contenute 4 parti congruenti a DG; quindi:

$p = 2p : 2 = 424 : 2$ = ...

$\overline{DG} = p : 4$ = ...

$\overline{GF} = \overline{DG} \times 3$ = ...

[53 dm; 159 dm]

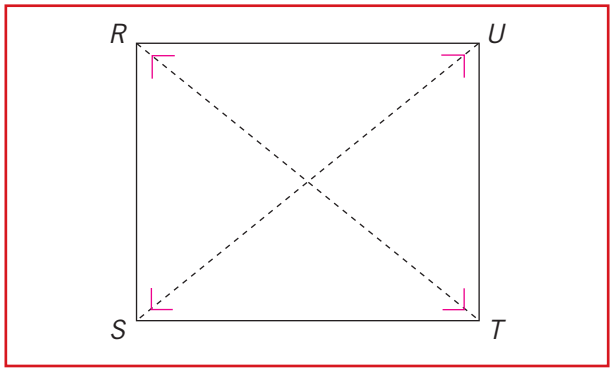
12. Disegna un parallelogramma che abbia i lati maggiori quadrupli dei minori. Determina le misure dei lati supponendo che il perimetro sia di 150 m.

[15 m; 60 m]

13. Considera un parallelogramma avente il lato minore che sia $\frac{1}{5}$ del lato maggiore.
Determina le misure dei lati supponendo che il perimetro sia di 840 cm.

[70 cm; 350 cm]

14. Completa le affermazioni relative al rettangolo dell'illustrazione.



RS // e ≅ .....

UR // e ≅ .....

$RS \perp$ .....

$UT \perp$ .....

$RS \rightarrow$ altezza relativa alla base .....

..... e $TS \rightarrow$ dimensioni del rettangolo

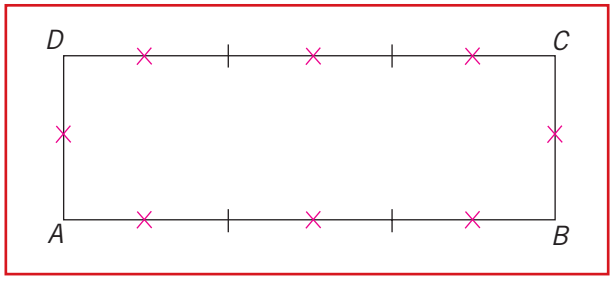
$\hat{U} = \hat{T}$ = ... = ... = 90°

$RT \cong$ ..... $\rightarrow$ diagonali

15. Disegna un rettangolo che abbia la base tripla dell'altezza e determina la misura delle dimensioni sapendo che il perimetro del rettangolo misura 96 cm.

$\overline{AB}$ = ... $\overline{AB}$ = ?

$2p$ = ... $\overline{BC}$ = ?



Il disegno mette in evidenza che il perimetro di $ABCD$ contiene 8 (3 + 1 + 3 + 1) segmenti congruenti a BC, per cui:

$\overline{BC} = 2p$: ..... = ...

$\overline{AB} = \overline{BC} \times 3$ = ...

[12 cm; 36 cm]

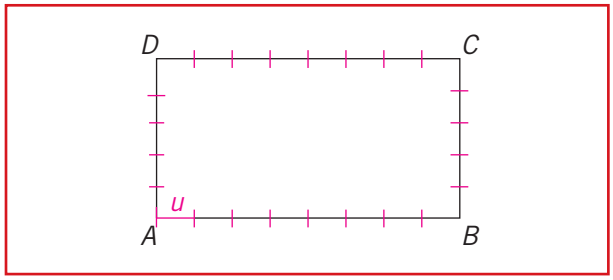
Il problema poteva anche essere risolto utilizzando il **semiperimetro**, che contiene 4 parti congruenti a BC, quindi:

$p = 2p : 2$ = ...

$\overline{BC} = p : 4$ = ...

$\overline{AB} = \overline{BC} \times 3$ = ...

16. Considera un rettangolo avente l'altezza uguale ai $\frac{5}{8}$ della base e il perimetro di 104 dm; calcola le misure delle dimensioni.



$\overline{BC} = \frac{5}{8}$ di ..... $\overline{AB} = ?$

$2p =$ ..... $\overline{BC} = ?$

Dal disegno risulta che nel perimetro sono contenute 26 (5 + 8 + 5 + 8) parti congruenti; quindi:

$u = 104 : 26 =$ .....

$\overline{AB} = u \times 8 =$ .....

$\overline{BC} = u \times 5 =$ .....

[32 dm; 20 dm]

Risolvi ora il problema utilizzando il semiperimetro che contiene 13 (5 + 8) parti congruenti; quindi:

$p = 2p : 2 =$ .....

$u = p : 13 =$ .....

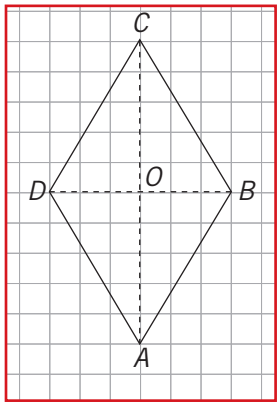
$\overline{AB} =$ .....

$\overline{BC} =$ .....

17. Il perimetro di un rettangolo misura 320 dm e la base è i $\frac{3}{5}$ dell'altezza; determina le misure delle dimensioni. [60 cm; 100 cm]

18. Disegna un rettangolo avente l'altezza uguale ai $\frac{2}{5}$ della base; calcola le dimensioni supponendo che il perimetro sia 54,6 m. [7,8 m; 19,5m]

19. Considera il rombo dell'illustrazione e completa le affermazioni.



$AB \cong$ ..... $\cong CD \cong$ .....

AB // ..... AD // .....

$\widehat{C}$ ..... $\widehat{A}$ $\widehat{D} \cong$ .....

$2p = \ell \times$ ..... $\rightarrow \ell =$ .....

$CA \perp$ ..... CA ..... DB

$CO \cong$ ..... $OB \cong$ .....

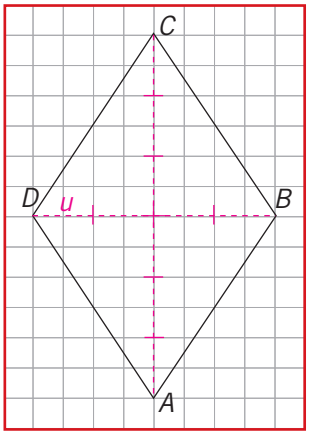
$D\widehat{C}O \cong$ .....

$B\widehat{A}O \cong$ .....

$A\widehat{D}O \cong$ ..... $C\widehat{B}O \cong$ .....

20. Il perimetro di un rombo misura 92 dm; calcola la misura del lato. [23 dm]

21. In un rombo la diagonale minore è $\frac{4}{6}$ della maggiore e la loro somma è 65 m; calcola le misure delle due diagonali.



$\overline{DB} =$ .....

$\overline{AC} + \overline{DB} =$ .....

$\overline{AC} = ?$

$\overline{DB} = ?$

La somma delle diagonali contiene ..... parti congruenti; quindi:

$u = 65 :$ .....

$\overline{DB} =$ ..... $\times 4 =$ .....

$\overline{AC} =$ ..... $\times 6 =$ .....

22. Calcola la lunghezza del lato di un rombo isoperimetrico a un triangolo equilatero avente il lato di 18,4 dm.
(*Dopo aver disegnato le due figure e scritto i dati, calcola il perimetro del triangolo equilatero; il perimetro calcolato è anche quello del rombo; applicando la formula inversa determina la lunghezza del lato del rombo.*)
[13,8 dm]

23. Calcola la lunghezza del lato di un rombo isoperimetrico a un parallelogramma avente i lati consecutivi di 8 m e 13 m. [10,5 m]

24. Quali tra le seguenti caratteristiche un quadrato ha in comune con un rettangolo?

- a 4 lati congruenti
- b 4 angoli retti
- c Diagonali perpendicolari
- d Diagonali congruenti
- e Solo una coppia di lati paralleli
- f Formula per il calcolo del perimetro

25. Quali tra le seguenti caratteristiche un quadrato ha in comune con un rombo?

- a 4 lati congruenti
- b 4 angoli retti
- c Diagonali perpendicolari
- d Diagonali congruenti
- e Solo una coppia di lati paralleli
- f Formula per il calcolo del perimetro

26. Un quadrato ha il perimetro di 168 dm; calcola il lato del quadrato e il perimetro di un rombo avente il lato che supera di 6 dm quello del quadrato.
Disegna le due figure e scrivi i dati.

Calcola il lato del quadrato:

.....

.....

Calcola il lato del rombo (aggiungi 6 dm al lato del quadrato):

.....

.....

Calcola il perimetro del rombo:

.....

.....

[192 dm]

27. Considera un quadrato avente il lato di 9 cm e un parallelogramma isoperimetrico al quadrato con il lato maggiore triplo del minore. Calcola la misura di ciascuno dei lati del parallelogramma.

[4,5 cm; 13,5 cm]

28. Considera un rombo avente il perimetro di 256 m e un quadrato avente il lato uguale ai $\frac{9}{8}$ di quello del rombo. Calcola il perimetro del quadrato.
(*Dopo aver disegnato le figure, scrivi i dati; calcola il lato del rombo con la formula inversa del perimetro; calcola il lato del quadrato dividendo per 8 e moltiplicando per 9 il lato del rombo; ….*)

[288 m]

29. Un quadrato e un triangolo equilatero sono isoperimetrici; sapendo che il lato del triangolo misura 84 cm, calcola la misura del lato del quadrato.

[63 cm]

30. Riporta su un piano cartesiano le seguenti quaterne di punti, congiungili nell'ordine dato e classifica i quadrilateri ottenuti.

a) A (6;0)	B (10;2)	C (6;4)	D (2;2)
b) I (15;1)	L (15;10)	M (11;8)	N (11;3)
c) P (1;7)	Q (6;7)	R (8;11)	S (3;11)
d) E (1;4)	F (10;4)	G (10;6)	H (1;6)
e) T (13;4)	U (13;12)	V (9;12)	Z (9;9)

POTENZIAMENTO

1. In un quadrilatero *ABCD* l'angolo $\widehat{A}$ misura 60° e gli altri tre sono congruenti. Calcola le loro ampiezze.
Traccia la bisettrice *BS* e determina le ampiezze dei due angoli che tale bisettrice forma con il lato *AD*.

[100°; 70°; 110°]

2. Un quadrilatero è diviso da una sua diagonale in due triangoli isosceli, che hanno come base la diagonale stessa.
Sapendo che gli angoli al vertice dei due triangoli misurano 50° e 110°, calcola le ampiezze dei quattro angoli del quadrilatero.

[110°; 50°; 100°; 100°]

Risolvi i seguenti problemi, dopo aver effettuato un disegno preciso sul tuo quaderno, utilizzando di volta in volta i dati forniti.

3. Sia *ABCD* un trapezio isoscele e *O* il punto di incontro delle sue diagonali.

$AD \cong CB$ $\quad O\widehat{D}A = ?$ $\quad C\widehat{B}O = ?$ $\quad D\widehat{O}A = ?$

$D\widehat{O}C = 153°$ $\quad \widehat{A} = ?$ $\quad \widehat{B} = ?$

$O\widehat{A}D = 25°\ 30'$ $\quad \widehat{D} = ?$ $\quad \widehat{C} = ?$

4. Sia *ABCD* un trapezio rettangolo e *DB* una sua diagonale.

$AD \cong AB$ $\quad \widehat{B} = ?$

$\widehat{C} = 108°$ $\quad C\widehat{D}B = ?$ $\quad D\widehat{B}C = ?$

5. Sia *ABCD* un trapezio rettangolo, *AC* la sua diagonale minore e *CB* il lato obliquo.

$AC \perp CB$ $\quad \hat{B} = ?$
$C\hat{A}B = 37°$ $\quad D\hat{C}A = ?$
$D\hat{A}C = ?$

6. Sia *ABCD* un rettangolo di base *AB* e *O* il punto di incontro delle diagonali.

$A\hat{O}B = 120°$ $\quad C\hat{O}B = ?$
$\overline{BC} = 18{,}9$ cm $\quad A\hat{C}B = ?$
$B\hat{D}C = ?$
$2p_{(DOA)} = ?$

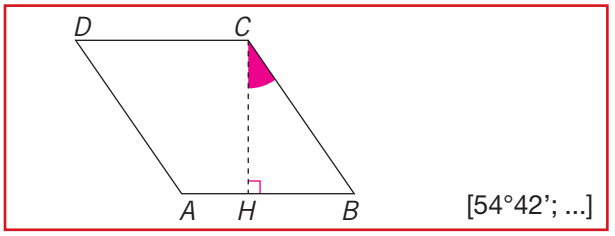
Considera un parallelogramma *ABCD*, di base *AB* e lato obliquo *BC*. In base alle indicazioni fornite, determina gli elementi incogniti.

7. $\hat{B} = 2 \times \hat{A} + 8°$ $\quad \hat{A} = ?$
$\hat{B} = ?$ [57°20'; ...]

8. $\overline{AB} = \overline{DB} = 25$ cm $\quad \hat{B} = ?$
$\hat{A} = 60°$ $\quad 2p_{(ABCD)} = ?$
[...; 100 cm]

9. $\hat{\delta}$ angolo esterno a $\hat{D}$, $\hat{\delta} = 53°25'$
$\overline{AB} = \frac{3}{2} \times \overline{BC}$ $\quad \hat{A} = ?$ $\quad \hat{B} = ?$
$2p_{(ABCD)} = 360$ cm $\quad \overline{AB} = ?$ $\quad \overline{BC} = ?$
[...; 108 cm; 72 cm]

10. $CH \perp AB$ $\quad \hat{B} = ?$
$B\hat{C}H = 35°18'$ $\quad \hat{A} = ?$

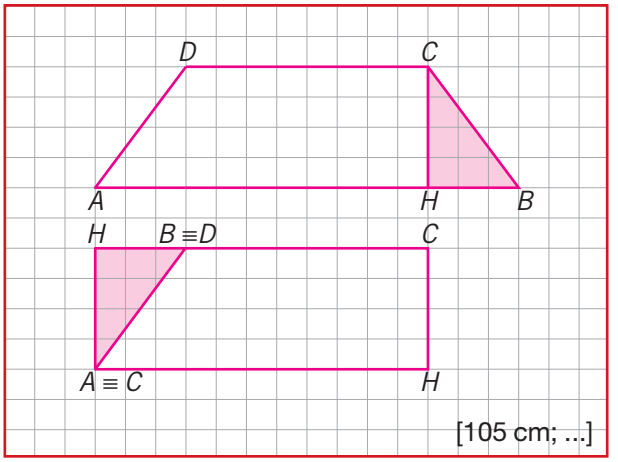


[54°42'; ...]

11. In un parallelogramma un lato misura 20 cm e l'altro è i suoi $\frac{3}{5}$. Calcola la misura del perimetro. Dato poi un trapezio isoscele isoperimetrico al parallelogramma, calcola la misura dei lati obliqui del trapezio sapendo che la differenza delle basi è 10 cm e che una è i $\frac{7}{12}$ dell'altra. [64 cm; 13 cm]

12. Un rettangolo ha la base di 24 cm e l'altezza che supera di 7 cm i $\frac{5}{6}$ della base. Calcola il perimetro. [102 cm]

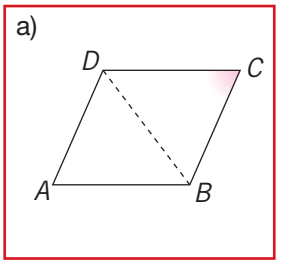
13. In un trapezio isoscele il perimetro misura 112,6 cm, il lato obliquo 17,8 cm, la sua proiezione sulla base maggiore 11 cm e l'altezza 14 cm. Trasportando il triangolo *CHB*, come illustrato in figura, si ottiene un rettangolo. Calcola la misura del perimetro del rettangolo e confrontala con quella del perimetro del trapezio.



[105 cm; ...]

14. Osserva le illustrazioni e utilizzando i dati indicati calcola il valore di ciascuna incognita.

a)

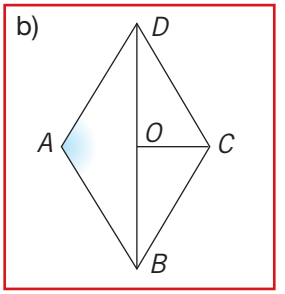


ABCD è un rombo $\quad \hat{D} \cong \hat{B} = ?$
$\hat{C} = 60°$
$\overline{DB} = 13{,}7$ cm

Il triangolo *DBC* è .....
.....

$2p_{(ABCD)} = ?$

b)

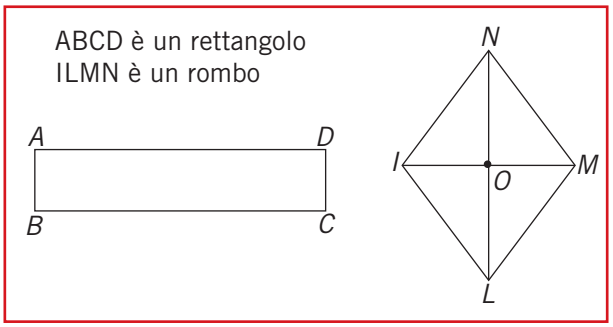


ABCD è un rombo $\quad A\hat{D}B \cong A\hat{B}D = ?$
$\hat{A} = 120°$ $\quad \hat{D} \cong \hat{B} = ?$
$\overline{OC} = 40{,}5$ cm $\quad 2p_{(ABCD)} = ?$

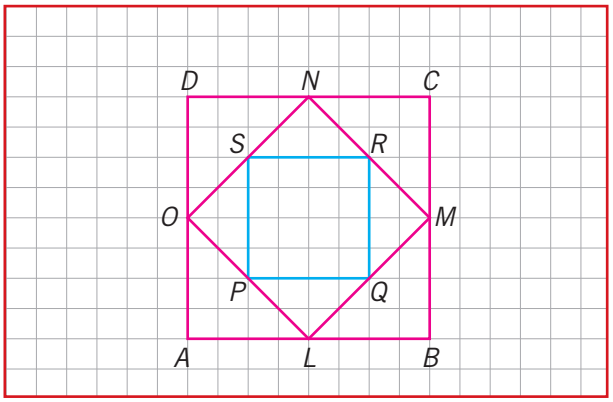
15. Un trapezio isoscele, un rettangolo e un quadrato sono isoperimetrici. Nel trapezio la base maggiore è $\frac{13}{8}$ della minore e la loro differenza è 20 cm; ogni lato obliquo è $\frac{1}{4}$ della base maggiore.
Calcola:
– le misure dei lati del trapezio; [52 cm; 32 cm; 13 cm]
– la misura del lato del quadrato; [27,5 cm]
– le misure delle dimensioni del rettangolo sapendo che la base è $\frac{4}{7}$ dell'altezza. [20 cm; 35 cm]

16. Scrivi il testo di un problema cui corrispondano l'illustrazione a fianco e i relativi dati:
$\overline{AB} = 8$ dm $\quad \overline{LM} = ?$ .....
$\overline{CB} = 40$ dm
$2p_{(ILMN)} = \frac{4}{5} \times 2p_{(ABCD)}$

Risolvi ora il problema.



