M. Cerini - R. Fiamenghi - D. Giallongo

Quaderno operativo 2

Trevisini Editore

La pubblicazione di un libro è un'operazione complessa, che richiede numerosi controlli: sul testo, sulle immagini e sulle relazioni che si stabiliscono tra essi. L'esperienza suggerisce che è praticamente impossibile pubblicare un libro privo di errori. Saremo quindi grati ai lettori che vorranno segnalarceli.

Nel caso di eventuali errori od omissioni nelle citazioni delle fonti, la Casa Editrice provvederà, nella prossima edizione, alle rettifiche che verranno comunicate dagli aventi diritto.

Nei casi in cui non è stato possibile reperire chi potesse concedere il permesso di riproduzione, si precisa che la Casa Editrice è a disposizione degli aventi diritto.

Progetto grafico e impaginazione elettronica: BAMA - Vaprio d'Adda

Copertina: Areaimmagine - Milano

Il contenuto di questo testo rispetta l'art. 5 della legge 169 del 30/10/08 e, pertanto, non sarà modificato per 5 anni.

PROPRIETÀ LETTERARIA RISERVATA

I diritti di traduzione, riproduzione e di adattamento, totale o parziale, con qualsiasi mezzo, compreso fotocopie in bianco e nero o a colori, sono riservati.

© 2010 Casa Editrice Luigi Trevisini S.r.l.

Prima edizione: gennaio 2010

Edizione: 1 2 3 4 5 2010 2011 2012 2013 2014

Con i tipi della:
Casa Editrice Luigi Trevisini S.r.l.
Via Tito Livio 12
20137 Milano
Tel. 02 5450704 - Fax 02 55195782

Sito internet: http://www.trevisini.it
Posta Elettronica: trevisini@trevisini.it

1 I numeri razionali: $\mathbb{Q}^a$

ESERCIZI E ATTIVITÀ PER IL RECUPERO PER IL POTENZIAMENTO

- Prima cifra soppressa $\geq 5 \rightarrow$ per eccesso
- Prima cifra soppressa $< 5 \rightarrow$ per difetto

Per appossimare si applica la regola

PER DIFETTO
Il numero approssimato è minore del numero dato

PER ECCESSO
Il numero approssimato è maggiore del numero dato

Si approssimano

NUMERI RAZIONALI $\mathbb{Q}^a$

Numeri decimali limitati — corrispondono a → Frazioni decimali (il denominatore è potenza di 10) $\frac{3}{10}, \frac{7}{100}, \ldots$

Numeri decimali illimitati periodici — corrispondono a → Frazioni ordinarie (il denominatore non è potenza di 10) $\frac{4}{3}, \frac{2}{7}, \ldots$

- Periodici semplici (solo periodo) $3,\overline{15}$, $0,\overline{3}$
- Periodici misti (periodo e antiperiodo) $4,2\overline{37}$, $1,5\overline{3}$

RECUPERO

Prima di effettuare gli esercizi per il recupero
è opportuno che tu riveda la teoria sul libro di testo.

1. Completa la seguente tabella separando le frazioni decimali da quelle ordinarie.

$\frac{6}{100}; \frac{5}{12}; \frac{17}{20}; \frac{15}{10}; \frac{19}{40}; \frac{316}{1000}; \frac{5}{13}; \frac{11}{300}; \frac{29}{100}; \frac{59}{240}; \frac{87}{180}; \frac{43}{10}.$

FRAZIONI DECIMALI: HANNO PER DENOMINATORE UNA POTENZA DI 10	FRAZIONI ORDINARIE
$\frac{6}{100}$;	$\frac{5}{12}$;

2. Completa come negli esempi.

ESEMPIO

a) Trasforma la frazione $\frac{17}{50}$ in frazione decimale.

Dato che $50 = 2 \times 5^2$; è possibile operare la trasformazione; infatti: $50 \times 2 = 100$.

Quindi $\frac{17}{50} = \frac{17 \times 2}{50 \times 2} = \frac{34}{100}$

b) Trasforma la frazione $\frac{13}{30}$ in frazione decimale.

Osserva che $30 = 2 \times 3 \times 5$; quindi non è possibile operare la trasformazione.
Infatti non esiste un numero che moltiplicato per 30 lo trasformi in una potenza di 10:
$\frac{13}{30}$ è una frazione ordinaria.

a) $\frac{9}{20} \rightarrow \frac{9 \times .....}{20 \times 5} = ...$

b) $\frac{\cancel{3}}{\cancel{12}_4} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1 \times .....}{4 \times ....} = ...$

c) $\frac{7}{15} \rightarrow \frac{.....}{(\textit{osserva che } 15 = 3 \times 5)}$

d) $\frac{5}{2} \rightarrow .....$

e) $\frac{7}{8} \rightarrow \frac{7 \times .....}{8 \times 125} = ...$

3. Completa come negli esempi.

Frazione	N° decimale corrispondente	Tipo di numero decimale	Periodo	Antiperiodo
$\frac{7}{3}$	$7 : 3 = 2,\overline{3}$	n° decimale, periodico semplice	3	/
$\frac{23}{5}$	$23 : 5 = 4,6$	n° decimale, limitato	/	/
$\frac{11}{12}$	$11 : 12 = 0,91\overline{6}$	n° decimale, periodico misto	6	91
$\frac{7}{9}$				
$\frac{9}{15}$				
$\frac{47}{25}$				
$\frac{25}{27}$				
$\frac{45}{22}$				

4. Completa come negli esempi.

Numero decimale finito	1,7	0,63	3,....		5,06	10,5		0,032	0,08		4,073
Frazione decimale	$\frac{17}{10}$	$\frac{63}{....}$	$\frac{316}{100}$	$\frac{736}{10}$			$\frac{823}{1000}$		$\frac{14}{1000}$	$\frac{219}{10}$	

5. Analizzando la fattorizzazione del denominatore delle seguenti frazioni, stabilisci il tipo di numero decimale originato da ciascuna di esse. Procedi come negli esempi. (*Ricordati di semplificare le frazioni*).