17. Osserva la figura:
il quadrato *LMNO* è ottenuto congiungendo i punti medi del quadrato *ABCD*; il quadrato *PQRS* è ottenuto congiungendo i punti medi del quadrato *LMNO*.
Sapendo che il lato *AB* misura 18 cm, calcola i perimetri dei quadrati *ABCD* e *PQRS*.



18. Disegna un triangolo isoscele *ABC* con $AC \cong BC$, sapendo che la base *AB* è $\frac{6}{5}$ di *AC*.
Sulla base *AB* costruisci un quadrato *ABDE*. Ottieni il poligono *ABCDE* il cui perimetro è lungo 280 cm.
Calcola la lunghezza dei suoi lati.
[50 cm; 50 cm; 60cm; 60 cm; 60 cm]

Riporta su un piano cartesiano le seguenti quaterne di punti, congiungili nell'ordine dato, classifica e descrivi i quadrilateri.

19. a) *A* (5;0) *B* (5;10) *C* (2;5) *D* (2;2)
b) *L* (4;1) *M* (8;5) *N* (4;9) *O* (0;5)
c) *D* (10;1) *E* (13;7) *F* (5;11) *G* (2;5)

20. a) *A* (3,5;0,5) *B* (6,5;2,5) *C* (3,5;4,5) *D* (0,5;2,5)
b) *R* (0;0,5) *S* (2,5;0,5) *T* (2,5;3,5) *U* (0;5,5)
c) *P* (0,5;1,5) *Q* (4,5;1,5) *R* (6;3,5) *S* (2;3,5)

1 Sistemi di numerazione

Competenze trasversali

- Comprendere ed interpretare informazioni e comunicare con linguaggi diversi
- Mettere in relazione
- Collocare un evento nello spazio e nel tempo
- Generalizzare

Aree e nuclei tematici

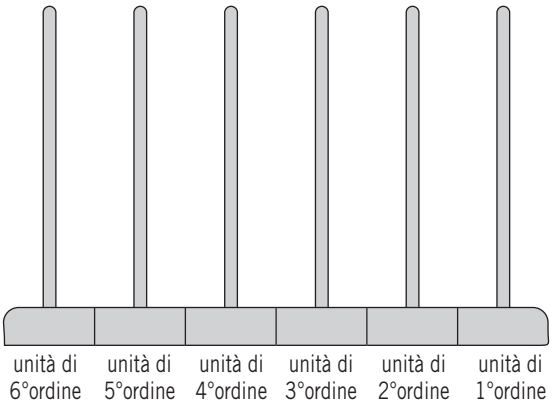
- Il numero
- Aspetti storici connessi alla matematica
- Introduzione al pensiero razionale

Abilità disciplinari

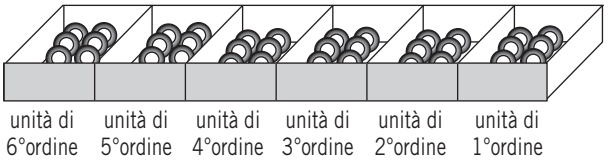
- Rappresentare un numero con l'abaco orizzontale e verticale
- Trasformare da base 10 a base diversa da 10 e viceversa
- Scrivere un numero in forma polinomiale

1ª FASE Rappresentiamo numeri con l'abaco

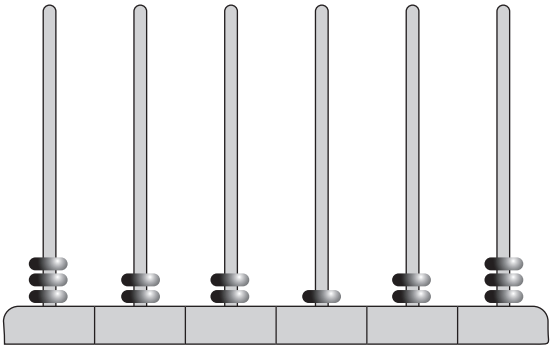
Gli alunni divisi in gruppi di 4 o 5 e con l'aiuto dell'insegnante devono costruire, per ogni gruppo, un abaco verticale e uno orizzontale, utilizzando listelli di legno, bastoncini o chiodi lunghi e cartone.



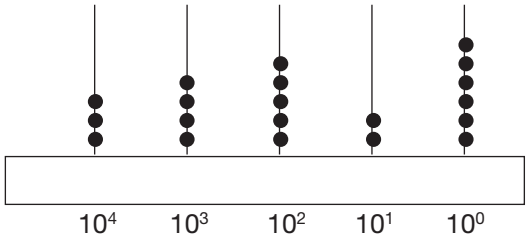
Per indicare il numero delle unità dei vari ordini si possono usare degli anelli



Per indicare il numero delle unità dei vari ordini si possono mettere dei dischetti nei cassetti



- Ripassiamo le regole del sistema di numerazione decimale.
  Completa:



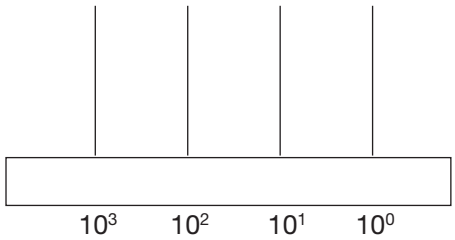
scrittura polinomiale → $3 \times 10^4 +$ .....

numero rappresentato: 34526

Utilizzando gli abaci costruiti, verticale e orizzontale, rappresenta il numero considerato.

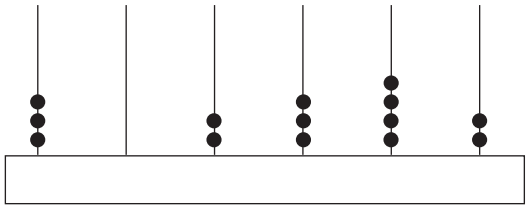
- Rappresenta la seguente scrittura polinomiale utilizzando l'abaco disegnato:

$3 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 7 \times 10^0$ rappresentazione con l'abaco →

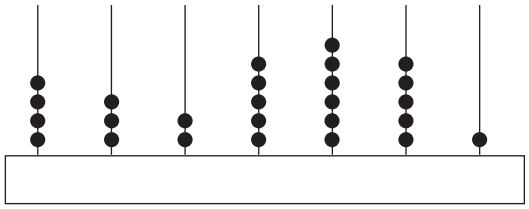


Rappresenta il numero considerato utilizzando gli abaci costruiti.

- Scrivi in forma polinomiale i numeri in base dieci rappresentati con i seguenti abaci:



→ .....



→ .....

- Rappresenta i seguenti numeri espressi in forma polinomiale utilizzando gli abaci.

$5 \times 10^5 + 3 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 8 \times 10^0$

$2 \times 10^6 + 3 \times 10^5 + 3 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 7 \times 10^0$

- Quali numeri in base dieci rappresentano le seguenti scritture polinomiali?

$1 \times 10^5 + 2 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 5 \times 10^0 =$

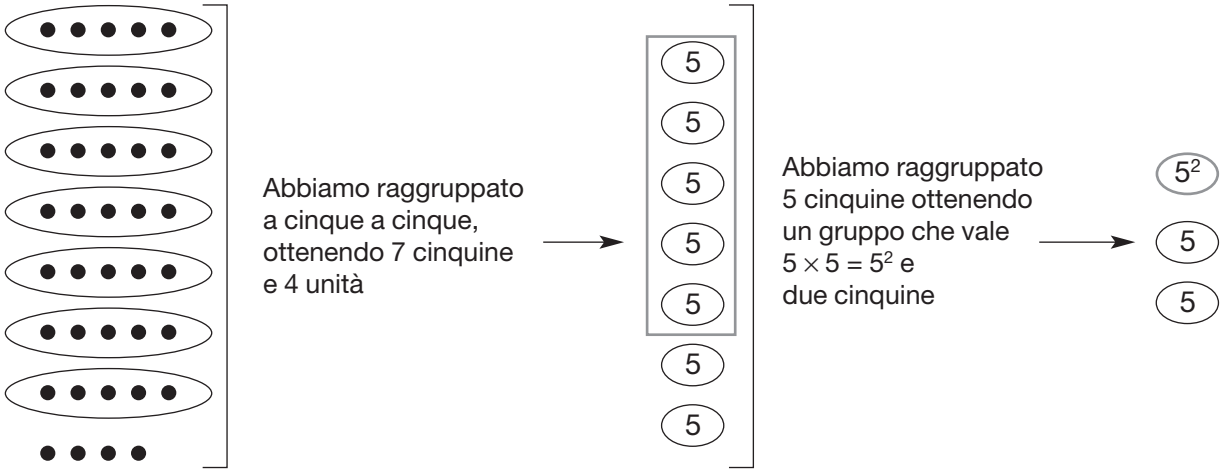
$1 \times 100000 + 2 \times 10000 +$ .....

$2 \times 10^8 + 3 \times 10^4 + 2 \times 10^3 + 4 \times 10^0 =$

.....

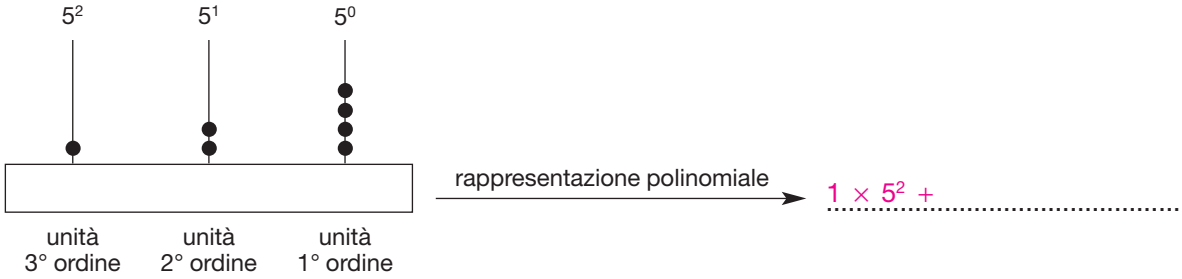
2ª FASE Trasformiamo numeri da base 10 ad altra base

– La numerazione decimale non è l'unica possibile; si possono raggruppare i numeri a cinque a cinque, oppure a quattro a quattro, oppure a tre a tre, oppure a due a due, ecc..
Come esempio si propone un **raggruppamento a cinque a cinque**, a partire da 39 unità ed utilizzando il seguente schema:



Raggruppando 39 unità a cinque a cinque otteniamo: **4** unità di 1° ordine, **2** unità di 2° ordine e **1** unità di 3° ordine, cioè il numero **124** (base cinque), che si legge "uno due quattro base cinque"

- Rappresenta il numero 124 (base cinque) sull'abaco disegnato e in forma polinomiale:



Rappresenta lo stesso numero sugli abaci costruiti.

– Si raggiunge lo stesso scopo utilizzando delle successive divisioni per 5:

$$39 : 5 = 7 \rightarrow 7 : 5 = \mathbf{1}$$

ultimo quoziente calcolato

resto → **4**

resto → **2**

Il numero formato dall'ultimo quoziente calcolato e dai resti delle divisioni successive per 5, letti da destra a sinistra, è la scrittura in base cinque del numero dato: 124 (base cinque).

- Completa il seguente schema con il quale si trova la scrittura in base cinque del numero 146:

$$146 : 5 = 29 \rightarrow 29 : 5 = 5 \rightarrow 5 : 5 = \ldots\ldots$$

resto → .....

resto → .....

resto → **0**

- Scrivi 348 in base 5 usando un procedimento dello stesso tipo di quello indicato nell'esercizio precedente.

$$348 : 5 = 69 \rightarrow 69 : 5 = 13 \rightarrow 13 : 5 = 2$$

resto → ..... resto → ..... resto → .....

Ricordando che le unità di 1° ordine valgono 5^0, quelle di 2° ordine 5^1, quelle di 3° ordine 5^2 e così via, scrivi il numero trovato in forma polinomiale:

..... (base cinque) = ... $\times 5^3$ + ... $\times$ ..... + ... $\times$ ..... + ... $\times 5^0$

Per ottenere il corrispondente numero in base dieci basta eseguire i calcoli:

..... $\times$ 125 + ... $\times$ 25 + ... $\times$ 5 + ... = ...

- Scrivi i numeri 751, 1056 e 928 in base cinque, utilizzando il procedimento delle divisioni successive. Rappresenta i numeri ottenuti sugli abaci e scrivili poi in forma polinomiale.

Si propone ora un **raggruppamento a due a due**, a partire da 25 unità e utilizzando il procedimento delle divisioni successive:

$$25 : 2 = 12 \rightarrow 12 : 2 = 6 \rightarrow 6 : 2 = 3 \rightarrow 3 : 2 = \mathbf{1}$$

resto → **1** resto → **0** resto → **0** resto → **1**

Il numero formato dall'ultimo quoziente calcolato e dai resti delle divisioni successive per 2, letti da destra a sinistra, è la scrittura in base due del numero 25.

1 1 0 0 1 (base due) si legge "uno uno zero zero uno base due".

Rappresenta sull'abaco verticale e su quello orizzontale il numero trovato e scrivilo in forma polinomiale:

1 1 0 0 1 (base due) = ... $\times 2^4$ + ... $\times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$

Esegui i calcoli e verifica che il numero che si ottiene è 25 in base dieci.

.....

.....

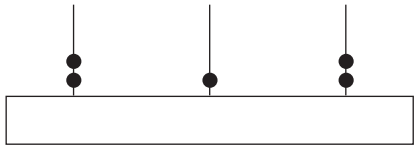
Esegui i seguenti esercizi.

- Scrivi 51 sia in base due sia in base cinque.

- Come si scrive zero in base due? E 1? Scrivi in base due tutti i numeri naturali da 1 a 15.

- 111 (base due) e 111 (base cinque) rappresentano lo stesso numero?
Esprimi i due numeri in base dieci. Qual è il maggiore?

- Giovanna per trovare quale numero rappresenta la scritta 212 (base tre) ha usato la seguente rappresentazione sull'abaco:



Esprimi il numero in base dieci (prima esprimi il numero dato in forma polinomiale e poi esegui i calcoli). Trasforma il numero ottenuto dalla base dieci alla base due e rappresenta quest'ultimo sull'abaco che hai costruito.

- Completa le seguenti scritture in forma polinomiale, esegui i calcoli e trova i corrispondenti numeri a base dieci:

3 0 2 1 (base quattro) = $3 \times 4^{\cdots} + 0 \times 4^{\cdots} + 2 \times 4^{\cdots} + 1 \times 4^{\cdots} =$ .....

1 0 1 2 (base tre) = $1 \times 3^{\cdots} + 0 \times 3^{\cdots} +$ .....

423 (base sei) = $4 \times 6^{\cdots} + 2 \times 6 + 3 \times 6^{\cdots} =$ .....

2 5 0 1 4 (base otto) = $2 \times 8^{\cdots} + 5 \times 8^{\cdots} + 0 \times 8^{\cdots} + 1 \times 8^{\cdots} + 4 \times 8^{\cdots} =$ .....

- Scrivi in forma posizionale (indicando la base) i seguenti numeri scritti in forma polinomiale:

$2 \times 5^3 + 4 \times 5^2 + 1 \times 5^1 + 0 \times 5^0 =$ ..... ;

$1 \times 6^4 + 0 \times 6^3 + 5 \times 6^2 + 0 \times 6^1 + 0 \times 6^0 =$ .....

$3 \times 7^4 + 5 \times 7^3 + 6 \times 7^1 + 4 \times 7^0 =$ ..... ;

$2 \times 3^4 + 2 \times 3^2 + 1 \times 3^0 =$ .....

- Scrivi in forma polinomiale i seguenti numeri scritti in base diversa da 10:

10011 (base due); 30416 (base sette); 137 (base nove); 20310 (base quattro); 10000 (base due).

- I simboli 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 si usano per scrivere un numero in base:

due ☐ quattro ☐ sei ☐ sette ☐

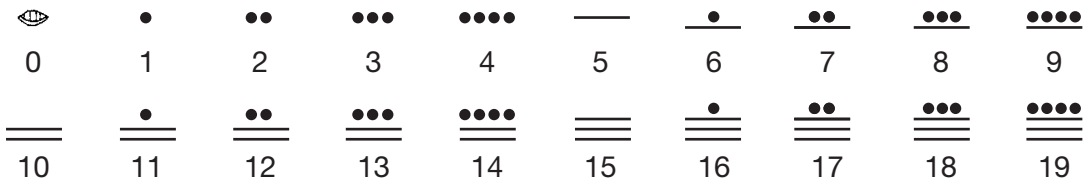
- Trasforma il seguente numero da base due a base cinque:

100101 (base due)
si scrive in forma polinomiale e si eseguono i calcoli, trovando il corrispondente numero in base dieci:
$1 \times 10^5 + 0 \times 10^4 + 0 \times 10^3 + 1 \times 10^2$ ..... = ... (base dieci).
Con il procedimento delle divisioni successive per 5 trasforma il numero dalla base dieci alla base cinque: .....

- Juppiter è un extraterrestre che ha quattro mani con due dita ciascuna e le usa tutte e quattro per contare. Qual è probabilmente il sistema di numerazione che usa? L'extraterrestre calcola nel suo sistema di numerazione che impiegherebbe 34 ore a fare il giro di tutta la Terra. Impiega più di un giorno terrestre o meno di un giorno a compiere un giro completo intorno alla Terra?

3ª FASE Sistema di numerazione Maya (base 20)

Nella storia ci sono stati popoli che hanno usato sistemi di numerazione basati su tutte e venti le dita: dieci delle mani e dieci dei piedi. I Maya, che abitavano lo Yucatan, una penisola del Messico, avevano elaborato un sistema di numerazione posizionale in base 20 che utilizzava solo tre segni per rappresentare ogni numero intero. Di seguito vengono rappresentati i primi 20 numeri:



Nel sistema di numerazione usato dai Maya i numeri maggiori di 19 venivano rappresentati verticalmente a più livelli: nel più basso c'erano i numeri minori di venti, nel secondo le ventine (20^1), nel terzo le 400-ine (20^2) e così via secondo le potenze di 20 [8000 (20^3), 160.000 (20^4)...].

ESEMPIO

Il numero 685 si rappresentava così:

3° livello • 1×400

2° livello •••• 14×20 → $1 \times 400 + 14 \times 20 + 5 = 685$

1° livello — 5

Il numero 818 si rappresentava nel seguente modo:

3° livello •• 2×400

2° livello ⊕ 0×20 → $2 \times 400 + 0 \times 20 + 18 = 818$

1° livello ••• 18

- Per scrivere 1412 nel sistema dei Maya si trasforma prima il numero in base venti:

$$1412 : 20 = 70 \rightarrow 70 : 20 = 3$$

resto → 12 resto → 10

quindi nel livello più basso si scrive 12, nel secondo 10 e nel terzo 3:

3° livello ••• 3×20^2

2° livello ═ 10×20

1° livello •• 12

- Che cosa rappresentano i seguenti numeri scritti nel sistema di numerazione Maya?

a) 3° livello — .....
2° livello •••• .....
1° livello ••• .....

Trasformato in base dieci il numero è .....

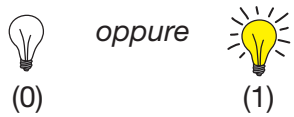
b) 4° livello • .....
3° livello •• .....
2° livello • .....
1° livello •• .....

Trasformato in base dieci il numero è .....

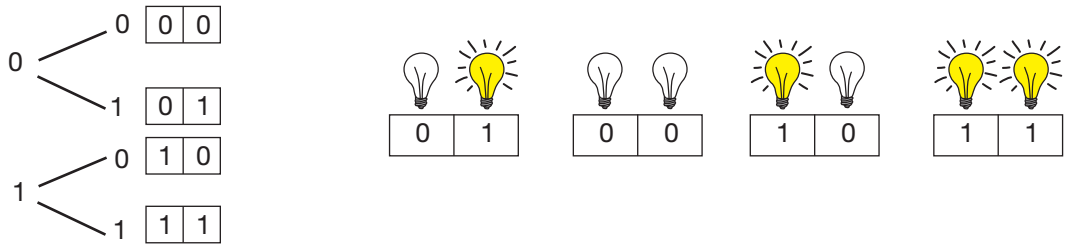
- Scrivi nel sistema dei Maya i numeri 10822, 18914, 45928.

4ª FASE Sistema di numerazione binario (base 2)

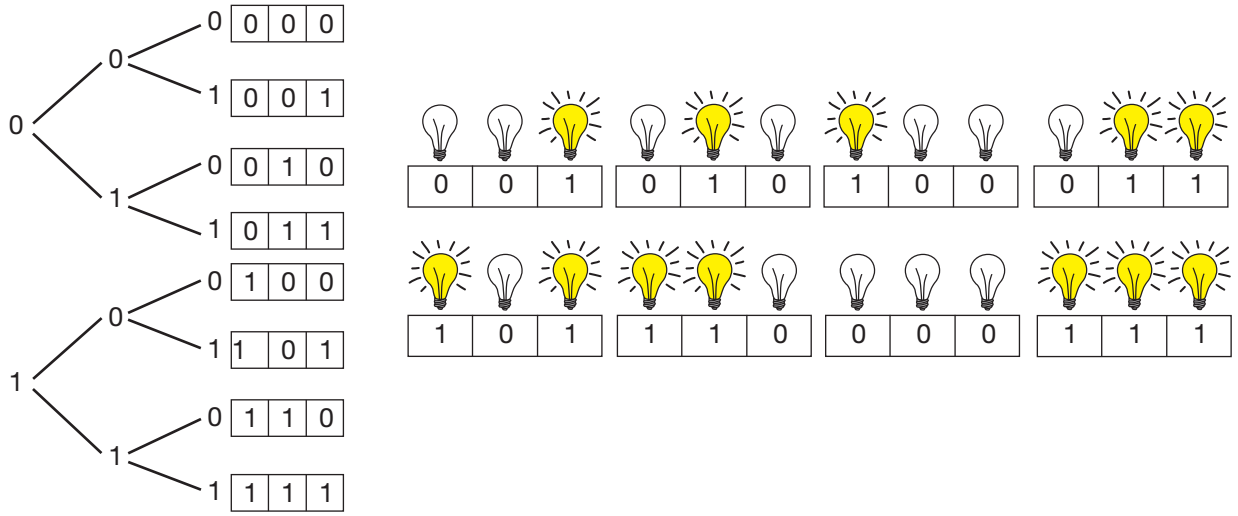
Tutte le comunicazioni tra esseri viventi utilizzano dei codici opportuni. Il nostro alfabeto è un codice che utilizza 21, oppure 26, simboli per comporre un numero elevatissimo di parole; il sistema numerico decimale utilizza 10 cifre per comporre infiniti numeri; l'alfabeto morse utilizza il punto e la linea ed una regola di corrispondenza per trasmettere vocaboli; il codice nautico è costituito invece da bandiere di segnalazione che permettono di trasmettere i messaggi a distanza.
I **computer** utilizzano un codice che contiene solo due simboli: 0 (zero) e 1 (uno), cioè il **codice binario**. Ogni informazione rappresentata dal simbolo 0 oppure dal simbolo 1 si chiama bit d'informazione.
La parola **bit**, contrazione dell'inglese binary digit, significa **cifra binaria**. Se associamo alla cifra 0 un interruttore in posizione aperta, cioè in modo che non passi corrente e alla cifra 1 un interruttore in posizione chiusa, ovvero in modo che passi corrente, le due configurazioni possibili di un bit si possono rappresentare così:



- Con successioni di 2 bit si possono formare 4 (2^2) configurazioni diverse:



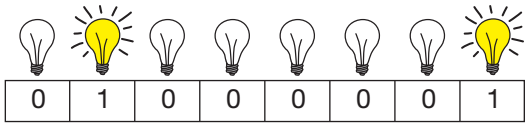
- Con successioni di 3 bit si possono formare 8 (2^3) configurazioni diverse:



- Con successioni di 4 bit quante configurazioni diverse si possono formare? .....
- Con successioni di 5 bit quante configurazioni diverse si possono formare? .....
- Con successioni di 6 bit quante configurazioni diverse si possono formare? .....
- Sapendo che fra lettere maiuscole, lettere minuscole, cifre, segni di punteggiatura, parentesi... occorrono più di 128 caratteri, sono sufficienti le configurazioni che si ottengono con successioni di 7 bit? Perché?
- Per soddisfare tutte le esigenze occorre quindi una sequenza di ..... bit, con cui si ottengono ..... configurazioni diverse.

Una sequenza di **8 bit** costituisce **un byte** (si legge bait) che, quindi può assumere 256 (2^8) configurazioni diverse, ad ognuna delle quali è associato un carattere particolare. Esistono dei codici che fanno corrispondere ad ogni configurazione di un byte un carattere specifico; ad esempio, secondo il codice ASCII,

uno dei più diffusi nei personal computer, quando si digita la lettera A nella memoria del calcolatore si "riempie" un byte di memoria avente la seguente configurazione:



byte associato alla lettera A

ESEMPIO

Nel codice ASCII, la parola STUDIO viene scritta in 6 byte di memoria:

byte								carattere
0	1	0	1	0	0	1	1	→ S
0	1	0	1	0	0	0	1	→ T
0	1	0	1	0	1	0	1	→ U
0	1	0	0	0	1	0	0	→ D
0	1	0	0	1	0	0	1	→ I
0	1	0	0	1	1	1	1	→ O

Tutte le volte che sulla tastiera si digita un carattere, questo viene memorizzato in 1 byte di memoria. Gruppi di byte costituiscono delle parole che vengono "lette" come istruzioni per eseguire dei lavori. L'insieme di tutte le istruzioni rappresentate in codice binario costituisce un programma scritto in linguaggio macchina. Il computer potrebbe funzionare scrivendo i programmi direttamente nel linguaggio macchina del microprocessore, ma programmare direttamente il linguaggio macchina è lento e molto complesso; per questo è conveniente utilizzare dei linguaggi più vicini al nostro modo di pensare, detti anche linguaggi evoluti o linguaggi di programmazione.

- Per misurare la capacità di memoria si usano i multipli di byte; i più usati sono:
  – il **Kilobyte**, il cui simbolo è Kb, che corrisponde a 1024 byte e, quindi, a 1024 caratteri;
  – il **Megabyte**, il cui simbolo è Mb, che comprende 1000 Kilobyte e quindi a 1 024 000 caratteri.
  – il **Gigabyte**, il cui simbolo è Gb, che corrisponde a mille Megabyte e quindi a 1 024 000.000 caratteri.
  N.B. *Per il computer anche lo spazio bianco tra una parola e l'altra è un carattere.*

- Rispondi alle seguenti domande.
  1) A quanti caratteri corrisponde una memoria di 60 Kb? .....
  2) A quanti caratteri corrisponde una memoria di 25 Mb?.....
  3) A quanti caratteri corrisponde una memoria di 2 Gb? .....
  4) Quanti byte occorrono per memorizzare nel computer la seguente frase: "Indicazioni nazionali per i Piani di studio personalizzati nella Scuola Secondaria di primo grado"? (*Ricorda che lo spazio bianco tra una parola e l'altra è un carattere e quindi occorre un byte per memorizzarlo*).....

- Rappresenta le seguenti configurazioni di byte con una sequenza di lampadine accese o spente:
  00001111; 01011101; 10111101.

- Trasforma i seguenti byte, scritti in codice binario, in numeri scritti in base dieci.

ESEMPIO

$01000001 = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^0 = 64 + 1 = 65$

11110101; 10110100; 01111000; 01100100; 11110110.

2 Numeri grandi e numeri piccoli

Competenze trasversali

- Comprendere ed interpretare informazioni e comunicare con linguaggi diversi
- Formulare ipotesi
- Collocare un evento nello spazio e nel tempo
- Generalizzare

Aree e nuclei tematici

- Il numero
- La misura
- Introduzione al pensiero razionale

Abilità disciplinari

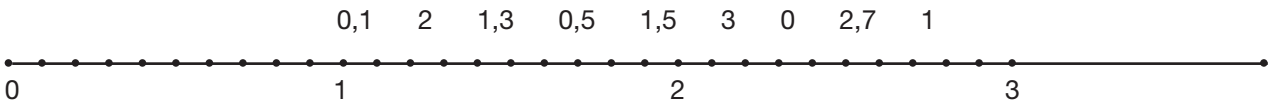
- Rappresentare numeri decimali su una retta
- Prevedere il risultato della moltiplicazione e della divisione tra numeri grandi e numeri piccoli
- Scrivere numeri piccoli e grandi nella notazione scientifica
- Trasformare un'unità di misura in un'altra

1ª FASE Classifichiamo i numeri piccoli e i numeri grandi

Osserva la seguente retta dei numeri

Possiamo dividere i numeri maggiori di zero in due gruppi:
– **i numeri piccoli**, che indichiamo con ***p***, sono i numeri compresi tra il numero 0 e il numero 1;
– **I numeri grandi**, che indichiamo con ***G***, sono i numeri maggiori di 1;
– Il numero **0** e il numero **1** non li consideriamo né grandi né piccoli.

- Rappresenta i seguenti numeri sulla retta orientata e completa la tabella.



	Numero grande (G)	Numero piccolo (p)
0,1		
2		
1,3		
0,5		
1,5		
3		
0		
2,7		
1		

- a) Contrassegna i numeri ***piccoli:*** 5,6 0,004 4,302 0,15 3,7 803 0,00058.
  b) Contrassegna i numeri ***Grandi:*** 25 0,25 2,37 0,00598 7 0,135.

2ª FASE Operiamo con i numeri piccoli e grandi: *la moltiplicazione*

Osserviamo che cosa succede quando moltiplichiamo tra loro i numeri

Esegui le seguenti moltiplicazioni e completa.

- a) 2,7 × 1,2 = ...
  b) 5,8 × 2,3 = ...
  c) 1,25 × 1,32 = ...
  d) 3,04 × 1,1 = ...
  e) 4 × 3,6 = ...
  f) 20 × 5 = ...
  I fattori sono tutti numeri grandi; si osserva che il prodotto di numeri ..... è ancora un numero ..... .

- a) 0,3 × 0,2 = ...
  b) 0,04 × 0,5 = ...
  c) 0,6 × 0,0008 = ...
  d) 0,1 × 0,012 = ...
  e) 0,23 × 0,07 = ...
  f) 0,8 × 0,00009 = ...
  I fattori sono tutti numeri .....; si osserva che il prodotto di numeri ..... è ancora un numero ..... .

- a) 7 × 0,3 = ...
  b) 4 × 0,25 = ...
  c) 0,02 × 2,3 = ...
  d) 150 × 0,002 = ...
  e) 6 × 0,2 = ...
  f) 0,35 × 1,1 = ...
  I fattori sono numeri ..... e numeri ..... Il prodotto di un numero ..... per un numero ..... può essere **un qualsiasi numero** maggiore di zero e quindi si dice che il prodotto è **indeterminato**.

Ricapitolando è possibile fare una previsione del risultato di una moltiplicazione solo quando i fattori sono .....

Verifica se hai capito

- **Senza eseguire i calcoli, completa la tabella seguente:**

	Il prodotto è		
	Numero piccolo	Numero grande	Indeterminato
0,005 × 0,44			
1,5 × 1,0009			
0,37 × 1,364			
0,2 × 2,368			
0,0084 × 0,004			
3,49 × 7,1			
25,3 × 0,1			
0,004 × 37,3			

Con la calcolatrice esegui le moltiplicazioni della tabella e controlla le tue risposte.

3ª FASE Operiamo con i numeri piccoli e grandi: *la divisione*

Osserviamo che cosa succede quando dividiamo tra loro i numeri

Esegui le seguenti divisioni e completa.

- a) 7 : 0,2 = ...
  b) 2,1 : 0,12 = ...
  c) 1,23 : 0,4 = ...
  d) 12 : 0,006 = ...
  e) 243 : 0,5 = ...
  f) 100 : 0,4 = ...
  Il dividendo è un numero grande e il divisore è un numero .....; in questo caso il quoziente è sempre un numero .....

Adesso tocca a te

- Inventa e calcola delle divisioni dove il *dividendo* è un numero piccolo e il *divisore* è un numero grande. Come sono i quozienti ottenuti? .....
- Inventa e calcola delle divisioni dove il *dividendo* è un numero piccolo e il *divisore* è un numero piccolo. Come sono i quozienti ottenuti? .....
- Adesso inventa e calcola delle divisioni dove il *dividendo* è un numero grande e il *divisore* è un numero grande. Come sono i quozienti ottenuti? .....

Se hai svolto bene il compito avrai scoperto che:
– Numero grande : numero piccolo = numero grande
– Numero piccolo : numero grande = numero piccolo
– Numero piccolo : numero piccolo = numero indeterminato
– Numero grande : numero grande = numero indeterminato

Verifica se hai capito

- **Senza eseguire i calcoli, completa la tabella seguente.**

	Il quoziente è		
	Numero piccolo	Numero grande	Indeterminato
0,5 : 3			
1,4 : 5			
0,003 : 0,0154			
123 : 3,4			
0,024 : 21			
2,53 : 0,15			
1,28 : 2,5			
0,6 : 1,9			

Con la calcolatrice esegui le divisioni della tabella e controlla le tue risposte.

4ª FASE Numeri piccolissimi: *il micrometro*

Lo spessore di un cartoncino è maggiore dello spessore di un foglio ma entrambe le misure sono molto minori di un millimetro. Per misurare lunghezze molto piccole, come forse sai già, si può utilizzare **il micrometro**.
Il micrometro è la millesima parte del millimetro e si indica con il simbolo µm.

1000 µm = 1 mm

Attività

Scegli un libro con i fogli più sottili e un libro con i fogli più spessi.

- Devi misurare lo spessore medio di un foglio di entrambi i libri; per farlo segui le istruzioni.
  - Misura lo spessore di tutto il 1° libro (escluse le due copertine) e annota la misura in mm: spessore del libro = ... mm
  - Conta il numero di pagine di ciascun libro: numero di pagine: .....
  - Per calcolare la misura media di un foglio in mm devi dividere lo spessore del libro per il numero di pagine: foglio 1° libro = ... mm
  - Esprimi questa misura in **micrometri** (occorre dividere per mille la misura in mm) : foglio 1° libro = ... µm
  - Esegui le stesse operazioni per misurare lo spessore di un foglio del 2° libro: foglio 2° libro = ... mm = ... µm

Adesso tocca a te

Esistono in natura esseri viventi di dimensioni piccolissime, tra cui i batteri e i protozoi; prova a calcolare le loro misure in mm.

- **1. Batteri**

  Pneumococchi: il loro diametro misura da 8 a 1,2 µm = ... mm
  Streptococchi: il loro diametro misura 0,6 µm = ... mm
  Vibrione del colera: il suo diametro misura da 1,5 a 5 µm = ... mm

- **2. Protozoi**

  Plasmodio della malaria: le sue dimensioni sono di circa 14 µm = ... mm
  Tripanosoma: le sue dimensioni sono comprese tra 12 e 15 µm = ... mm
  Ameba proteus: le sue dimensioni sono comprese tra 1 e 2 mm = ... µm

- **3. Virus**

  Batteriofagi: il loro diametro misura circa 0,05 µm = ... mm
  Virus dell'influenza: il loro diametro misura circa 0,1 µm = ... mm
  Virus della poliomielite: il loro diametro misura da 0,01 a 0,03 µm = ... mm

5ª FASE Numeri grandissimi: *anno luce*

Forse hai già studiato in aritmetica che quando i numeri sono troppo grandi o troppo piccoli vengono scritti con una particolare notazione: la notazione scientifica.

ESEMPIO

$260\,000\,000 = 2{,}6 \times 10^8$ $\qquad$ $0{,}000\,000\,7 = 7 \times 10^{-7}$

Altre volte, quando anche la notazione scientifica non da informazioni abbastanza comprensibili, si usano particolari unità di misura. Un esempio è l'anno luce, che è l'unità di misura utilizzata per misurare la distanza tra i corpi celesti.

L'anno luce è la quantità di spazio che la luce attraversa in un anno.

A quanti km equivale l'anno luce?