ESEMPIO

a) $\frac{\cancel{14}^{7}}{\cancel{24}_{12}} = \frac{7}{12} \rightarrow 12 = 2^2 \times 3$ la fattorizzazione del denominatore **contiene il 2 e un altro fatore**; il numero decimale è **periodico misto**;

b) $\frac{15}{32} \rightarrow 32 = 2^5$ la fattorizzazione del denominatore contiene **solo il 2**; il numero decimale è **limitato**;

c) $\frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{33}_{11}} = \frac{3}{11} \rightarrow 11 = 11$ la fattorizzazione del denominatore presenta **né il 2 né il 5**; il numero decimale è **periodico semplice**.

$\frac{7}{9}; \frac{32}{50}; \frac{21}{30}; \frac{3}{44}; \frac{37}{36}; \frac{17}{27}; \frac{50}{60}; \frac{32}{18}; \frac{11}{30}; \frac{8}{15}; \frac{6}{15}; \frac{21}{22}; \frac{13}{33}; \frac{18}{40}; \frac{16}{25}$

6. Esegui le divisioni indicate dalle frazioni dell'esercizio precedente e verifica l'esattezza delle tue previsioni. Procedi come è indicato nei seguenti esempi.

a) $\frac{7}{12} \rightarrow 7 : 12 = 0,58\overline{3}$ numero decimale periodico misto; previsione esatta.

b) $\frac{15}{32} \rightarrow 15 : 32 = 0,46875$ numero decimale limitato; previsione esatta.

7. Completa la seguente tabella. Procedi come nell'esempio.

Frazione data	Frazione ridotta ai minimi termini	Fattorizzazione del denominatore	Tipo di numero decimale
$\frac{\cancel{15}^{5}}{\cancel{48}_{16}}$	$\frac{5}{16}$	$16 = \ldots\ldots\ldots\ldots$	
$\frac{31}{75}$	$\frac{31}{75}$	$75 = 3 \times 5^2$	
$\frac{27}{120}$			
$\frac{34}{11}$			
$\frac{30}{36}$			
$\frac{24}{60}$			

8. Esegui le divisioni indicate dalle frazioni dell'esercizio precedente e verifica l'esattezza delle tue previsioni.

9. Determina la frazione generatrice dei seguenti numeri periodici. Segui le indicazioni.

a) $4{,}1\overline{8} = \frac{418-41}{90} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\left[\frac{377}{90}\right]$

b) $7{,}8\overline{5} = \frac{785-\ldots\ldots}{90} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\left[\frac{707}{90}\right]$

c) $2{,}7\overline{54} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\left[\frac{303}{110}\right]$

d) $10{,}\overline{345} = \frac{10345-10}{999} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\left[\frac{3445}{333}\right]$

e) $12{,}\overline{13} = \frac{1213-\ldots\ldots}{99} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\left[\frac{1201}{99}\right]$

f) $3{,}\overline{6} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\left[\frac{11}{3}\right]$

Determina la frazione generatrice dei seguenti numeri periodici semplici.

10. $1{,}\overline{3}$; $0{,}\overline{27}$; $3{,}\overline{6}$; $1{,}\overline{252}$; $0{,}\overline{07}$ $\left[\frac{4}{3}; \frac{3}{11}; \ldots\ldots\right]$

11. $3{,}\overline{12}$; $0{,}\overline{36}$; $1{,}\overline{6}$; $0{,}\overline{75}$; $2{,}\overline{04}$ $\left[\frac{103}{33}; \frac{12}{33}; \ldots\ldots\right]$

Determina la frazione generatrice dei seguenti numeri periodici misti.

12. $1{,}4\overline{8}$; $0{,}2\overline{6}$; $0{,}5\overline{4}$; $2{,}0\overline{76}$; $31{,}5\overline{61}$ $\left[\frac{67}{45}; \ldots\ldots; \frac{15623}{495}\right]$

13. $1{,}0\overline{8}$; $1{,}4\overline{6}$; $0{,}14\overline{9}$; $0{,}5\overline{14}$; $5{,}01\overline{5}$ $\left[\frac{49}{45}; \frac{22}{15}; \ldots\ldots\right]$

Risolvi le seguenti espressioni seguendo le indicazioni.

14. $(2,\overline{6} \times 0,2 + 1,6\overline{3}) \times 0,5$

scrivi la frazione generatrice di ogni numero decimale:

$$\left(\frac{26-2}{9} \times \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{10}_{5}} + \frac{163-16}{90}\right) \times \frac{\cancel{5}^{1}}{.....}$$

esegui i calcoli e le semplificazioni:

$$\left(\frac{\cancel{24}^{8}}{\cancel{9}_{3}} \times ..... + \frac{\cancel{147}^{49}}{\cancel{90}_{30}}\right) \times ..... =$$

esegui la moltiplicazione e poi l'addizione nelle tonde:

.....

semplifica ed esegui l'ultima moltiplicazione:

..... $\left[\frac{13}{12}\right]$

15. $5,\overline{3} - [(0,\overline{6})^3 \times (1,5)^2] : \left[\left(\frac{5}{7}\right)^2 \times 1,4\right]$

trasforma i numeri decimali nelle corrispondenti frazioni generatrici:

$$\frac{53-5}{9} - \left[\left(\frac{.....}{.....}\right)^3 \times \left(\frac{.....}{.....}\right)^2\right] : \left[\left(\frac{5}{7}\right)^2 \times \frac{.....}{10}\right]$$

completa le trasformazioni e semplifica:

$$\frac{48}{9} - \left[\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2\right] : \left[\left(\frac{5}{7}\right)^2 \times \frac{.....}{.....}\right]$$

svolgi le potenze:

$$\frac{48}{9} - \left[\frac{8}{27} \times \frac{.....}{.....}\right] : \left[\frac{.....}{.....} \times \frac{.....}{.....}\right]$$

esegui la moltiplicazione nelle parentesi quadre e poi la divisione:

.....

risolvi la sottrazione e semplifica il risultato:

..... $\left[\frac{22}{5}\right]$

Procedendo come negli esercizi precedenti, risolvi le seguenti espressioni.