- **Completa i calcoli per scoprirlo.**
  - in **1 secondo** la luce attraversa uno spazio di 300 000 km = 3×10^5 km;
  - in **1 minuto** ci sono ..... secondi; quindi in un minuto la luce attraversa uno spazio di ..... $\times 3 \times 10^5$ = ... = $1{,}8 \times 10^7$ km;
  - in **1 ora** ci sono ..... minuti; quindi in un'ora la luce attraversa uno spazio di ..... $\times 1{,}8 \times 10^7$ = ...;
  - In **1 giorno** ci sono ..... ore; quindi in un giorno la luce attraversa uno spazio di .....
  - in **1 anno** ci sono 365 giorni; quindi in un anno la luce attraversa uno spazio di .....

  Hai quindi trovato che in un anno la luce attraversa uno spazio di circa 10 000 miliardi di chilometri.

- Alpha Centauri è una delle stelle più vicine alla Terra e dista dalla Terra 4 anni e 4 mesi luce. Sai esprimere questa distanza in chilometri?

- Secondo te è più semplice e più comprensibile l'espressione in chilometri o quella in anni luce?

3 Giochiamo con i punti

Competenze trasversali

- Comprendere ed interpretare informazioni e comunicare con linguaggi diversi
- Formulare ipotesi
- Collocare un evento nello spazio e nel tempo
- Generalizzare

Aree e nuclei tematici

- Il numero
- Geometria
- Introduzione al pensiero razionale

Abilità disciplinari

- Riconoscere enti geometrici: punti e segmenti
- Sapere le relazioni tra gli elementi di un poligono
- Classificare poligoni
- Eseguire semplici espressioni
- Stabilire se una figura è percorribile

1ª FASE Relazione tra il numero di punti e il numero di segmenti

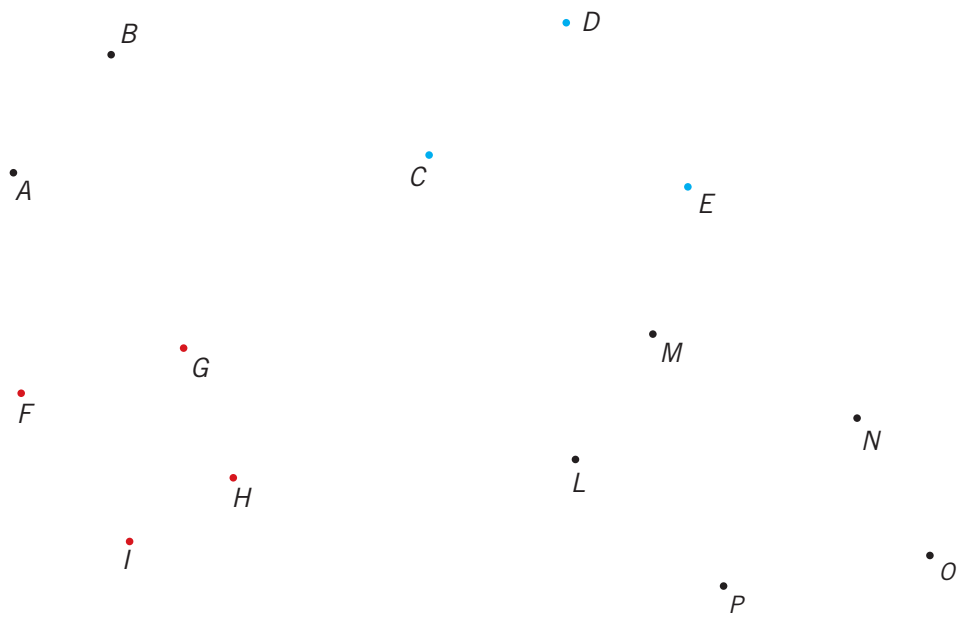
- Segui le indicazioni e rispondi alle domande (utilizza i punti disegnati sotto).

– Dati **2** punti *A*, *B* congiungili in tutti i modi possibili; quanti segmenti hai disegnato? .....

– Dati **3** punti *C*, *D*, *E* congiungili in tutti i modi possibili; quanti segmenti hai disegnato? .....

– Dati **4** punti *F*, *G*, *H*, *I* congiungili in tutti i modi possibili; quanti segmenti hai disegnato? .....

– Dati **5** punti *L*, *M*, *N*, *O*, *P* congiungili in tutti i modi possibili; quanti segmenti hai disegnato? .....



- Completa adesso la tabella seguendo l'esempio.

Numero di punti	Calcolo	Numero di segmenti
2 (*A* e *B*)	$2 \times (2 - 1) : 2 = 1$	1
3 (*C*, *D*, *E*)	$3 \times (3 - 1) : 2 = 3$	3
4 (*F*, *G*, *H*, *I*)	4 × (.... – 1) : .... = ...	
5 (*L*, *M*, *N*, *O*, *P*)		
6		
7		

Osservando la tabella puoi scrivere la formula che ti consente di calcolare il numero di segmenti conoscendo il numero di punti (non allineati) da congiungere:

numero di segmenti = numero di punti × .....

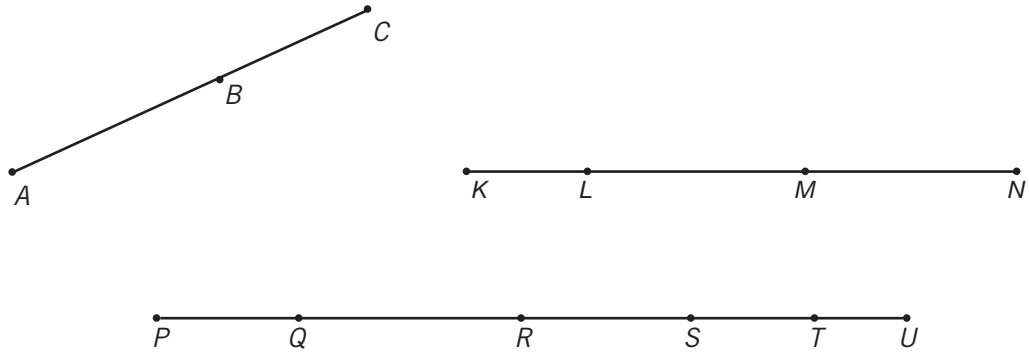
Indicando con ***P*** il numero di punti e con ***S*** il numero di segmenti la formula diventa:.....

Verifica se hai capito

- Calcola il numero di segmenti che si ottengono congiungendo 20 punti: .....
- Calcola il numero di segmenti che si ottengono congiungendo 34 punti: .....
- Calcola il numero di segmenti che si ottengono congiungendo 50 punti: .....
- Calcola il numero di segmenti che si ottengono congiungendo 126 punti: .....

2ª FASE La formula $S = P \times (P - 1) : 2$ vale quando i punti sono allineati?

- **Guarda le figure e rispondi alle domande.**



– Considera il segmento ***AC***: quanti punti sono stati disegnati? ..... Quanti segmenti puoi osservare? (*conta anche i segmenti sovrapposti*) *AB*, ..., ...

– Considera il segmento ***KN***: quanti punti sono disegnati? ..... Quanti segmenti puoi osservare? (*conta anche i segmenti sovrapposti*) .....

– Considera il segmento ***PU***: quanti punti sono disegnati? ..... Quanti segmenti puoi osservare? (*conta anche i segmenti sovrapposti*) .....

- **Confrontando i risultati ottenuti con la formula trovata precedentemente, che cosa puoi affermare?**

.....

.....

3ª FASE Relazione tra numero di punti, numero di segmenti e numero di poligoni

- **Osserva le figure e completa la tabella (non considerare i segmenti sovrapposti).**

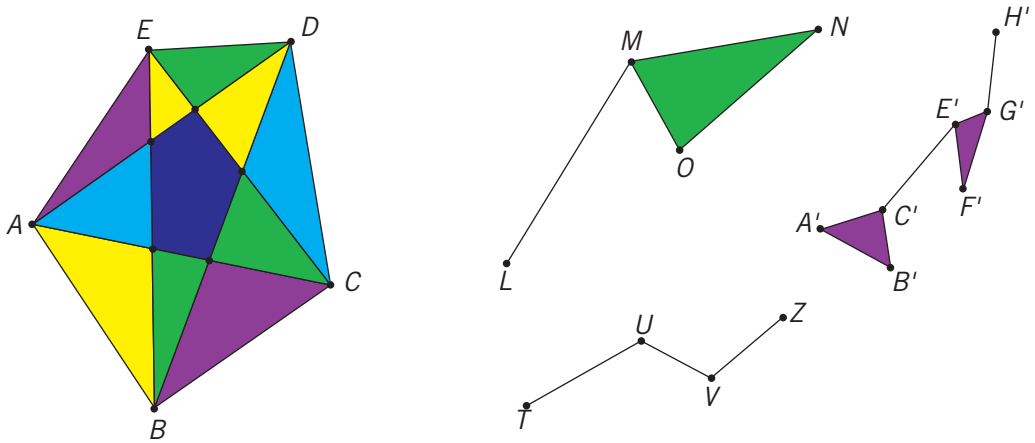


FIGURE	NUMERO DEI PUNTI (P)	NUMERO DEI POLIGONI (G)	NUMERO DEI SEGMENTI (S)	P + G – S
A B C D E	10	11	20	10 + 11 – 20 = ...
L M N O				
T U V Z				
A' B' C' E' F' G' H'				

Osservando la tabella puoi quindi scrivere che:
numero di punti + ... = ...

Quale formula useresti per trovare:
– numero punti + **numero poligoni =** .....
– numero punti = ...
– numero poligoni= .....
– numero segmenti = ...

Verifica se hai capito

- **Risolvi il seguente quesito.**

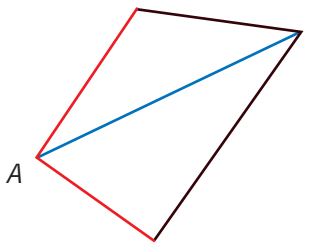
  "Ho disegnato su un foglio 7 punti e collegandoli tra loro ho ottenuto 8 segmenti; sapresti dire quanti triangoli sono presenti sul foglio?"
  Verifica il risultato disegnando una figura che soddisfi tali numeri.

- **Prova a formulare altri quesiti simili da proporre ai tuoi compagni.**

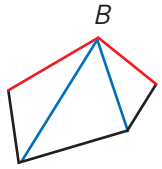
4ª FASE Quante diagonali escono da un vertice?

Osserva i seguenti poligoni e completa.

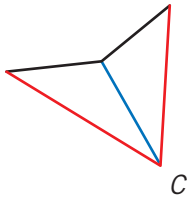
Il segmento colorato in blu è ..... **del poligono.**
I segmenti colorati in rosso sono ..... **del poligono.**



- Il vertice *A* è un estremo comune di ....3..... segmenti di cui ..... sono lati e ..... è diagonale.



- Il vertice *B* è un estremo comune di ..... segmenti di cui ..... sono lati e ..... sono diagonali.



- Il vertice *C* è un estremo comune di ..... segmenti di cui ..... sono lati e ..... è diagonale.

- Disegna un poligono di 6 lati, un poligono di 7 lati, un poligono di 8 lati; per ciascun poligono disegna poi le diagonali uscenti da uno stesso vertice. Osservando i disegni precedenti e quelli che hai fatto tu, completa la seguente tabella.

Numeo di lati	Numero di segmenti aventi un estremo in comune	Numero di lati aventi un estremo in comune	Numero di diagonali aventi un estremo in comune
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

Osservando i risultati puoi affermare che:
"Dato un poligono di *n* lati, le diagonali uscenti da un vertice sono *n* .....

Verifica se hai capito

- Dato un poligono di 20 lati, quante sono le diagonali uscenti da un vertice? .....
- Dato un poligono di 34 lati, quante sono le diagonali uscenti da un vertice? .....

5ª FASE Senza staccare la penna dal foglio

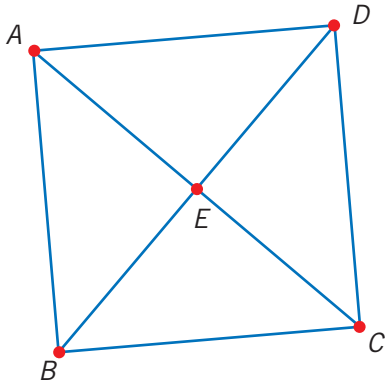
Hai mai provato a disegnare alcune figure senza staccare la penna dal foglio? Non sempre è possibile! Adesso conoscerai un modo per stabilire quando ciò è possibile e quando non lo è.

- **Nodi pari e nodi dispari**

  Osserva la seguente figura e rispondi alle domande.

  – Quanti segmenti hanno per estremo *A*? .....
  – Quanti segmenti hanno per estremo *B*? .....
  – Quanti segmenti hanno per estremo *C*? .....
  – Quanti segmenti hanno per estremo *D*? .....
  – Quanti segmenti hanno per estremo *E*? .....

  Data una figura, chiameremo **nodi pari** i punti da cui partono un numero pari di segmenti, **nodi dispari** i punti da cui partono un numero dispari di segmenti.
  Nel nostro esempio: *A*,*B*,*C*,*D* sono nodi dispari, *E* è un nodo pari.



- **Osservando le figure completa la tabella.**

figura 1

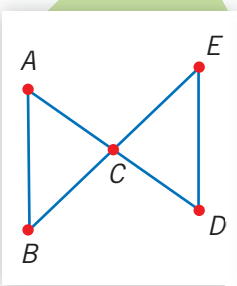


figura 2

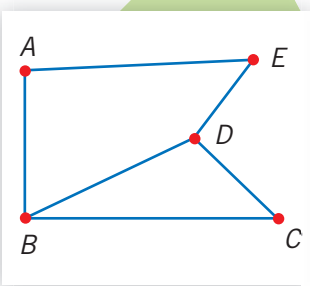


figura 3

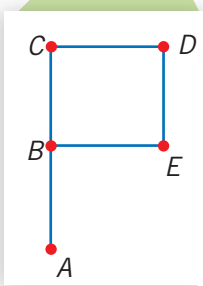


figura 4

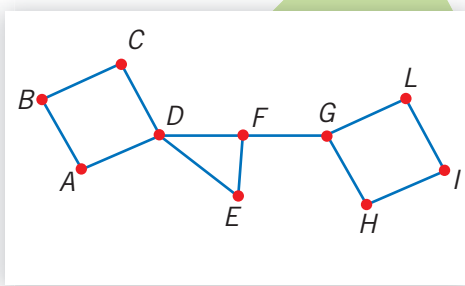


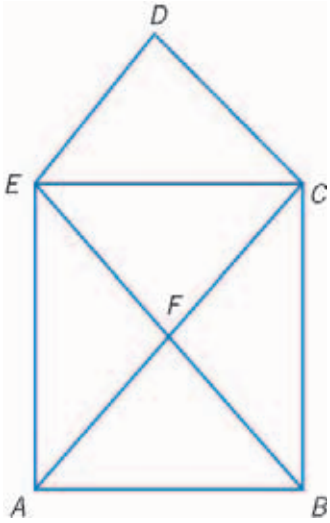
Figura	Nodi pari	Nodi dispari
1		
2		
3		
4		

- **La percorribilità**

Adesso puoi risolvere il problema della "**percorribilità**" delle figure, cioè la possibilità, senza staccare la penna dal foglio, di tracciare un percorso che disegni la figura senza passare più volte dallo stesso segmento.
Occorre tener presente che una figura è percorribile quando:
– tutti i suoi nodi sono pari;
– due nodi sono dispari e tutti gli altri sono pari. Uno dei due nodi dispari deve essere preso come punto di partenza.

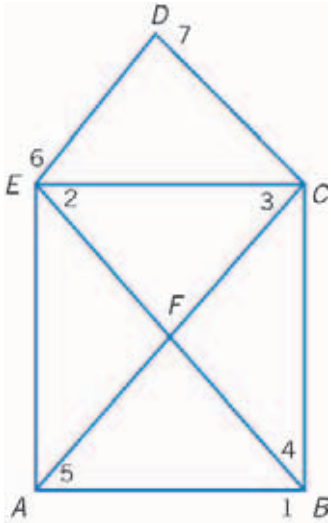
ESEMPIO

Considera la seguente figura



In questa figura:
– i punti *A* e *B* sono nodi dispari
– i punti *D*, *E*, *F*, *C* sono nodi pari

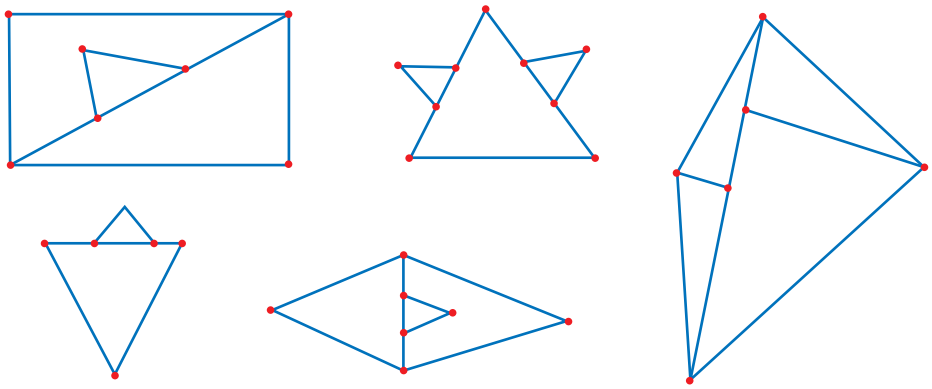
La figura è quindi percorribile.
Uno dei possibili percorsi è:
B, *E*, *C*, *B*, *A*, *E*, *D*, *C*, *A*.



- **Sapresti trovare altri possibili percorsi ?** (ricorda che uno stesso segmento non può essere percorso due volte).

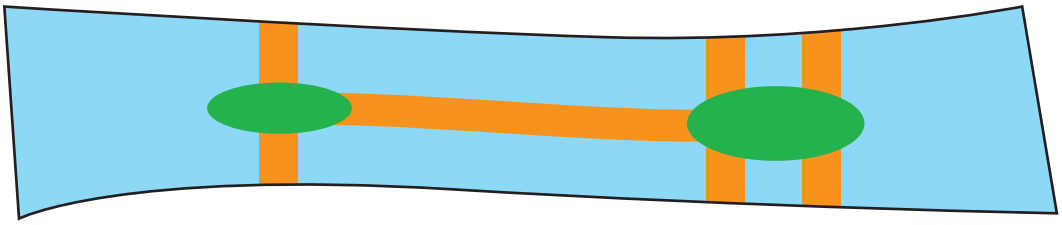
Adesso tocca a te

- **Per ciascuna delle seguenti figure determina il numero di nodi pari e il numero di nodi dispari e stabilisci se sono percorribili con un unico tratto continuo.**
  Individua poi un punto di partenza e uno dei possibili percorsi delle figure percorribili.

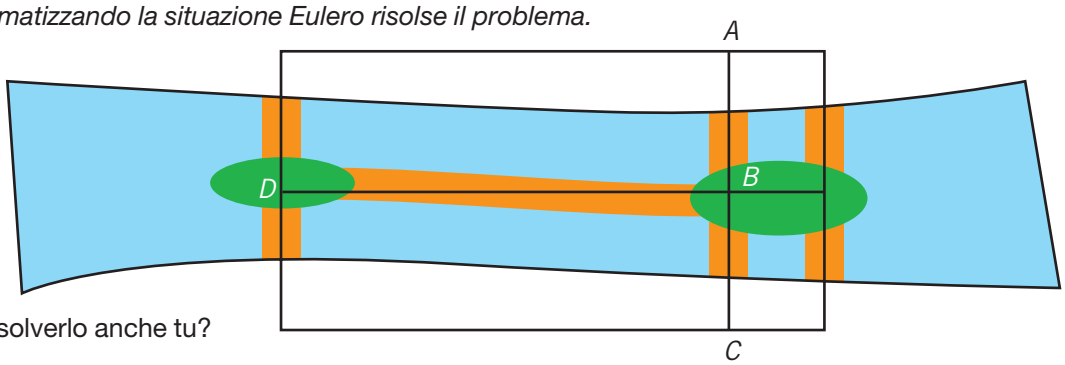


- **I ponti di Könisberg**

  Si racconta una storia:
  *“ gli abitanti di una piccola città della Prussia, **Könisberg**, situata sul fiume Pregel, posero un problema al grande matematico Eulero: individuare un percorso che permettesse agli abitanti di fare una passeggiata attraversando una sola volta i sette ponti che collegavano le isole con la terraferma.”*



Schematizzando la situazione Eulero risolse il problema.

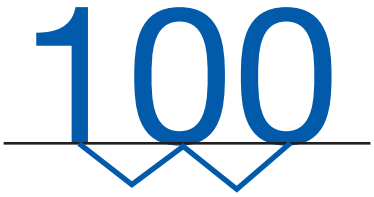


Sai risolverlo anche tu?

- **Con un trucco**

  È possibile scrivere il numero 100 su un foglio come si vede qui sotto senza mai staccare la punta della penna?

Si piega il foglio e si scrive 100 come illustrato nella figura sotto:



Schede storiche, curiosità e giochi

Le parentesi e i segni

I segni delle quattro operazioni non sono sempre stati quelli che oggi noi adoperiamo; la loro attuale simbologia risale al sedicesimo secolo. In precedenza per sommare due numeri li si collegava con "**et**" così "3+5" era scritto "3 et 5", per moltiplicarli li si collegava con "**fia**" quindi "3 × 5" si scriveva "3 fia 5", per sottrarli si utilizzava il "**de**" e per dividerli "**in**".
Anche l'introduzione delle parentesi nelle espressioni matematiche risale ad un periodo abbastanza recente: il XVI secolo; fino a quel periodo, per indicare l'ordine con cui eseguire le operazioni, si utilizzavano descrizioni linguistiche. Per esempio l'espressione $[(12 - 6):3 - 15] \times (4 + 7)$ veniva così descritta: "sottrai a dodici sei, poi dividi per tre, al risultato sottrai quindici e moltiplica tutto per la somma di quattro e sette".
Come si può ben capire, una descrizione del genere poteva andar bene per calcoli semplici; in seguito l'incremento degli scambi commerciali, l'evoluzione delle scoperte scientifiche e tecnologiche imposero di ricorrere ad espressioni più complesse e quindi nacque l'esigenza di una scrittura più semplificata. Inizialmente si fece ricorso ad una simbologia basata su delle sbarrette che indicavano le priorità nelle operazioni per cui la nostra espressione sarebbe stata scritta in questa forma:

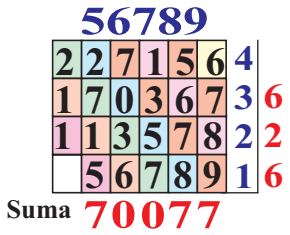
$$\overline{12 - 6} : 3 - 15 \times \overline{4 + 7}.$$

Una tale notazione non ebbe però molto successo e durò poco perché non era molto pratica, anzi creava alcune difficoltà, nella stampa dei testi, stampa che proprio in questo periodo si andava diffondendo. Fu così introdotto l'uso delle parentesi che inizialmente erano tutte dello stesso tipo: o tutte tonde, o tutte quadre; in un secondo momento si utilizzò la notazione con parentesi tonde, quadre e graffe in successione.
Oggi, con il diffuso utilizzo delle calcolatrici, si è ritornati ad utilizzare parentesi dello stesso tipo, tutte parentesi tonde annidate le une nelle altre.

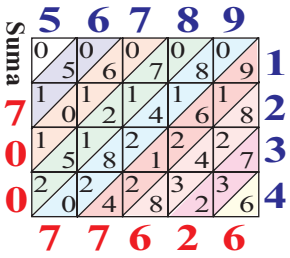
Cinque modi per moltiplicare due numeri

Chi te domanda affinche fa 1234 fia 56789 fa per li cinqe modi qui sottoscritti

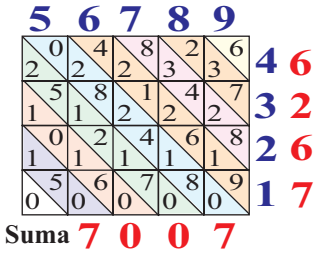
56789 1234 227156 170367 113578 56789 Suma 70077626	È il classico algoritmo utilizzato ancora oggi.	Questi algoritmi di calcolo sono presi da **Larte del Labbacho** , di autore ignoto e stampato a Treviso nel 1478, praticamente a soli 23 anni dalla prima stampa a caratteri mobili, inventata da Gutenberg. Nel testo sono usati i simboli e il sistema di numerazione posizionale arabo. Il sistema di numerazione romano era stato abbandonato da tempo perché poco pratico rispetto a quello importato dall'oriente. Già nel 1348, l'Università di Padova aveva raccomandato di esporre tutti i prezzi delle merci con i numeri arabi. Questo sistema di numerazione era stato importato da **Fibonacci** e riportato nel suo **Liber Abbaci**, 1202. Fibonacci l'aveva definito "indiano".
56789 227156 / 4 170367 / 3 113578 / 2 56789 / 1 Suma 70077626	È una semplice variante del precedente.	



È una variante del precedente. I risultati parziali della moltiplicazione non si fanno scalare di un posto ma si riscrivono allineati. Per ottenere il risultato si somma lungo le diagonali del reticolo partendo dall'alto a destra. Il risultato si legge lungo i bordi partendo da quello orizzontale.



È la moltiplicazione detta a **graticola**. Nelle caselle della grata si scrivono i risultati ottenuti dalla moltiplicazione delle cifre:
$1 \times 9 = 09$; $2 \times 9 = 18$.
Infine si somma lungo le diagonali, partendo dal basso a destra:
6; $7 + 3 + 2 = 12$;
scrivi 2 e riporta 1,
$8 + 2 + 4 + 3 + 8 + 1$ (riporto) $= 26$;
scrivi 6 e riporta 2.
E così via.



È una variante del precedente

Gli algoritmi presentati qui costituiscono una enorme semplificazione nel calcolo rispetto ai sistemi di numerazione non posizionali e privi dello zero, come quello romano.
Il penultimo metodo, detto a graticola, non è più usato ma risulta a volte molto più semplice di quello in uso attualmente e può essere utilizzato a scopo didattico.
È detto a "graticola" o a "gelosia". Nella **Summa de Arithmetica**, 1494, di **Luca Pacioli** è spiegato l'uso del termine: "gelosia intendiamo quelle graticelle che si costumano mettere alle finestre de le case dove habitano done, acio che non si possino facilmente vedere''.
Il libro **Larte del Labbacho** è stato ristampato in copia anastatica dall'Editore Zoppelli nel 1969.

Antonio Bernardo

http://www.matematicamente.it/storia/arte_abaco.htm

Divisione degli antichi Egizi

Gli antichi egizi effettuavano la divisione tra due numeri naturali con un particolare procedimento: per dividere un dividendo (D) per un certo divisore (d) costruivano una tabella a due colonne; nella prima riga mettevano 1 e il divisore (d) e nelle righe successive mettevano i numeri che si ottenevano raddoppiando gli elementi della riga precedente finché nella seconda colonna si aveva un numero minore del dividendo (D). Quindi sceglievano solo le righe i cui elementi della seconda colonna, sommati tra loro, davano il dividendo o la migliore approssimazione per difetto dello stesso. Sommando, poi, i corrispondenti elementi della prima colonna ottenevano il quoziente o la sua parte intera.
Per capire meglio questo procedimento (algoritmo) consideriamo come esempi due divisioni: la prima esatta e la seconda con resto.

a) 350 : 14

scrivo	• 1	• 14
raddoppio	2	28
raddoppio	4	56
raddoppio	• 8	• 112
raddoppio	• 16	• 224

→ mi fermo perché raddoppiando ancora otterrei 448 > 350

Della seconda colonna considero i numeri che danno per somma 350 (14 + 112 + 224 = 350), quindi sommo i loro corrispondenti situati nella prima colonna, cioè $1 + 8 + 16 = 25$.
25 è il quoziente. In pratica è stata applicata la proprietà distributiva, infatti:
$(14 + 112 + 224) : 14 =$
$14 : 14 + 112 : 14 + 224 : 14 = 1 + 8 + 16 = 25$

b) 554 : 20

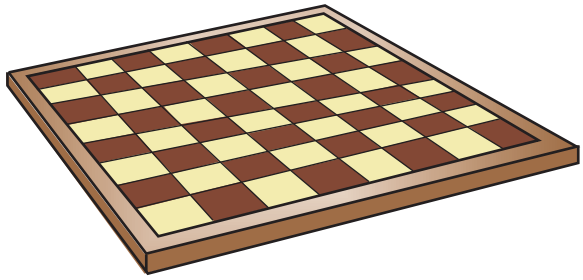
scrivo	• 1	• 20
raddoppio	• 2	• 40
raddoppio	4	80
raddoppio	• 8	• 160
raddoppio	• 16	• 320

→ mi fermo perché raddoppiando ancora otterrei 640 > 554.

Della seconda colonna considero i numeri che danno per somma il numero più vicino a 554 (20 + 40 + 160 + 320 = 540), quindi sommo i loro corrispondenti situati nella prima colonna, cioè 1 + 2 + 8 + 16 = 27.
27 è il quoziente e il resto della divisione è 554 – 540 = 14 .
Prova tu con altri numeri.

La potenza

Racconta una vecchia storia che l'inventore del gioco degli scacchi chiese all'imperatore, che voleva dargli una ricompensa, questo dono: un granello di riso per la prima casella, due granelli di riso per la seconda, quattro per la terza, e così di seguito raddoppiando ogni volta il numero dei granelli di riso.
L'imperatore rise per l'esiguità della richiesta e acconsentì. Poi chiese al suo contabile di eseguire i calcoli necessari.
Dopo un po' di tempo il contabile si presentò sbalordito all'imperatore e gli riferì il risultato dei suoi calcoli. L'imperatore si rese conto che non avrebbe potuto mantenere la sua promessa neppure con tutto il riso prodotto nelle sue terre.
Con quale potenza di 2 indicheresti il numero dei granelli di riso sull'ultima casella della prima fila, cioè sull'ottava casella della scacchiera?
Con quale potenza di 2 indicheresti il numero dei granelli sull'ultima casella della scacchiera?



L'algoritmo originale di Euclide per il calcolo del M.C.D., basato su sottrazioni successive

L'algoritmo per il calcolo del M.C.D. di due interi positivi, nella sua versione più semplice, si basa sulla seguente proprietà: se due numeri, *a*, *b*, sono divisibili per un terzo numero, *x*, allora anche la loro differenza è divisibile per *x*.
In generale, per il calcolo si usa la seguente regola: **M.C.D.(*a*, *b*) = M.C.D.[(*a* – *b*),*b*]** , che permette di passare, per mezzo di sottrazioni successive, a M.C.D. di numeri sempre più piccoli, fino ad ottenere:

M.C.D. (0, *m*) = *m*

Vediamo un esempio:

M.C.D. (30, 12) = M.C.D. (18, 12) = M.C.D. (6, 12) = M.C.D. (12, 6) = M.C.D. (6, 6) = M.C.D. (0, 6) = 6

(30 – 12) = 18 18 – 12 = 6 12 – 6 = 6 6 – 6 = 0

N.B.: *nel procedimento delle sottrazioni successive se il primo numero è minore del secondo si scambiano i numeri tra loro.*

Euclide descrisse questo algoritmo nel suo libro degli Elementi. Invece di usare i numeri interi, però, utilizzò i segmenti di retta. Perciò il suo algoritmo serve anche a determinare il massimo comune divisore di due segmenti.
In certi casi l'algoritmo può richiedere numerosissimi passaggi, risultando molto lento: prova ad esempio con M.C.D. (750, 15).
Conviene quindi renderlo più veloce ricorrendo ad una **serie di divisioni con resto anziché sottrazioni**.
Il principio su cui ci si basa è il seguente (supponiamo *a* > *b*):

M.C.D.(*a*, *b*) = M.C.D.(*r*, *b*) dove ***r*** è il resto della divisione ***a* : *b***

Questa regola permette di passare rapidamente, per mezzo di divisioni con resto successive, a M.C.D. di numeri sempre più piccoli, fino ad ottenere:

M.C.D.(0, *r*) = *r*

Vediamo lo stesso esempio, applicando il metodo delle divisioni successive:

M.C.D. (30, 12) = M.C.D. (6, 12) = M.C.D. (12, 6) = M.C.D. (0, 6) = 6

30 : 12 = 2 resto 6 12 : 6 = 2 resto 0

N.B.: *anche nel procedimento delle divisioni successive se il primo numero è minore del secondo si scambiano i numeri tra loro.*

Frazioni e cammelli

Si racconta che uno sceicco morendo lasciò in eredità i suoi cammelli ai tre figli: Mohammed, Alì e Selim, con la raccomandazione di non uccidere animali nella spartizione. Il testamento diceva che il primogenito Mohammed doveva ricevere la metà dei cammelli, Alì $\frac{1}{3}$ e Selim $\frac{1}{9}$.
Nulla di strano se non fosse altro che i cammelli erano 17: non era possibile dividere 17 né per 2 né per 3 né per 9.
I tre fratelli si rivolsero allora al notaio che agì così:
aggiunse un suo cammello in modo che in tutto diventassero 18 (osserva che 18 è un multiplo di 2, di 3 e di 9 ed è il minore dei multipli comuni) e quindi consegnò:

- $\frac{1}{2}$ di 18 = 9 cammelli a Mohammed;
- $\frac{1}{3}$ di 18 = 6 cammelli ad Alì;
- $\frac{1}{9}$ di 18 = 2 cammelli a Selim.

In tutto consegnò 9 + 6 + 2 = 17 cammelli.
Il notaio si riprese il suo cammello e il gioco fu fatto.
Il bello della storia è che nessun figlio protestò per l'audacia del calcolo, in quanto tutti ricevettero più del dovuto!
Se i cammelli fossero stati 35 come avrebbe agito il notaio?

Le frazioni nell'antico Egitto

Le frazioni ci permettono di risolvere il problema del resto in una divisione. In certi problemi, anche nell'antico Egitto, poteva essere richiesto un risultato esatto o, in ogni caso, un'approssimazione molto precisa. Gli Egizi sono stati fra i primi ad aver utilizzato la nozione di frazione, da essi sempre utilizzata con numeratore uguale ad uno (frazioni unitarie). Nel Papiro di Rhind[1] sono esposte le regole per il calcolo delle frazioni con cui si è risolto il problema delle parti decimali.
Nel 1927, un manoscritto di cuoio, contemporaneo al Papiro di Rhind, suscitò grande agitazione tra gli egittologi. Molti speravano di trovarvi grandi scoperte. Furono tutti delusi quando scoprirono che il manoscritto conteneva solo una raccolta di 26 semplici espressioni frazionarie, del tipo $\frac{1}{10} + \frac{1}{40} = \frac{1}{8}$, riportate da uno scriba anonimo e inesperto. Nonostante la delusione iniziale, però, il contenuto di tale manoscritto aiutò a chiarire molti dei calcoli presenti nel Papiro di Rhind. Il fatto di operare con frazioni unitarie è una caratteristica singolare della matematica egizia. Per questo motivo una frazione scritta come somma di distinte frazioni unitarie è chiamata ***frazione egizia***. Prima di vedere un esempio di divisione che utilizza le frazioni, tratto dal Papiro di Rhind, rileggi il procedimento illustrato nella scheda "Divisione degli antichi egizi".
Dividere 35 per 8:

1	8
2	16
• 4	• 32
$\frac{1}{2}$	4
• $\frac{1}{4}$	• 2
• $\frac{1}{8}$	• 1

Quindi, oltre ai "raddoppi" del divisore 8, si riportano anche i suoi "dimezzamenti" e si utilizzano anch'essi per ottenere la somma 35 (32 + 2 + 1 = 35), mentre sommando i corrispondenti numeri della prima colonna si ottiene il quoziente $(4 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8})$.
Quindi:

$$35 : 8 = 4 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}.$$

(1) È il più esteso papiro egizio di natura matematica giunto fino a noi.