16. $(0,8 + 0,5\overline{3} + 0,\overline{6})^2$ [4]

17. $(0,\overline{8} + 0,1\overline{6} + 0,0\overline{5}) : (0,\overline{6})^3$ $\left[\frac{15}{4}\right]$

18. $(0,9\overline{3} : 0,58\overline{3} - 1,\overline{63} : 2,\overline{72})^5$ [1]

19. $\{2,\overline{3} - [(0,15 + 0,\overline{6}) : 0,4\overline{6} + 0,75] : 2,5\}^2$ $\left[\frac{16}{9}\right]$

20. $1,\overline{2} : \frac{11}{8} - 0,8\overline{3} : 1,\overline{6} + 0,58\overline{3} : 1,1\overline{6}$ $\left[\frac{8}{9}\right]$

21. $0,\overline{3} + \left\{[(0,4 + 0,\overline{6}) : 0,3\overline{5} + 1,35 \times 0,\overline{5}] : \frac{5}{2}\right\}$ $\left[\frac{11}{6}\right]$

22. Completa la seguente tabella effettuando le approssimazioni richieste.

Numero decimale	Approssimazione		
	a meno di 0,1	a meno di 0,01	a meno di 0,001
6,4538	6,5 perché si sopprime 5	6,45 perché si sopprime 3	6,454 perché si sopprime 8
3,6291			
11,9824			
7,1245			
8,6836			

23. Completa le seguenti approssimazioni del numero 8,69452.

ai decimi → 8,7 perché la cifra soppressa è 9 > 5
ai centesimi → 8,69 perché ..... 4 > 5
ai millesimi → ..... perché..... 5 = 5
ai decimillesimi → .....

24. Approssima ai decimi i seguenti numeri decimali.

15,39 → ..... 4,125 → ..... 133,871 → ..... 8,325 → .....
2,14 → ..... 31,67 → ..... 865,523 → ..... 6,471 → .....

25. Approssima ai centesimi i seguenti numeri decimali.

22,781 → ..... 311,7856 → ..... 5,184 → ..... 21,367 → .....
8,357 → ..... 1,37201 → ..... 0,2463 → ..... 4,243 → .....

26. Procedi come nell'esempio per approssimare ai millesimi i seguenti numeri periodici.

ESEMPIO

$17,\overline{38} = 17,383838... \rightarrow 17,384$ perché la prima cifra soppressa è 8 > 5

$3,6\overline{74}$ = 3,67474 → 3,675
$16,\overline{7}$ =..... → .....
$35,1\overline{06}$ =.....
$0,\overline{45}$ =.....
$29,0\overline{48}$ =.....
$13,\overline{07}$ =.....

27. Procedi come nell'esempio per approssimare ai centesimi i seguenti numeri periodici:

ESEMPIO

$24,\overline{17} = 24,1717...$ → 24,17 perché la prima cifra soppressa è 1 < 5
$24,\overline{36} = 0,36666...$ → 0,37 perché la prima cifra soppressa è 6 > 5
$15,\overline{81} = 15,818181...$ → 15,82 perché la prima cifra soppressa è 8 > 5

$7,\overline{18} = 7,1818$ ..... → .....
$54,2\overline{7} = 54,2777$ ... → .....
$0,\overline{84}$ = ...
$13,7\overline{1}$ = ...
$7,\overline{6}$ = ...
$2,1\overline{4}$ = ...

POTENZIAMENTO

Osservazioni sulle regole per trasformare i numeri decimali in frazioni

Ricerca della frazione generatrice di un numero decimale limitato

Per ottenere la frazione generatrice di un numero decimale limitato si scrive il numero in forma polinomiale e poi si seguono i calcoli. Osserva i seguenti esempi:

1. 2,125 in forma polinomiale è: $2+\frac{1}{10}+\frac{2}{10}+\frac{5}{1000}$; eseguendo i calcoli si ottiene:

$$\frac{200+100+20+5}{1000}=\frac{2125}{1000}=\frac{17}{8}$$

Numero di partenza senza la virgola

1 seguito da tanti zeri quante sono le cifre decimali del numero di partenza

2. 25,4 in forma polinomiale è: $2 \times 10 + 5 + \frac{4}{10}$, eseguendo i calcoli si ottiene:

$$\frac{200+50+4}{10}=\frac{254}{10}=\frac{127}{5}$$

Più velocemente si possono ottenere gli stessi risultati moltiplicando e dividendo il numero decimale per un'opportuna potenza di 10:

$$2{,}125=\frac{2{,}125\times1000}{1000}=\frac{2125}{1000}=\frac{17}{8}$$

$$25{,}4=\frac{25{,}4\times10}{10}=\frac{254}{10}=\frac{127}{5}$$

Ricerca della frazione generatrice di un numero periodico semplice

1. Consideriamo il numero periodico semplice $1{,}\overline{3}$.

Moltiplicando per 10 si ha: $1{,}\overline{3} \times 10 = 13{,}333...$

Moltiplicando per 1 si ha: $1{,}\overline{3} \times 1 = 1{,}333...$

Possiamo scrivere: $10 \times 1{,}\overline{3} - 1 \times 1{,}\overline{3} = \boxed{9 \times 1{,}\overline{3}}$ ovvero $13{,}333... - 1{,}333... = \boxed{12}$