Unità di misura dei romani

Grandezze	Principali unità di misura	Valore equivalente
LUNGHEZZE	*digitus* (dito) = 1,85 cm	1,85 cm
	palmus (palmo) = 4 dita	7,39 cm
	pes (piede) = 4 palmi	29,57 cm
	palmipes = 1 piede + 1 palmo	36,96 cm
	cubitus (cubito) = 3/2 di piede	44,35 cm
	gradus (passo) = 5/2 di piede	73,92 cm
	passus (passo doppio) = 5 piedi	147,85 cm
	pertica (pertica) = 2 passi = 10 piedi	2,957 m
	actus = 24 passi doppi = 120 piedi	35,484 m
	mille passus (miglio) = 1 000 passi = 5 000 piedi	1478,5 m
	stadium (stadio) = 1/8 del miglio (per la misura delle distanze marine)	184,81 m
SUPERFICI	**pes quadratus** (piede quadrato)	0,087438 m^2
	scripulum (pertica quadrata) = 100 piedi q.	8,7438 m^2
	actus quadratus = 14 400 piedi q.	1259,10 m^2
	jugerum (iugero) = 2 actus q.	2518,20 m^2
CAPACITÀ (per liquidi)	*cyathus* (ciato)	0,046 ℓ
	quartarius (quartario) = 3 ciati	0,137 ℓ
	sextarius (sestario) = 12 ciati	0,547 ℓ
	congius (congio) = 6 sestari	3,282 ℓ
	urna (urna) = 4 congi	13,13 ℓ
	amphora (anfora) = 2 urne	26,36 ℓ
CAPACITÀ (per solidi)	*sextarius* (sestario)	0,547 ℓ
	modius (moggio) = 16 sestari	8,752 ℓ
	medimnus (medimno) = 6 moggi	52,512 ℓ
PESI	*uncia* (oncia)	27,25 g
	sextans (sestante) = 2 once	54,50 g
	quadrans (quadrante) = 3 once	81,75 g
	triens (triente) = 4 once	109,00 g
	semis (mezzo asse) = 6 once	163,50 g
	as (asse) o **libra** (libbra) = 12 once	327,00 g
MONETE	*as* (asse) (di rame)	—
	sestertius (sesterzio) = 4 assi (d'ottone)	—
	denarius (denario) = 4 sesterzi (d'argento)	—
	aureus (aureo) = 100 sesterzi (d'oro)	8,175 grammi di oro

Le unità di misura anglosassoni

Di seguito sono riportate le unità di misura usate negli Stati Uniti, in Inghilterra, in Canada e in altri paesi di lingua inglese.
Queste unità di misura sono diverse da quelle del S.I. e vengono definite unità di misura anglosassoni. Le trasformazioni da una misura all'altra sono variabili: questo dipende dal fatto che non sono misure decimali.

Misure di lunghezza			
Misure anglosassoni	**S.I.**		**Rapporti di equivalenza**
MILE (miglio terrestre)	1609,344	m	
YARD (yarda)	0,9144	m	1 yarda = 3 piedi
FOOT (piede)	0,3048	m	1 piede = 12 pollici
INCH (pollice)	2,539	cm	
NAUTICAL LEAGUE (lega marina)	5559,78	m	
NAUTICAL MILE (miglio nautico)	1853,26	m	1 lega marina = 3 miglia nautiche
CABLE (cavo)	182,88	m	

Misure di peso (sistema avoir du poids)			
Misure anglosassoni	**S.I.**		**Rapporti di equivalenza**
LONG TON (tonnellata maggiore)	1016,04	kg	
SHORT TON (tonnellata minore)	907,185	kg	
HUNDREDWEIGHT (peso da cento)	50,80	kg	1 peso da cento = 112 libbre
STONE	6,35	kg	1 libbra = 16 once
POUND (libbra)	0,453	kg	1 oncia = 16 dramme
ONCE (oncia)	28,34	g	
DRAM (dramma)	1,77	g	
GRAIN (grano)	0,064	g	

Misure di capacità		
Misure anglosassoni	**S.I.**	**Rapporti di equivalenza**
HOGSHEAD (botte)	572,491 ℓ	1 botte = 63 galloni
BUSHEL (staio)	36,34 ℓ	1 staio = 8 galloni
GALLON (gallone)	4,546 ℓ	1 gallone = 4 quarti
QUART (quarto di gallone)	1,136 ℓ	1 quarto = 2 pinte
PINT (pinta)	0,568 ℓ	

Euclide

Euclide fu l'iniziatore e il realizzatore dell'opera di raccolta e riordino delle scoperte geometriche fatte fino ad allora.
Della sua vita si conosce ben poco.
Con ogni probabilità Euclide visse ad Alessandria d'Egitto (circa nel 300 a. C.), sotto Tolomeo I successore di Alessandro Magno, e qui fondò una scuola matematica: la Scuola Alessandrina.
Pare che proprio a Tolomeo – che gli chiedeva se ci fosse una via più breve per lo studio della geometria – Euclide abbia detto che **non vi è, in matematica, una via fatta apposta per i re**. Dall'aneddoto si intuisce il carattere non solo riservato ma anche estremamente rigoroso attribuito ad Euclide.
Un secondo aneddoto narra che un discepolo, dopo aver imparato alcuni dei primi teoremi, chiese ad Euclide: "Maestro, quale utile ricaverò imparando queste cose?" Ed Euclide chiamò un servo e gli diede ordine di dare qualche moneta al malcapitato, visto che voleva trarre guadagno da ciò che studiava, e di mandarlo via.
Euclide diede un notevole contributo alla diffusione della matematica in tutto il mondo allora conosciuto, suscitando un notevole interesse, nonostante le difficoltà che la disciplina presentava. Egli scrisse i famosi **Elementi**, opera grandiosa che si compone di **tredici libri**. In essa per la prima volta le conoscenze geometriche furono esposte in modo logico e ordinato, con le opportune definizioni e postulati. L'eccelsa opera di Euclide è stata per lungo tempo considerata un modello di perfezione e i suoi **Elementi** per molti secoli hanno forse costituito, dopo la Bibbia, il libro più letto e analizzato.

*Una pagina degli **Elementi** di Euclide nel codice più famoso*

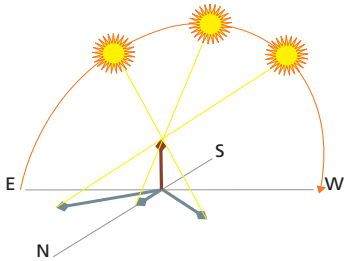
Piano cartesiano e Cartesio

Mentre i Greci portavano ai più alti livelli le conoscenze dell'intelligenza umana, Roma si era notevolmente sviluppata in campo politico e militare con fiorenti colonie (Magna Grecia, Sicilia, Cartagine, Atene), ma i Romani limitarono al piano pratico il loro interesse per la matematica.
C'è comunque da notare il loro uso di due rette perpendicolari per indicare i punti cardinali che, probabilmente, rappresentavano un rudimentale embrione di quello che poi diventerà il sistema delle coordinate cartesiane. In fondo ai templi romani infatti erano tracciate con grande esattezza due rette fra loro perpendicolari chiamate *decumanus e cardo*: la prima indicava la direzione Est-Ovest, la seconda Nord-Sud. Esse servivano al lavoro degli indovini.
Gli assi cartesiani devono il loro nome al celebre matematico e filosofo René Descartes, detto Cartesio. René Descartes nacque a La Haye (Turenna) nel 1596; forse più conosciuto col nome italianizzato di Cartesio, studiò in un rinomato collegio di Gesuiti dove ebbe una formazione improntata allo studio dei classici, della filosofia scolastica e della matematica. In seguito studiò diritto presso l'Università di Poitiers e dal 1618 si arruolò nell'esercito del principe protestante olandese Maurizio di Nassau, deciso ad intraprendere la carriera militare.
La sua attenzione era, tuttavia, già rivolta ai problemi filosofici e matematici, ai quali poi dedicò tutta la vita.
Nel 1649 fu invitato alla corte di Stoccolma per dare lezioni di filosofia alla regina Cristina di Svezia, ma ammalatosi di polmonite, morì l'anno seguente.
A Cartesio si attribuiscono le seguenti frasi celebri:
– Penso dunque sono.
– Le grandi menti sono capaci di grandi difetti come di grandi virtù.
– Non è sufficiente possedere una buona mente. L'importante è saperla usare nel modo giusto.

René Descartes

Lo gnomone

Lo **gnomone** è un'asta verticale infissa nel terreno che nell'antichità serviva per determinare l'ora mediante l'ombra proiettata. Quando l'ombra coincideva con la linea meridiana passante per il piede dell'asta, l'ora segnata era il mezzogiorno



Durante il percorso nel cielo del Sole l'ombra ruota attorno al bastone in verso orario, e la sua posizione può essere usata per **segnare il tempo**. In effetti, l'espressione "verso orario", cioè il verso con cui ruotano le lancette di un orologio, deve il suo nome a questa ragione.

Una meridiana con un puntatore verticale ("gnomone") segnerà correttamente il mezzogiorno, quando la sua ombra punta verso nord. Tuttavia la direzione dell'ombra negli altri momenti della giornata dipende dalla stagione e il suo valore d'estate, quando il percorso del Sole è alto nel cielo, può differire da quello d'inverno, quando il Sole è basso sull'orizzonte.

Lo **gnomone** è stato inoltre utilizzato per **misurare gli angoli** e per risolvere problemi di fondamentale importanza per l'Astronomia, ad esempio la determinazione della latitudine di un luogo.

Curiosità: il "Sundial Bridge" (Il Ponte della Meridiana) è la più grande meridiana del mondo; è stato inaugurato il 4 Luglio 2004 nel Turtle Bay Park a Redding, in California, alle pendici del Monte Shasta. È un ponte pedonale, che congiunge due parti del "Turtle Bay Park", e funziona anche come meridiana, facendo uso di un insieme di placche disposte su un piazzale semicircolare.

Perché le api per la costruzione delle celle dei favi utilizzano degli esagoni regolari?

Dal punto di vista biologico la soluzione adottata dalle api è ottimale; l'esagono delle cellette meglio di ogni forma geometrica (compatibilmente a tutte le altre esigenze) corrisponde alla conformazione della larva la quale per di più viene a contatto con le altre senza che vi sia spreco di spazio e con evidenti **vantaggi termici** derivanti dalla limitazione della dispersione del calore. La perfezione geometrica e la precisione di queste celle (ognuna aderisce perfettamente alle altre, ogni lato ha la stessa lunghezza e tutti gli angoli hanno ampiezza di 120°) sono strabilianti ed hanno da sempre incuriosito architetti e matematici.

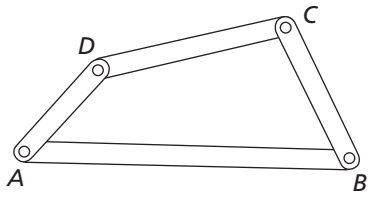
Il **minimo impiego di materiale** ed il **massimo sfruttamento dello spazio** fanno sì che anche dal punto di vista geometrico la soluzione che le api hanno scelto sia ottimale. Quali siano i criteri operativi e gli strumenti di misurazione con i quali le api nella loro evoluzione millenaria siano giunte a questa perfezione non ci sono assolutamente noti; d'altro canto è insufficiente e semplicistico affidare al caso la giustificazione di questa complessa architettura: limitiamoci per ora a riconoscere nell'istinto (a cui si fa troppo spesso ricorso quando non si dispone di migliori spiegazioni) il responsabile di questa sorprendente capacità.

Celle esagonali di un favo.

Il quadrilatero articolato

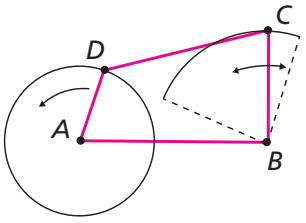
Un quadrilatero articolato è un semplice meccanismo costituito da aste articolate. La sua applicazione è alla base di molti strumenti quotidianamente usati come, ad esempio, le tende alla veneziana, alcune bilance, i tergicristalli degli autoveicoli, tecnigrafi, ecc.

Consideriamo un quadrilatero *ABCD* con il lato *AB* che non può muoversi, ad esempio fissato ad un tavolo: la posizione di una delle altre aste determina quelle delle rimanenti. In generale, il tipo di movimento di questo meccanismo dipende dalle lunghezze delle aste. Per studiare i movimenti di un quadrilatero articolato vi suggeriamo di realizzare un semplice modello con aste di meccano o strisce di cartone o altro.

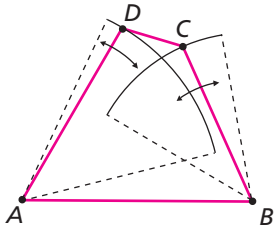


Questi quadrilateri, in base al movimento cui danno origine, possono essere classificati in tre tipologie:

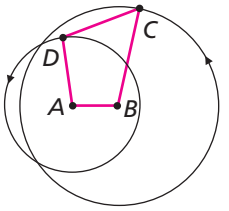
– se l'asta *AD* è la più corta, facendola ruotare in senso antiorario anche l'asta *BC* gira in senso antiorario; ad un certo punto però quest'ultima invertirà il senso del moto anche se *AD* continuerà nella sua rotazione antioraria. In questo caso alla rotazione di un'asta corrisponde l'oscillazione di un'altra;



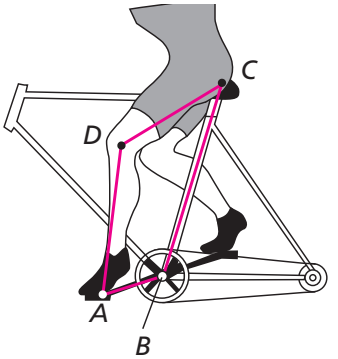
– se invece è l'asta *CD* la più corta, l'asta *AD* non può compiere una rotazione completa e quindi sia l'asta *AD* che l'asta *BC* oscillano;

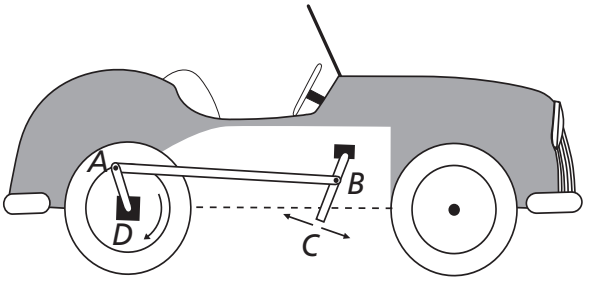


– infine, se è l'asta *AB* la più corta, facendo ruotare l'asta *AD* ruota anche l'asta *BC*.



In molti casi il quadrilatero articolato viene usato per trasformare un moto alternato in moto circolare; ne sono un esempio il pedale delle vecchie macchine da cucire, la gamba di un ciclista e la pedivella della bicicletta, la macchina a pedali ecc.

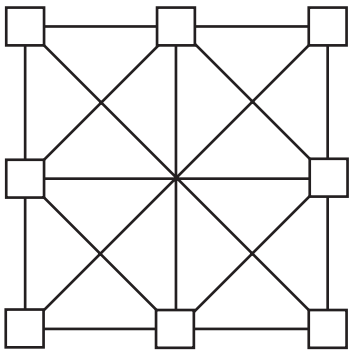




Giochi

Gioco 1

Inserisci negli otto quadrati tutti e solo i numeri da 1 a 8, in modo che in due quadrati collegati direttamente da una linea non vi siano numeri consecutivi.



Gioco 2

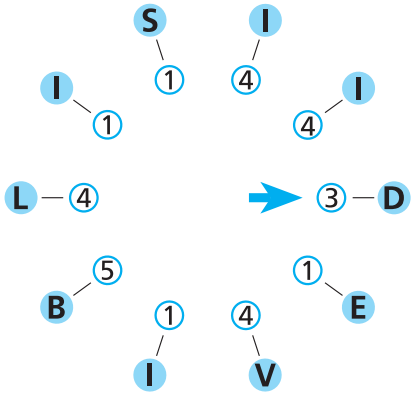
A partire dal numero 84 si effettuano le operazioni seguenti:

- addizionare 6;
- sottrarre 12;
- moltiplicare per 2;
- dividere per 3.

In quale ordine devi applicare queste operazioni per ottenere il più piccolo numero possibile? E il più grande numero possibile? (***N.B.*** *Ogni operatore deve essere applicato al risultato dell'operazione precedente e può essere usato una sola volta*).

Gioco 3

Partendo dalla posizione indicata dalla freccia, spostati di volta in volta o in senso orario o antiorario di tante caselle quante ne indica il numero, fino a individuare un parola di 10 lettere usata in matematica



Gioco 4

Individua il valore che ha ogni simbolo, sapendo che:

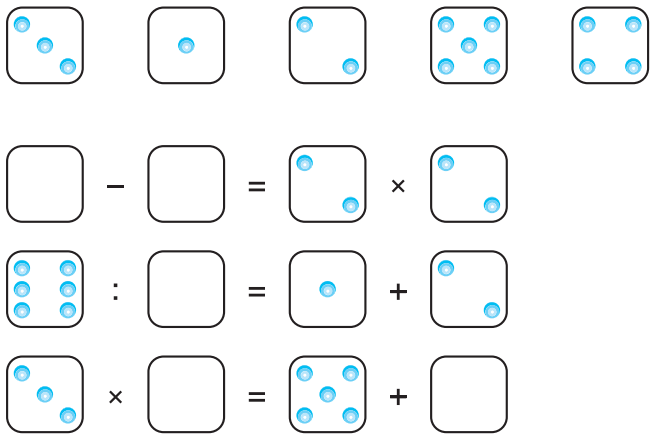
+ = 5,8

+ = 7,4

+ = 6,8

Gioco 5

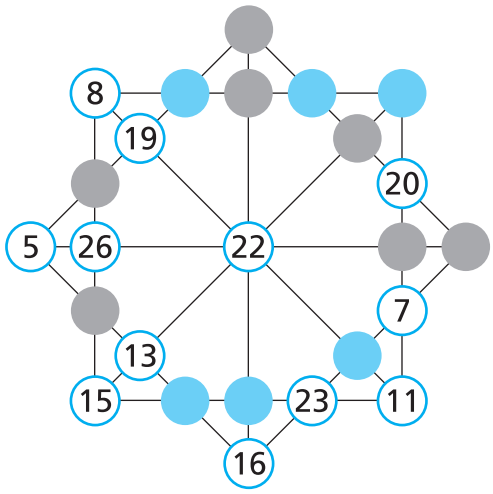
Dove devi collocare le cinque cartelle in modo che le operazioni risultino esatte?



Gioco 6

Ad ogni cerchio dello schema devi assegnare un valore diverso in modo che la somma di cinque numneri allineati dia sempre 85 e sapendo che:

- i cerchi azzurri corrispondono a numeri dispari, quelli grigi a numeri pari
- i numeri sono maggiori di 4 e minori di 30.