Quindi: $9 \times 1{,}\overline{3} = 12$ da cui si ottiene:

$$1{,}\overline{3}=\frac{12}{9}$$

(13 – 1) numero senza il periodo e la virgola diminuito del numero formato dalle cifre che precedono il periodo

Un nove, cioè tanti nove quante sono le cifre che formano il periodo

2. Consideriamo il numero periodico semplice $0,\overline{25}$.
Moltiplicando per 100 si ha: $0,\overline{25} \times 100 = 25,2525...$
Moltiplicando per 1 si ha: $0,\overline{25} \times 1 = 0,2525...$
Pertanto possiamo scrivere:

$$100 \times 0,\overline{25} - 1 \times 0,\overline{25} = \boxed{99 \times 0,\overline{25}} \text{ ovvero } 25,2525... - 0,2525... = \boxed{25}$$

Quindi: $99 \times 0,\overline{25} = 25$ da cui si ottiene:

$$0,\overline{25} = \frac{25}{99}$$

(25 – 0) numero senza il periodo e la virgola diminuito del numero formato dalle cifre che precedono il periodo

Due nove, cioè tanti nove quante sono le cifre che formano il periodo

Ricerca della frazione generatrice di un numero periodico misto

Consideriamo il numero periodico misto $2,1\overline{6}$.
Moltiplicando per 100 si ottiene 216,666...
Moltiplicando per 10 si ottiene 21,666...
Possiamo anche scrivere:

$$100 \times 2,1\overline{6} - 10 \times 2,1\overline{6} = \boxed{90 \times 2,1\overline{6}} \text{ ovvero } 216,666... - 21,666... = \boxed{195}$$

Quindi: $90 \times 2,1\overline{6} = 195$ da cui si ottiene:

$$2,1\overline{6} = \frac{195}{90}$$

(216 – 21) numero senza il periodo e la virgola diminuito del numero formato dalle cifre che precedono il periodo

Un nove, cioè tanti nove quante sono le cifre che formano il periodo.
Uno zero, cioè tanti zeri quante sono le cifre che formano l'antiperiodo

Esercizi

Ricerca della frazione generatrice di un numero decimale limitato

1. Completa procedendo come negli esempi.

Numero decimale limitato	Scrittura polinomiale	Calcolo
0,25	$\frac{2}{10} + \frac{5}{100}$	$\frac{20+5}{100} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$
1,625		
12,05		

Più velocemente:

$0,25 = \frac{0,25 \times 100}{100} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

3,75 =.....

1,625 =.....

12,05 =.....

Ricerca della frazione generatrice di un numero periodico semplice

2. Completa inserendo le parti mancanti.

a) Considera il numero periodico semplice $2,\overline{7}$.

Moltiplica $2,\overline{7}$ per 10: 27,777...

moltiplica $2,\overline{7}$ per 1: .....

$10 \times 2,\overline{7} - 1 \times 2,\overline{7} = \boxed{9 \times 2,\overline{7}}$

27,777... – ..... = ...

quindi $9 \times 2,\overline{7}$ = ... da cui si ottiene:

$2,\overline{7} = \dfrac{.....}{.....}$ → (27 – .....) → un nove, cioè tanti nove quante sono .....

b) Considera il numero periodico semplice $5,\overline{14}$.

Moltiplica $5,\overline{14}$ per 100: 514,1414...

moltiplica $5,\overline{14}$ per 1= 5,1414...

$100 \times 5,\overline{14} - 1 \times 5,\overline{14} = \boxed{99 \times 5,\overline{14}}$

..... – ..... = ...

quindi $99 \times 5,\overline{14}$ = ... da cui si ottiene:

$5,\overline{14} = \dfrac{.....}{.....}$ → (514 – .....) → due nove, cioè tanti nove quante sono .....

3. Procedi come negli esercizi precedenti per ricercare le frazioni generatrici dei numeri periodici semplici: $4,\overline{123}$; $21,\overline{3}$; $7,\overline{21}$; $125,\overline{81}$; $0,\overline{14}$

Ricerca della frazione generatrice di un numero periodico misto

4. Completa inserendo le parti mancanti.

Considera il numero periodico misto $1,2\overline{15}$.

Moltiplica per 1000 il numero periodico misto $1,2\overline{15}$: 1215,1515...

Moltiplica per 10 il numero periodico misto $1,2\overline{15}$: .....

$1000 \times 1,2\overline{15} - 10 \times 1,2\overline{15} = \boxed{990 \times 1,2\overline{15}}$

1215,1515..... – ..... = ...

Quindi $990 \times 1,2\overline{15}$ = ... da cui si ottiene:

$1,2\overline{15} = \dfrac{.....}{.....}$ → (1215 – .....) → due nove, cioè tanti nove quante sono .....

.....zero, cioè tanti zero quante sono.....

5. Procedi come nell'esercizio precedente per ricercare la frazione generatrice dei numeri periodici misti $0{,}14\overline{7}$ e $2{,}55\overline{43}$.

Scrivi le frazioni generatrici dei seguenti numeri decimali.

6. 0,2; 4,68; 11,212; 90,5; 12,6652. $\left[\frac{1}{5}; \frac{117}{25}; \ldots\right]$

7. $1{,}\overline{3}$; $0{,}\overline{27}$; $3{,}\overline{6}$; $1{,}\overline{252}$; $0{,}\overline{07}$. $\left[\frac{4}{3}; \frac{3}{11}; \ldots\right]$

8. $1{,}01\overline{6}$; $0{,}\overline{387}$; $3{,}2\overline{7}$; $1{,}0\overline{36}$; $0{,}3\overline{84}$. $\left[\frac{61}{60}; \frac{43}{111}; \ldots\right]$

9. $3{,}6\overline{4}$; $0{,}\overline{75}$; $2{,}\overline{36}$; $0{,}1\overline{05}$; $0{,}\overline{04}$. $\left[\frac{164}{45}; \frac{25}{33}; \ldots\right]$

Risolvi le espressioni con numeri razionali.

10. $[(0{,}1 + 0{,}09 \times 10) \times (0{,}25 + 0{,}75) + 12 : 2] \times (0{,}8 + 0{,}2 + 1)$. [14]

11. $[1{,}1\overline{6} : (0{,}8\overline{3} + 0{,}5) + 0{,}6 : 0{,}\overline{6}] : \{[0{,}85 : (1 + 0{,}1\overline{3}) + 0{,}625] \times 1{,}\overline{27}\}$. $\left[\frac{71}{70}\right]$

12. $[(0{,}\overline{4} - 0{,}0\overline{4} - 0{,}\overline{04}) : 1{,}9\overline{7} + 0{,}\overline{81}] : [(3{,}6\overline{4} - 2{,}8\overline{3}) : 1{,}6\overline{2} + 0{,}25] \times 1{,}8 - 0{,}9$. $\left[\frac{3}{2}\right]$

13. $0{,}\overline{6} - 0{,}\overline{5} \times [0{,}7^2 : 0{,}4\overline{6} - (0{,}5 + 1{,}5 : 0{,}\overline{3}) : 5] - (0{,}375 - 0{,}1\overline{6} + 0{,}41\overline{6}) : 6{,}25$. $\left[\frac{97}{180}\right]$

14. $[(3{,}4\overline{2} : 17{,}\overline{1} + 0{,}\overline{7}) : 0{,}9\overline{7}] : \{[1{,}\overline{1} : (1 + 0{,}\overline{1})] \times 1{,}5 + 0{,}\overline{5}\} \times (0{,}2\overline{4} - 0{,}1\overline{6} - 0{,}0\overline{4})$. $\left[\frac{1}{55}\right]$

15. $\dfrac{(0{,}2 \times 2{,}\overline{6} + 1{,}6\overline{3}) \times 0{,}5 + 1{,}41\overline{6}}{1{,}8\overline{3} + 0{,}1\overline{3} + 0{,}0\overline{3}}$. $\left[\frac{5}{4}\right]$

16. $\dfrac{8 : 5 - 0{,}5 \times (0{,}\overline{6} - 0{,}5) : (0{,}\overline{3})^2 - 0{,}7}{(0{,}5)^2 \times 3 + 0{,}875 - (1{,}5 - 1)^2 : 0{,}2 - 0{,}3}$ [2]

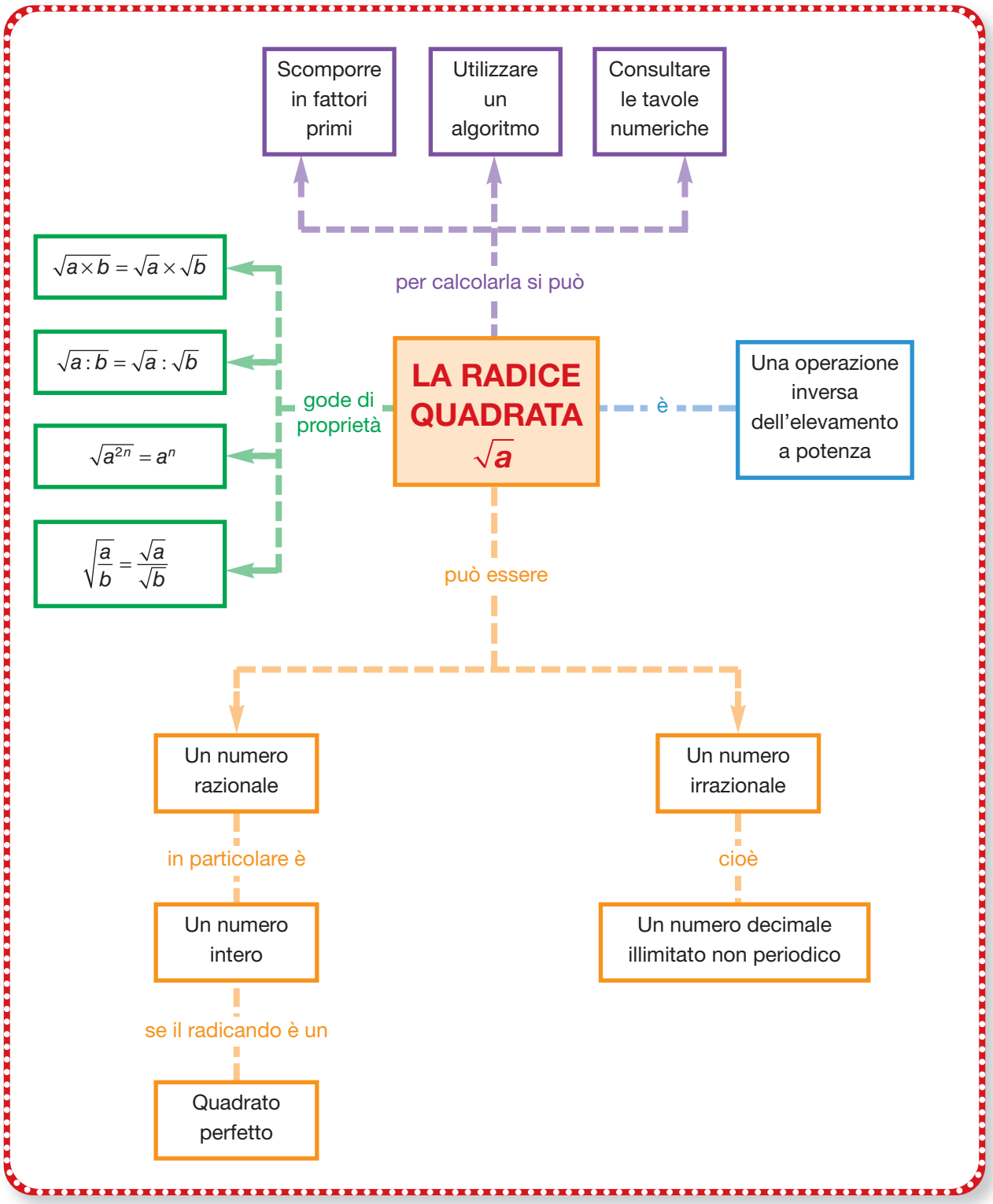
17. $\dfrac{(0{,}75 + 0{,}5 \times 2{,}\overline{6}) : 0{,}5 + 5 \times (1 - 0{,}25)}{0{,}\overline{6} + 0{,}2 \times 0{,}8\overline{3} - (1 - 0{,}25)^2 \times 0{,}\overline{6} + 1}$ $\left[\frac{38}{7}\right]$