Gioco 7

Di seguito c'è una somma espresso per mezzo di lettere: *A*, *B* e *C* stanno per tre diversi numeri compresi tra 1 e 9. Data la somma, quali sono i numeri in questione?

$$\begin{array}{ccc} A & A & + \\ B & B & = \\ \hline C & B & C \end{array}$$

Gioco 8

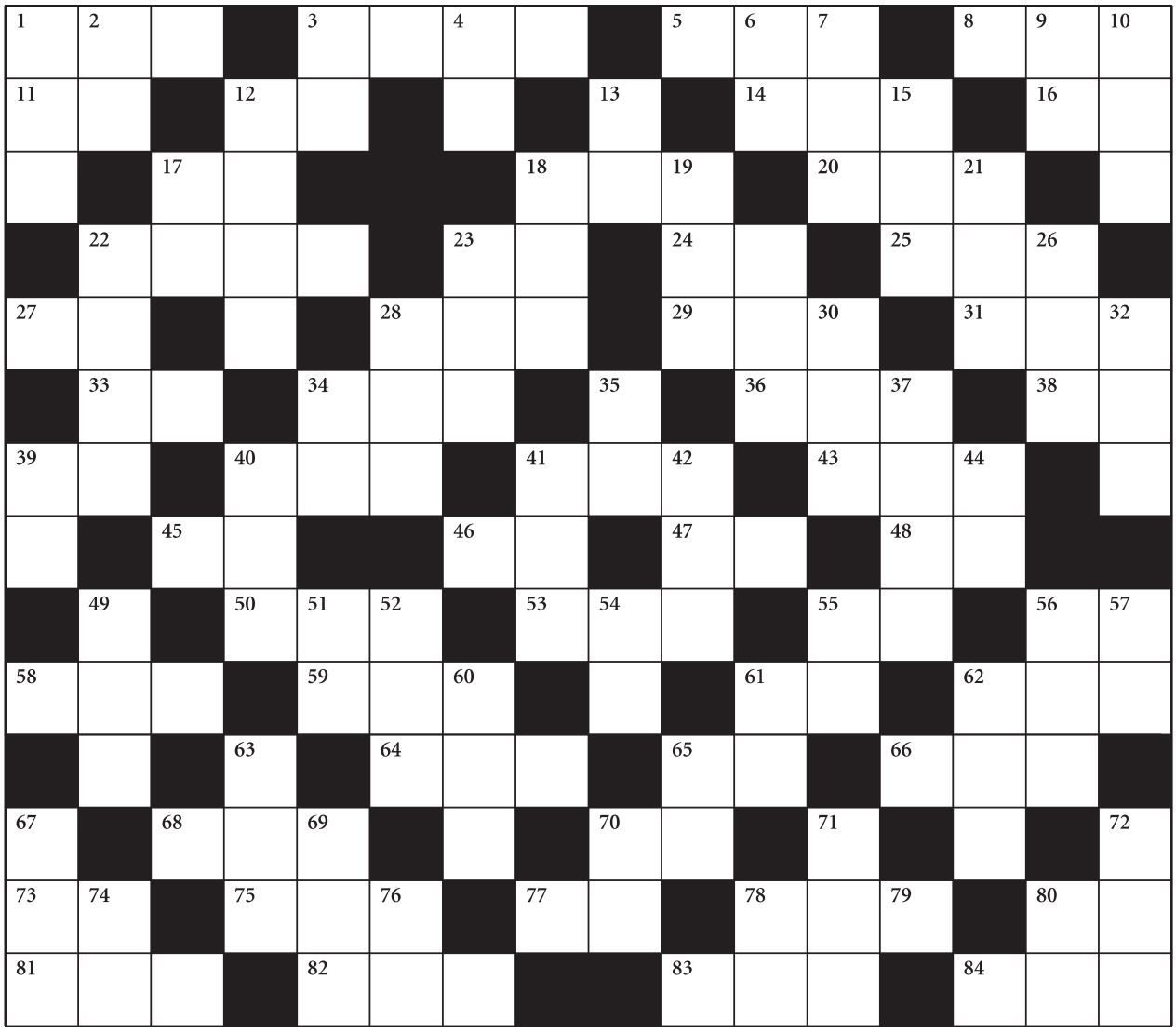
Nei due quadrati magici devono essere posti numeri da uno a sedici in modo che si abbia 34 come somma totale, su ogni riga, colonna o diagonale.

		3	6
4			
14	11	2	
	8		

7		1	14
2			11
	6		4

Gioco 9

Inserisci in ogni casella una cifra senza considerare le eventuali virgole.



ORIZZONTALI

1 - Ampiezza dell'angolo giro

3 - Il quadrato di 3,5

5 - La sua fattorizzazione è $2^7 \times 5$

8 - $\frac{1}{8}$ di 1000

11 - Si ottiene scambiando le unità con le decine del numero 43

12 - È il quoto di 45,9 : 0,9

14 - La sua fattorizzazione 5×10^2

16 - $\frac{3}{4}$ di 100

17 - È la somma delle ampiezze di due angoli complementari

18 - È il m.c.m. dei numeri 30, 60 e 80

20 - È il risultato di 0,405 : 0,001

22 - È il risultato di $10^5 : 10^2$

23 - I suoi $\frac{3}{4}$ equivalgono a 48

24 - È il risultato di 3×3^3

25 - È il risultato dell'espressione $10^2 + 10^2 - 6 \times 3^2$

27 - È il M.C.D. dei numeri 24, 36 e 60

28 - È il risultato in millesimi di 532, 25 – 531, 73

29 - È il risultato di $3^2 \times 10^2$

31 - Dividendo questo numero per 5,5 si ottiene 150, resto 0

33 - Un decimo scritto sotto forma di numero decimale

34 - I $\frac{3}{4}$ di 1000

36 - È il doppio di 220

38 - È il numero di minuti che ci sono in $\frac{4}{5}$ di un'ora

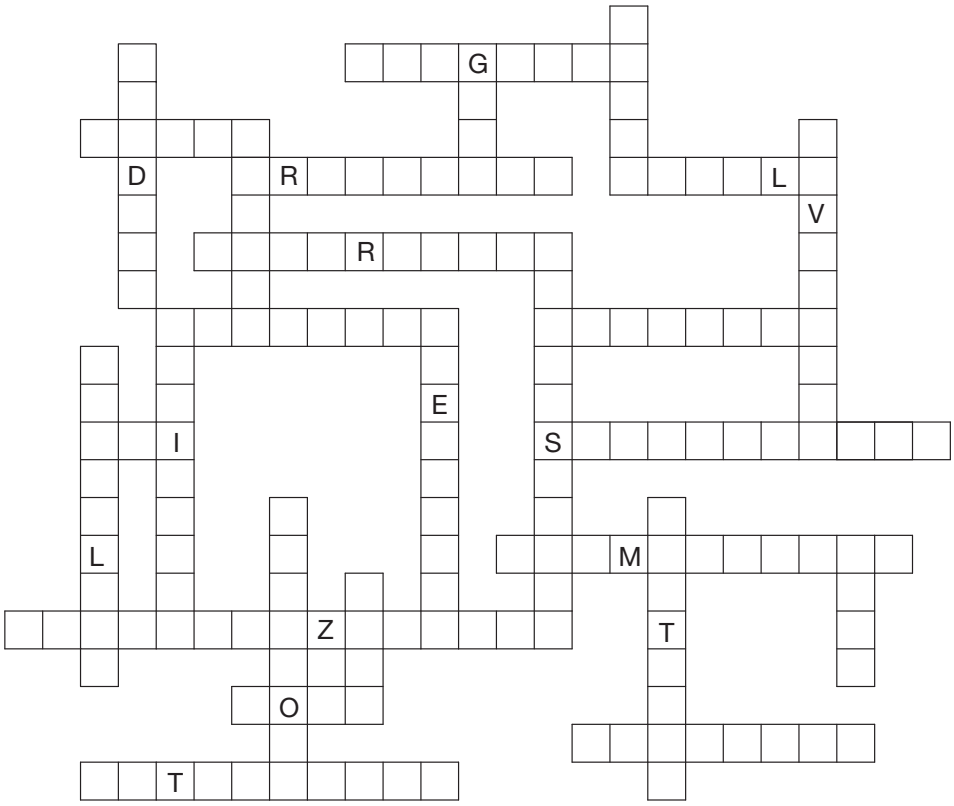
39 - 5 decine
40 - È il risultato dell'espressione $4 \times 10^2 + 5 \times 10 + 6$
41 - È il multiplo di 11 secondo il numero 28
43 - $\frac{1}{8}$ di questo numero è 68
45 - È il successivo della metà di 130
46 - È l'equivalente in cm di 0,3 m
47 - È il M.C.D. di 36; 54; 90
48 - È il precedente di 25
50 - $\frac{4}{5}$ di un angolo giro
53 - $2^2 \times 10^2$
55 - I suoi $\frac{2}{5}$ equivalgono a 30
56 - È il complementare di un angolo di 30°
58 - $0{,}5^2$
59 - È l'ampiezza di un angolo piatto
61 - È la quinta parte di 85
62 - È il triplo di 150 diminuito di 200
64 - È il risultato di $5 \times 2 \times 10^2 - 5^2 \times 17$
65 - È il complementare di un angolo di 20°
66 - Dividendo questo numero per 1,5 si ottiene 350, resto 0
68 - È il quadrato di 2,5
70 - È il risultato di $2^3 \times 11$
73 - È il numero che moltiplicato per 5 dà 400
75 - La somma di due angoli coniugati interni
77 - L'equivalente in dm di 0,035 hm
78 - I suoi $\frac{3}{5}$ equivalgono a 150
80 - È il risultato di $5^5 : 5^3$
81 - È il risultato in centesimi di 25,85 – 23,05
82 - È il m.c.m. di 25; 60; 45
83 - I $\frac{4}{7}$ di 210
84 È il prodotto di 0,7 per 150

VERTICALI

1 - Multiplo di 11 secondo il numero 30
2 - Due alla sesta
3 - È il quinto numero primo in ordine progressivo
4 - $\frac{1}{8}$ di 200
6 - Metà di un angolo retto
7 - 0,2 alla seconda
9 - Tre alla terza
10 - Numero costituito da tre cifre tutte uguali alla metà di 10
12 - 5×10^3
13 - m.c.m. di 3, 6 e 8
15 - 0,1 alla seconda
17 - Un quarto di angolo giro
18 - $2^5 \times 3 \times 5^2 : (2 \times 5)$
19 - Il risultato di 1 – 0,11
21 - 5 centinaia 4 decine e 8 unità
22 - L'equivalente in centesimi di 12 unità
23 - Due quinti di 1550
26 - 6 unità 2 decimi e 4 centesimi
28 - L'equivalente in ℓ di 5,56 hl
30 - $\frac{1}{100}$ di 45
32 - I suoi $\frac{15}{45}$ equivalgono a 195
34 - Il multiplo di 25 secondo il numero 3
35 - Metà di un angolo piatto
37 - È il risultato di 1 – 0,575
39 - È il complementare di un angolo di 32°
40 - $2^3 : 2^2 \times 3 \times 7^4 : 7^3 \times 11$
41 - Tre centinaia e 4 unità
42 - $2 \times 5 \times 3^4 \times 10^0$
44 - Numero costituito da due cifre uguali a 2^2
49 - Il cubo di 5
51 - È il supplementare di un angolo di 109°
52 - 85 centesimi
54 - La metà di uno sotto forma di numero decimale
55 - Multiplo di 7 secondo il numero 11
56 - I suoi $\frac{200}{131}$ equivalgono a 1000
57 - Scrivi in tutte e due le caselle il valore della potenza 0^5
60 - È il quoziente di 3 : 4
61 - È la base del nostro sistema di numerazione
62 - $2^8 \times 7^2 : 2^3 : 7$
63 - Il quadrato di 11
65 - È il successivo della metà di 154
67 - $10^3 - 2 \times 3^2$
69 - È il risultato in centesimi di 7 – 1,11
70 - I $\frac{17}{15}$ dei $\frac{3}{4}$ di 100
71 - È il M.C.D. di 1050; 700; 1750
72 - Il numero che moltiplicato per 3 dà 1665
74 - È il risultato di 2,4 – 1,6
76 - Le ultime due cifre di un numero divisibile per 100
78 - È il m.c.m. di 2 e 11
80 - $\frac{1}{4}$ di $\frac{1}{2}$ di 160

Gioco 10

Inserisci opportunamente nelle caselle le lettere dei nomi che corrispondono alle definizioni.



- Numero primo ..... fortunato
- Poligono indeformabile
- Prodotto dei fattori primi di un numero
- Risultato della moltiplicazione
- Lo sono due figure che si sovrappongono esattamente in seguito ad un ribaltamento attorno ad una linea
- Punto d'intersezione delle altezze di un triangolo
- Lo sono i numeri preceduti dal segno + o –
- Affermazione non dimostrabile, ma che si ammette vera perché intuitiva
- Linea illimitata che indica una direzione
- Porzioni di piano delimitate da spezzate chiuse
- Una successione di operazioni da eseguire secondo un determinato ordine
- Lo è un angolo di 360°
- È un numero razionale
- Dieci al quadrato
- Il suo simbolo è >
- È la misura del contorno di un poligono
- Le operazioni inverse delle moltiplicazioni
- Numero minore di 10, multiplo di 3 ma non di 2 (tre escluso)
- Porzioni di piano descritte da una semiretta che ruota attorno alla sua origine
- Un angolo maggiore di 90°
- È un diagramma usato per rappresentare gli insiemi
- È il termine della frazione che indica quante parti vengono considerate
- Lo sono le frazioni che vengono applicate alle grandezze
- La proprietà che in forma generalizzata si esprime: $a \times b = b \times a$
- Lo è un numero che contiene esattamente un altro
- È il nome che indica uno dei due termini di una potenza, ma anche una delle due dimensioni di un rettangolo
- Numero minore di dieci, multiplo di due e di tre

Per prepararti alla prova nazionale

1. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Risolvere problemi con le frazioni

Un recipiente è pieno per $\frac{2}{5}$ della sua capacità. Aggiungendo 8 litri il livello raggiunge i $\frac{4}{5}$.
Qual è la capacità totale del recipiente?

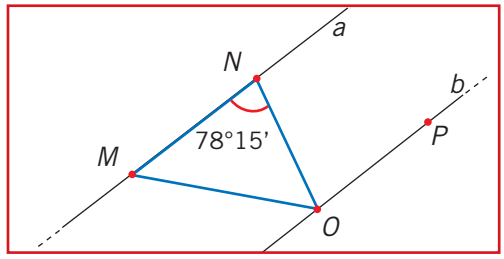
A 20 litri **B** 40 litri **C** 25 litri **D** 16 litri

2. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Determinare tutti i divisori di un numero

Oltre a 1 e a se stesso, tutti gli altri divisori di 54 sono

A 2,3,4,6,9,16,18,27 **B** 2,6,9,27 **C** 2,3,9,18,27 **D** 2,3,6,9,18,27

3. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Determinare l'ampiezza di angoli formati da due rette parallele tagliate da una trasversale
Nella figura le rette *a* e *b* sono parallele.
L'angolo $M\hat{N}O$ misura 78°15′.
Quanto è ampio l'angolo $N\hat{O}P$?



Risposta: .....

4. **Tipologia:** Relazioni e funzioni
Abilità: Individuare la regola di una successione di numeri

Osserva la seguente successione di numeri: 1 3 7 15 31 63 127 .....
Indicando con la lettera *n* un numero qualsiasi di questa successione, la regola che consente di trovare il suo successivo è:

A $n + 1$ **B** $2n + 1$ **C** $2n$ **D** $n + 2$

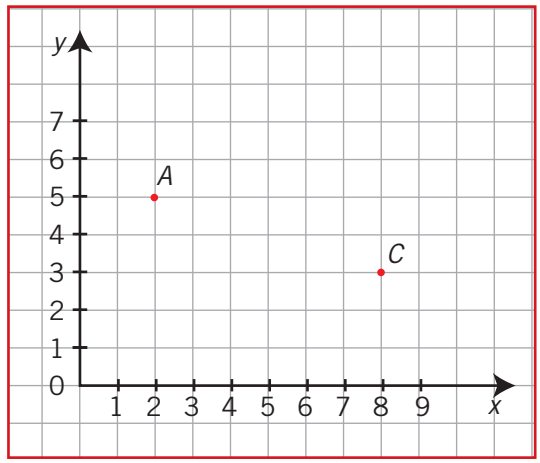
5. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Risolvere problemi relativi a segmenti

La differenza tra due segmenti *AB* e *CD* è 18 cm e il segmento minore *AB* è $\frac{5}{7}$ del maggiore *CD*.
Quale delle seguenti espressioni consente di calcolare la lunghezza dei due segmenti?

A $\overline{AB} = 18 : 5 \times 2$; $\overline{CD} = 18 : 7 \times 2$
B $\overline{AB} = 18 : 2 \times 7$; $\overline{CD} = 18 : 2 \times 5$
C $\overline{AB} = 18 : 2 \times 5$; $\overline{CD} = 18 : 2 \times 7$
D $\overline{AB} = 18 : 5 \times 7$; $\overline{CD} = 18 : 7 \times 5$

6. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Individuare le coordinate cartesiane di un poligono

Quali sono le coordinate del vertice *B* del triangolo isoscele *ABC* di base *AB*?



A (1;2)

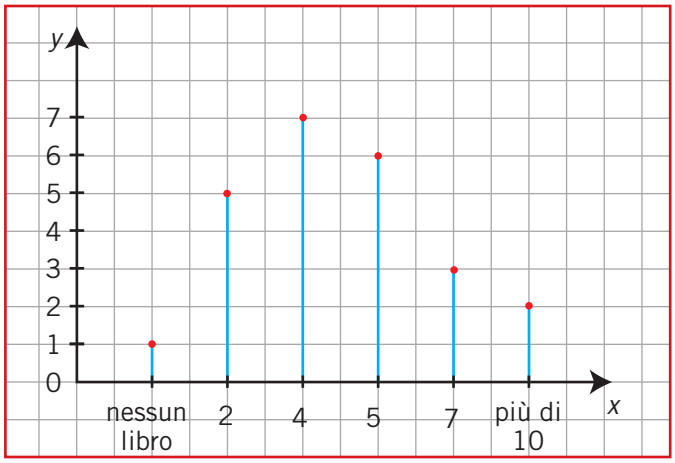
B (4;2)

C (2;1)

D (2;4)

7. **Tipologia:** Dati e previsioni
Abilità: Interpretare dati statistici

Il grafico a segmenti a lato rappresenta i risultati emersi da un'indagine sul numero di libri letti in un anno dagli alunni di una classe di scuola secondaria di primo grado.
Quanti sono gli alunni che leggono almeno 5 libri in un anno?



A 6 **B** 13
C 11 **D** 5

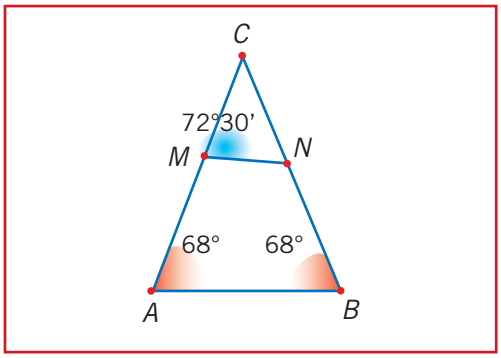
8. **Tipologia:** Misura
Abilità: Operare con le misure di tempo

In una gara ciclistica a cronometro i tempi di arrivo sono: 1° classificato $1^h05^m38^s$ e 2° classificato $1^h07^m05^s$. Qual è il tempo in meno impiegato dal primo rispetto al secondo classificato?

A 1^m07^s **B** 1^m37^s **C** 1^m27^s **D** 57^s

9. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Calcolare le ampiezze degli angoli di un triangolo

Quanto misura l'angolo $M\hat{N}C$ del triangolo isoscele rappresentato a lato?



A 64°30′
B 63°30′
C 64°
D 65°

10. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Fattorizzare un numero

Quale fattore si deve mettere al posto dei puntini perché l'uguaglianza $900 = 2^2 \times ..... \times 5^2$ sia vera?

A 3 **B** 3^2 **C** 7 **D** 3^3

11. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Utilizzare i numeri primi

Quali sono i numeri primi minori di 30 la cui somma è 31?

A 3 e 29 **B** 2 e 29 **C** 26 e 5 **D** 11 e 19

12. **Tipologia:** Misura
Abilità: Operare con le misure di tempo

18000 secondi sono equivalenti a:

A più di 5 ore **B** 6 ore **C** 6 ore e mezza **D** 5 ore

13. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Individuare i divisori di un numero

Quale dei seguenti numeri non è divisore di 2004?

A 4 B 8 C 12 D 6

14. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Utilizzare il concetto di multiplo per risolvere problemi

Filippo organizza la festa di compleanno. Gli invitati sono meno di 10 e si ripartiscono i pasticcini nel seguente modo: ciascuno ne ha 12 e ne avanzano 8. Quanti sono i pasticcini?

A 116 B 100 C 99 D 188

15. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Risolvere problemi con i numeri naturali

Se la somma di 5 numeri interi consecutivi maggiori di zero è 2005, il numero più grande è:

A 401 B 403 C 404 D 405

16. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Utilizzare il concetto di multiplo per risolvere i problemi

Gli alunni del laboratorio di botanica stanno preparando la bordura di un'aiuola.
Cominciano con 2 giacinti bianchi, poi ne mettono 3 rosa, poi ancora 2 bianchi, 3 rosa e cosi via.
Quale posto nella fila occupa il quindicesimo giacinto bianco?

A 32 B 35 C 36 D 40

17. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Risolvere problemi con numeri naturali

Una sarta compra 8 metri di nastro di velluto rosso per rifinire un abito. Lo divide poi in 4 parti, di cui la seconda è tripla della prima. Le altre due parti sono lunghe 2 metri ciascuna. Calcola la lunghezza della seconda parte in cui è stato diviso il nastro.

A 2 B 4 C 5 D 3

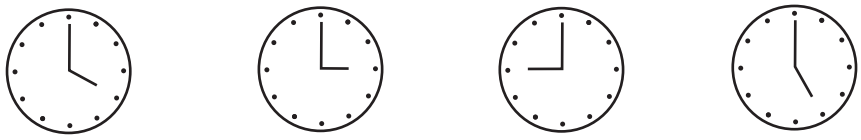
18. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Utilizzare il M.C.D. per risolvere problemi

Carlo possiede 54 biglie rosse e 90 blu. Vuole distribuirle in scatole, in modo che ogni scatola contenga palline tutte dello stesso colore e che il numero delle palline sia lo stesso per ogni scatola. Qual è il minimo numero di scatole che gli consente di eseguire l'operazione.

A 18 B 36 C 9 D 8

19. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Individuare angoli

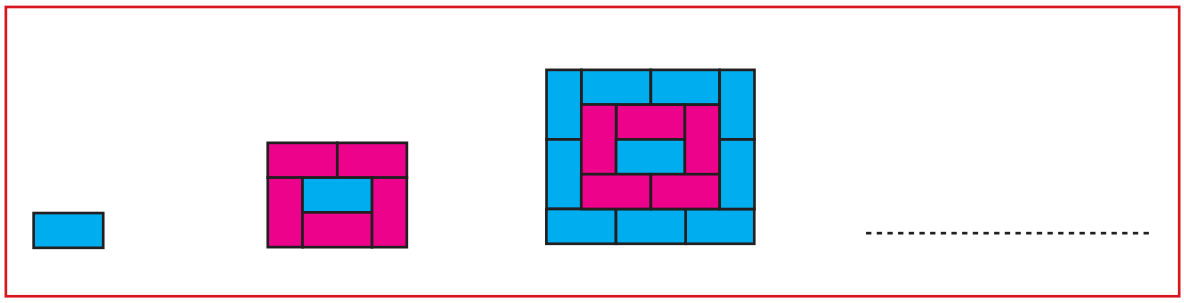
Segna con una crocetta la figura in cui il più piccolo dei due angoli formati dalle due lancette dell'orologio misura 150°.



A B C D

20. **Tipologia:** Relazioni e funzioni
Abilità: Individuare la regola in una successione di figure

Osserva il seguente mosaico di forma rettangolare nel cui centro è stata posta una tessera blu, poi la prima cornice costituita da 5 tessere rosse, poi la seconda cornice con 9 tessere blu e così via.



Quante sono le tessere dell'ottava cornice?

A 27 **B** 33 **C** 31 **D** 29

21. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Determinare le misure dei segmenti

La somma di due segmenti *AB* e *CD* è di 120 cm e il segmento maggiore (*AB*) è il triplo del minore (*CD*). Quale delle seguenti espressioni consente di calcolare le misure dei due segmenti?

A $\overline{CD} = 120 : 3 = 40$ cm; $\overline{AB} = 120 - 40 = 80$ cm

B $\overline{CD} = 120 : 4 = 30$ cm; $\overline{AB} = 30 \times 2 = 60$ cm

C $\overline{CD} = 120 : 3 = 40$ cm; $\overline{AB} = 40 \times 3 = 120$ cm

D $\overline{CD} = 120 : 4 = 30$ cm; $\overline{AB} = 30 \times 3 = 90$ cm

22. **Tipologia:** Misura
Abilità: Confrontare misure di peso

Metti in ordine decrescente i pesi dei seguenti prodotti:
1,2 kg di zucchine, 850 g d'insalata, 15 hg di pomodori, 110 dag di fagiolini.

Risposta:

.....

23. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Applicare le proprietà delle potenze

Quale delle seguenti è una uguaglianza falsa?

A $3^2 \times 3^3 \times 3 = 3^6$ **B** $2^2 \times 2^5 \times 2 = 2^7$ **C** $5^3 \times 5^2 \times 5^0 = 5^5$ **D** $3^7 \times 3 \times 3^2 = 3^{10}$

24. **Tipologia:** Relazioni e funzioni
Abilità: Individuare la regola in una successione di figure

Alcuni fiammiferi sono disposti come indicato nelle figure:

figura 1

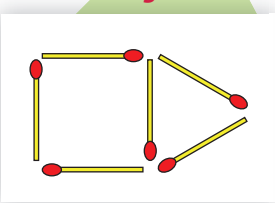


figura 2

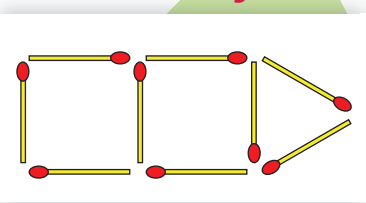
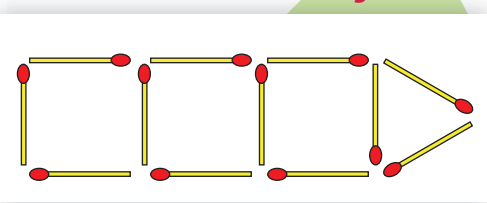


figura 3



Se si continua la sequenza delle figure, quanti fiammiferi verranno usati per fare la figura 8?

A 32 **B** 24 **C** 30 **D** 27

25. **Tipologia:** Dati e previsioni
Abilità: Determinare la frequenza assoluta di un dato statistico

Un'indagine sul numero di bibite consumate in una settimana da 150 ragazzi ha dato i risutati registrati nella tabella a lato. Quanti sono i ragazzi che hanno consumato 5 bibite in una settimana?

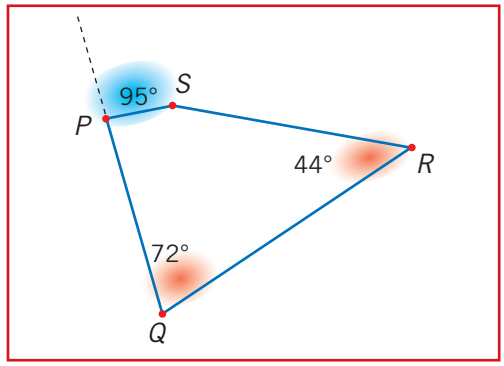
Numero bibite	Frequenza assoluta
1	16
2	60
3	32
4	12
5	
più di 5	7

A 21 B 23

C 13 D 24

26. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Determinare l'ampiezza degli angoli di un quadrilatero

Quanto misura l'angolo $P\hat{S}R$ del quadrilatero $PQRS$ rappresentato a lato?



A 158° B 169°

C 160° D 159°

27. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Risolvere problemi con numeri naturali

In una classe vi sono 28 studenti e le ragazze sono 4 in più dei ragazzi. Quante sono le ragazze?

A 6 B 13 C 16 D 19

28. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Risolvere problemi con numeri naturali

Giovanni ha 264 euro mentre Carmen ha 172 euro. Quanti euro deve dare Giovanni a Carmen in modo che i due abbiano la stessa somma di denaro?

Risposta:

.....

29. **Tipologia:** Relazioni e funzioni
Abilità: Individuare la regola che consente di calcolare i termini di una successione numerica

Considera la seguente successione di numeri: $\frac{2}{3}$; 1; $\frac{4}{3}$; $\frac{5}{3}$; 2; ...
Ogni termine della successione si ottiene aggiungendo una frazione al precedente.
Qual è la frazione?

A $\frac{2}{3}$ B $\frac{1}{5}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{3}$

30. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Calcolare le misure degli angoli di un quadrilatero

Un quadrilatero ha tre angoli congruenti e il quarto angolo che misura 126°. Quanto è ampio ognuno degli angoli congruenti?

A 78° B 88° C 76°30′ D 77°30′

31. **Tipologia:** Misura
Abilità: Risolvere problemi con unità di misura di peso

Un cuoco prepara un piatto di rigatoni al ragù per un pranzo di 38 persone. La ricetta prevede 3,20 hg di rigatoni per 4 persone. Quanti rigatoni deve preparare il cuoco per 38 persone?

A 25 hg **B** 31 hg **C** 3 kg **D** 3040 g

32. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Saper risolvere espressioni

Una cifra di questa espressione è stata sostituita dal simbolo □. Qual è la cifra?
$2\square 4 - 3 \times 18 - 3 \times 12 + 1 \times 6 = 130$

A 1 **B** 2 **C** 0 **D** 3

33. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Confrontare frazioni

Qual è la maggiore tra le seguenti frazioni?

A $\frac{3^2}{4^2}$ **B** $\frac{3^2}{4}$ **C** $\left(\frac{3}{4}\right)^2$ **D** $\frac{3}{4^2}$

34. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Risolvere espressioni applicando le proprietà delle potenze

Qual è il risultato della seguente espressione?

$$5^3 : [5^4 \times 5^3]^0 : 5^2$$

A 5^2 **B** 1 **C** 5 **D** 0

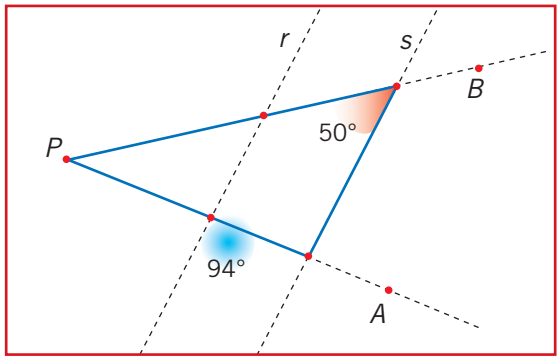
35. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Applicare i criteri di divisibilità

Quali sono tutte le cifre che puoi mettere nella casella vuota del numero 32□4 in modo che quello ottenuto sia contemporaneamente divisibile per 2 e per 3?

A 3 **B** 3, 6, 9 **C** 0, 3, 6, 9 **D** 2, 3, 6

36. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Determinare le ampiezze di angoli formati da due rette parallele tagliate da una trasversale

Le rette *r* e *s* della figura a lato sono parallele. Quanto misura l'angolo $A\hat{P}B$?



A 36° **B** 46°

C 44° **D** 38°

37. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Determinare quali possono essere le possibili misure di un lato di un triangolo, conoscendo le altre due

Due lati di un triangolo misurano 10 cm e 15 cm; quali possono essere le misure del terzo lato?

A ≤ 25 e ≥ 5 **B** > 25 **C** 25 **D** < 25 e > 5

38. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Risolvere problemi con le frazioni

Una somma di denaro è stata suddivisa nel seguente modo: $\frac{2}{5}$ a Luigi, $\frac{1}{3}$ a Carla e a Federica i rimanenti 240 euro. A quanto ammonta l'intera somma di denaro?

Risposta:

.....

39. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Risolvere problemi con numeri naturali

Ad una maratona partecipano 250 atleti. Se gli atleti italiani fossero 10 di meno e quelli stranieri 18 in più, il numero degli stranieri sarebbe uguale a quello degli italiani. Quanti sono gli atleti italiani?

A 128 B 130 C 133 D 139

40. **Tipologia:** Relazioni e funzioni
Abilità: Individuare relazioni in figure geometriche

Le seguenti figure rappresentano dei triangoli rettangoli isosceli i cui cateti misurano 3 *u*, 4 *u*, e 5 *u*. Ogni triangolo rettangolo isoscele è formato da un certo numero di piccoli triangoli rettangoli isosceli di cateto 1 *u*.

figura 1

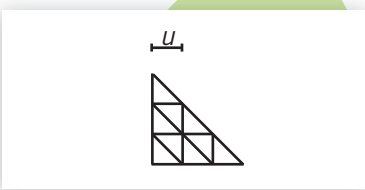


figura 2

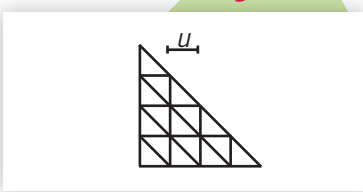
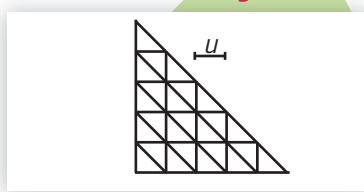


figura 3



Esiste una relazione tra la misura del cateto di un triangolo rettangolo isoscele grande e il numero di triangoli piccoli che lo formano? .....

Quale.....

Il triangolo rettangolo isoscele di cateto 8 *u* da quanti triangoli piccoli è formato?.....

41. **Tipologia:** Dati e previsioni
Abilità: Interpretare grafici

In un diagramma a colonne un rettangolo che ha l'altezza di 12 cm rappresenta 24 persone. Un rettangolo con l'altezza di 15 cm quante persone rappresenta?

A 18 B 48 C 30 D 36

42. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Risolvere problemi con le frazioni

In una prova di matematica i 24 alunni di una classe hanno ottenuto i seguenti risultati: 6 alunni un voto maggiore di sei e metà classe il voto sei. Qual è la frazione degli alunni che ha preso un voto minore di 6?

A $\frac{1}{8}$ B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{1}{5}$

43. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Individuare quanti numeri decimali sono compresi in un intervallo numerico

Quanti numeri con due cifre decimali sono maggiori di 4,8 e minori di 5?

A 20 B 21 C 19 D 2

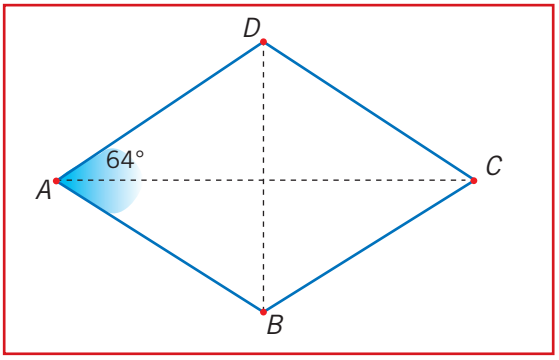
44. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Elevare a potenza numeri decimali

Indica quale tra le seguenti uguaglianze è falsa

A $0{,}5^2 = 0{,}25$ **B** $1{,}5^2 = 2{,}25$ **C** $0{,}2^3 = 0{,}8$ **D** $0{,}1^2 = 0{,}01$

45. **Tipologia:** Geometria e misura
Abilità: Determinare le ampiezze di angoli in figure geometriche

Nel rombo *ABCD* disegnato a lato l'angolo $B\hat{A}D$ misura 64°. Quanto misura ciascun angolo formato dalla diagonale minore e da un lato del rombo?



Risposta:

.....

Risultati degli esercizi per la prova nazionale

1. A; **2.** D; **3.** 78°15′; **4.** B; **5.** C; **6.** C; **7.** C ; **8.** C; **9.** B; **10.** B; **11.** B; **12.** D; **13.** B; **14.** A; **15.** B; **16.** C; **17.** D; **18.** D; **19.** D; **20.** B; **21.** D; **22.** 15 hg di pomodori, 1,2 kg di zucchero, 110 dag di fagiolini, 850 g d'insalata; **23.** B; **24.** D; **25.** B; **26.** D; **27.** C; **28.** 46; **29.** D; **30.** A; **31.** D; **32.** A; **33.** B; **34.** C; **35.** C; **36.** A; **37.** D; **38.** 900 euro; **39.** D; **40.** si, il numero dei triangoli e uguale al quadrato della misura del cateto del triangolo grande, 64; **41.** C; **42.** B; **43.** C; **44.** C; **45.** 58°.

Indice

pag.

ARITMETICA

1. Numeri naturali e sistemi di numerazione 3
2. Le quattro operazioni e loro proprietà 11
3. Elevamento a potenza 19
4. Divisori e multipli 27
5. Operare con le frazioni 35
6. L'indagine statistica 45

GEOMETRIA

7. Nozioni fondamentali della geometria 51
8. Angoli 55
9. Rette nel piano 61
10. Poligoni 69
11. Triangoli 73
12. Quadrilateri 79

LABORATORIO DI MATEMATICA

1. Sistemi di numerazione 87
2. Numeri grandi e numeri piccoli 95
3. Giochiamo con i punti 99

SCHEDE STORICHE, CURIOSITÀ E GIOCHI 105

PER PREPARARTI ALLA PROVA NAZIONALE 119