18. $\dfrac{(0{,}08 + 2{,}17) : 1{,}5^2 - 0{,}7 \times 0{,}02 : 0{,}1}{1{,}25 : 0{,}5^2 + 1{,}4 \times 0{,}725 - 1{,}5} : \dfrac{5 - 1{,}5}{2 + 2{,}5}$. $\left[\frac{12}{49}\right]$

19. $\dfrac{1{,}5 - 0{,}25}{0{,}\overline{4} - 0{,}1\overline{6}} : \dfrac{(2 + 0{,}\overline{6}) : 1{,}\overline{6}}{1 + 0{,}6} + 1{,}4 : 0{,}7 - 0{,}2\overline{3}$. $\left[\frac{94}{15}\right]$

20. $\dfrac{2{,}0\overline{4} - 1{,}2}{(0{,}\overline{36}^2 + 0{,}\overline{18}) : 0{,}\overline{27}^2} + \dfrac{0{,}\overline{5}^2 - 0{,}\overline{4}^2}{(1{,}\overline{3} + 2{,}\overline{6}) \times 0{,}\overline{3}^2}$ $\left[\frac{9}{20}\right]$

ESERCIZI E ATTIVITÀ
PER IL RECUPERO
PER IL POTENZIAMENTO



RECUPERO

Prima di effettuare gli esercizi per il recupero
è opportuno che tu riveda la teoria sul libro di testo.

1. Stabilisci quali delle seguenti scomposizioni appartengono a dei quadrati perfetti ed estrai la loro radice quadrata.

ESEMPIO

a) $2^4 \cdot 3^5$ **non è** un quadrato perfetto perché un esponente (5) è dispari

b) $3^6 \cdot 7^2 \cdot 11^4$ **è** un quadrato perfetto perché **tutti** gli esponenti sono pari, allora:

$$\sqrt{3^6 \cdot 7^2 \cdot 11^4} = 3^{6:2} \cdot 7^{2:2} \cdot 11^{4:2} = 3^3 \cdot 7 \cdot 11^2$$

$3^4 \cdot 5^2$	SI	NO	$\sqrt{3^4 \cdot 5^2} =$	$2^6 \cdot 7^8$	SI	NO	.....
$2^8 \cdot 3^3$	SI	NO	.....	$2^2 \cdot 3^8 \cdot 11^6$	SI	NO	.....
$11^6 \cdot 13^2$	SI	NO	.....	$2^8 \cdot 3^{10} \cdot 5^4$	SI	NO	.....

2. Osserva il primo schema e completa il secondo.

0,01 — si richiede l'approssimazione ai centesimi

$$\underbrace{\sqrt{55}}_{\text{radicando}} = \underbrace{7{,}41}_{\text{radice quadrata}}$$

0,1 — .....

$$\underbrace{\sqrt{19}}_{\text{.....}} = \underbrace{4{,}3}_{\text{.....}}$$

3. Completa le seguenti frasi.

a) Se nell'estrazione di radice quadrata l'approssimazione richiesta è 0,1 nel **risultato** ci deve essere ..... cifra decimale

b) Se nell'estrazione di radice quadrata l'approssimazione richiesta è 0,01 nel **risultato** ci devono essere ..... cifre decimali

c) Se nell'estrazione di radice quadrata l'approssimazione richiesta è 0,001 .....
.....

4. Utilizzando le tavole numeriche determina la radice quadrata dei seguenti numeri interi minori di 1000 (*fai attenzione alle approssimazioni richieste*).
Cerca il radicando nella colonna intestata *n* e la radice quadrata nella colonna $\sqrt{n}$.

$\overset{1}{\sqrt{784}} =$	$\overset{1}{\sqrt{289}} =$	$\overset{0,1}{\sqrt{980}} =$	$\overset{0,1}{\sqrt{658}} =$ .....
$\overset{0,01}{\sqrt{73}} =$	$\overset{0,01}{\sqrt{305}} =$	$\overset{0,01}{\sqrt{118}} =$	$\overset{0,01}{\sqrt{743}} =$ .....
$\overset{0,001}{\sqrt{451}} =$	$\overset{0,001}{\sqrt{839}} =$	$\overset{0,001}{\sqrt{752}} =$	$\overset{0,001}{\sqrt{524}} =$ .....

5. Utilizzando le tavole numeriche determina la radice quadrata dei seguenti numeri interi maggiori di 1000.
Cerca il radicando nella colonna intestata n^2 e prendi, come radice quadrata, il numero corrispondente nella colonna n.

ESEMPIO

$\sqrt{2025} = 45$

$\sqrt{2809} =$ ..... $\sqrt{1936} =$ ..... $\sqrt{6561} =$ ..... $\sqrt{10404} =$ .....

$\sqrt{30276} =$ ..... $\sqrt{7056} =$ ..... $\sqrt{18496} =$ ..... $\sqrt{63001} =$ .....

$\sqrt{107584} =$ ..... $\sqrt{269361} =$ ..... $\sqrt{170569} =$ ..... $\sqrt{393129} =$ .....

6. Utilizzando le tavole numeriche determina la radice quadrata dei seguenti numeri decimali.
Cerca il radicando, privato della virgola, nella colonna intestata n^2 e prendi come radice quadrata il numero corrispondente nella colonna n; metti poi la virgola nel risultato.

ESEMPIO

$\sqrt{67,24}$ → cerca sulle tavole 6724 nella colonna n^2, prendi come radice 82 e separa una cifra decimale; quindi: $\sqrt{67,24} = 8,2$

$\sqrt{31,36}^{\,0,1} =$ ..... $\sqrt{70,56}^{\,0,1} =$ ..... $\sqrt{1,96}^{\,0,1} =$ ..... $\sqrt{10,89}^{\,0,1} =$ .....

$\sqrt{50,41}^{\,0,1} =$ ..... $\sqrt{70,56}^{\,0,1} =$ ..... $\sqrt{5,76}^{\,0,1} =$ ..... $\sqrt{24,01}^{\,0,1} =$ .....

$\sqrt{102,01}^{\,0,1} =$ ..... $\sqrt{20,25}^{\,0,1} =$ ..... $\sqrt{1303,21}^{\,0,1} =$ ..... $\sqrt{0,81}^{\,0,1} =$ .....

$\sqrt{0,16}^{\,0,1} =$ ..... $\sqrt{0,09}^{\,0,1} =$ ..... $\sqrt{2,7225}^{\,0,01} =$ .....

$\sqrt{0,0324}^{\,0,01} =$ ..... $\sqrt{0,1444}^{\,0,01} =$ ..... $\sqrt{14,5161}^{\,0,01} =$ .....

7. Completa le seguenti frasi, scegliendo tra i termini indicati sotto (non tutti saranno utilizzati):

decimali, aggiungendo, tre, togliendo, periodiche, zeri, uno, moltiplicando, due, sottraendo

a) Per avere una cifra decimale nel risultato, nel radicando ci devono essere ..... cifre decimali.
b) Per avere ..... cifre ..... nel risultato, nel radicando ci devono essere quattro cifre decimali.
c) Se nel radicando le cifre decimali sono in numero ....., devi "pareggiare" il numero delle .....

8. Determina le radici quadrate dei seguenti numeri (*fai attenzione agli zeri da aggiungere e alle approssimazioni richieste*).
Aggiungi uno o tre zeri; cerca il numero sulle tavole nella colonna n^2 (cerca quello che gli si avvicina di più), prendi il numero corrispondente nella colonna n, sistema le cifre decimali.

ESEMPIO

$\sqrt{27{,}8\ldots}^{\,0{,}1} \rightarrow \sqrt{27{,}80}$;

cerca 2780, il quadrato perfetto che lo precede è 2704 la cui radice quadrata è 52; sistema poi la virgola; quindi:

$$\sqrt{27{,}8}^{\,0{,}1} = 5{,}2$$

$\sqrt{7{,}1\ldots\ldots}^{\,0{,}1} =$ ..... $\sqrt{10{,}4\ldots\ldots}^{\,0{,}1} =$ ..... $\sqrt{4{,}6\ldots\ldots}^{\,0{,}1} =$ .....

$\sqrt{12{,}8\ldots\ldots}^{\,0{,}1} =$ ..... $\sqrt{58{,}3\ldots\ldots}^{\,0{,}1} =$ ..... $\sqrt{5{,}6\ldots\ldots}^{\,0{,}01} =$ .....

$\sqrt{1{,}2\ldots\ldots}^{\,0{,}01} =$ ..... $\sqrt{31{,}8\ldots\ldots}^{\,0{,}01} =$ ..... $\sqrt{6{,}324\ldots\ldots}^{\,0{,}01} =$ .....

$\sqrt{41{,}11\ldots\ldots}^{\,0{,}01} =$ ..... $\sqrt{9{,}78\ldots\ldots}^{\,0{,}01} =$ ..... $\sqrt{66{,}9\ldots\ldots}^{\,0{,}01} =$ .....

POTENZIAMENTO

Logaritmo di un numero

Oltre l'estrazione di radice quadrata, esiste un'altra operazione inversa dell'elevamento a potenza: **il logaritmo**, il cui simbolo è **log**.
Questa operazione ci permette di trovare l'esponente, conoscendo la base e il valore della potenza. Indicando con a la base e con b il valore della potenza, possiamo scrivere:

$$\boxed{\log_a b = x}$$

che si legge **"il logaritmo in base *a* di *b* è uguale a *x*"**.

Il logaritmo di un numero è l'operazione che consente di trovare l'esponente, conoscendo la base e il valore della potenza.

ESEMPIO

$\log_3 81 = x$
Dobbiamo trovare l'esponente da dare a 3 per ottenere 81, cioè risolvere la seguente situazione:
$3^x = 81$
Poiché $3^4 = 81$
allora $\log_3 81 = 4$
e si legge "logaritmo in base 3 di 81 uguale 4".

Esercizi

1. Completa.

Logaritmo	Calcolo dell'incognita x	Risultato del logaritmo
$\log_7 49 = x$	$7^x = 49$ quindi $x = 2$	$\log_7 49 = 2$
$\log_{10} 1000 = x$	$10^x = 1000$ quindi $x = ...$	$\log_{10} 1000 = ...$
$\log_2 8 = x$	$2^x = 8$ quindi $x = ...$	.....
$\log_6 36 = x$	.....	.....
$\log_4 64 = x$	.....	.....

2. Completa la frase.

Il logaritmo è una delle due operazioni ..... dell'elevamento ..... e permette di trovare ..... conoscendo .....

Metti al posto dei puntini il numero opportuno.

3. $\log_3 9 = ...$ $\log_2 8 = ...$ $\log_2 4 = ...$ $\log_4 256 = ...$

4. $\log_{10} 10 = ...$ $\log_2 128 = ...$ $\log_6 6 = ...$ $\log_9 81 = ...$

5. $\log_{11} 121 = ...$ $\log_{12} 144 = ...$ $\log_{10} 100\,000 = ...$ $\log_5 625 = = ...$

6. $\log_2 32 = ...$ $\log_{10} 1000 = ...$ $\log_{13} 169 = ...$ $\log_7 343 = ...$

7. $\log_8 4096 = ...$ $\log_2 256 = ...$ $\log_3 243 = ...$ $\log_5 3125 = ...$

ESEMPIO

La scrittura $6^{...} = 216$ sotto forma di logaritmo si esprime nel seguente modo: $\log_6 216 = ...$

Esprimi le seguenti scritture sotto forma di logaritmo.

8. $5^{.....} = 25$ $15^{.....} = 3375$ $10^{.....} = 10\,000$ $4^{.....} = 256$

9. $2^{.....} = 512$ $3^{.....} = 81$ $9^{.....} = 81$ $14^{.....} = 196$

Risolvi le seguenti espressioni.

10. $$\sqrt{\frac{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{18}\right)^2-\left(\frac{5}{4}-\frac{4}{5}+\frac{11}{8}:\frac{5}{2}\right)^2}{\left(1+\frac{1}{2}\right)^2-\left(1-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)^2-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)^2}}$$ [0]

11. $$\sqrt{\frac{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{18}\right)^2\times\left(\frac{5}{4}-\frac{4}{5}+\frac{4}{8}:\frac{5}{2}\right)^2}{\left(1+\frac{1}{2}\right)^2-\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)^2-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)^2}}$$ $\left[\frac{13}{30}\right]$

12. $\sqrt{\dfrac{\left(\frac{3}{5}+\frac{3}{4}\right):\left(3-\frac{5}{2}\right)-2+\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{5}\right]\times\frac{10}{3}}{2-5\times\left(1-\frac{2}{3}\right)^2-\left(\frac{15}{4}-\frac{6}{8}\right):\left(4-\frac{3}{2}\right)}}$ [3]

13. $\sqrt{\dfrac{\frac{4}{5}\times\left(2+\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{19}{37}\times\frac{3}{10}}{\frac{19}{39}:\left[\frac{3}{4}-\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{16}\right)+\frac{5}{24}\right]}}$ [1]

14. $\sqrt{\dfrac{\left(\frac{7}{10}+\frac{13}{20}\right):\left(3-\frac{5}{2}\right)-2+\frac{7}{2}:\left(2+\frac{1}{3}\right)}{2-5\times\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\right)^2-\frac{3}{2}:\left(\frac{3}{2}-1\right):\left(4-\frac{3}{2}\right)}}$ [3]

15. $\sqrt{(1+3\times 0,\overline{2})^2:\left(0,0\overline{45}+\frac{21}{22}\right)^2}$ $\left[\frac{5}{3}\right]$

16. $\sqrt{\left[0,05+\left(\frac{5}{4}-1,\overline{3}:1,\overline{1}\right):0,\overline{1}\right]^3+\frac{1}{8}-0,25}$ [0]

17. $\sqrt[0,1]{\dfrac{\left(\frac{3}{2}\right)^3-\left(\frac{2}{3}\right)^3+6\times\frac{3}{4}\times\left(\frac{2}{3}\right)^2-9\times\left(1+\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{2}{9}}{\left(1-\frac{1}{3}\right)^2+\left(1+\frac{1}{2}\right)^2-2\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1+\frac{1}{2}\right)}}$ [0,9]

18. $\sqrt[0,1]{\dfrac{\left(\frac{7}{15}+\frac{1}{30}\right)\times\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{2}\right):\left(1+\frac{3}{2}\right)}{\left(\frac{3}{4}+\frac{7}{8}\right)\times\left(\frac{4}{5}-\frac{7}{10}\right):\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{6}\right)}\times\dfrac{1-\frac{11}{36}}{1-\frac{1}{6}}}$ [2,2]

19. $\sqrt[0,01]{\dfrac{\left[1-\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{5}\right)\times\frac{3}{17}\right]:\frac{2}{5}}{2x\left(\frac{6}{7}-\frac{3}{14}\right):\frac{6}{7}}-\left(\frac{5}{4}-\frac{2}{3}\right)}$ [0,86]

20. $\sqrt[0,01]{\dfrac{\left(\frac{5}{4}+\frac{3}{8}-\frac{1}{2}\right)\times\frac{4}{3}:\frac{1}{2}}{\frac{2}{5}:\frac{1}{10}\times\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)}-\left(\frac{4}{3}+\frac{1}{6}\right)}$ [1,22]

21. $\sqrt[0,1]{\dfrac{\left(1+\frac{5}{3}-\frac{12}{5}\right)\times\left(\frac{14}{4}-\frac{4}{3}+\frac{1}{12}\right)-\left(2-\frac{4}{3}-\frac{3}{5}\right):\frac{4}{15}}{\left(\frac{2}{3}+\frac{4}{9}-\frac{2}{3}:\frac{6}{5}\right)\times\left[\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{5}\right)-\left(\frac{1}{4}:\frac{1}{2}-\frac{1}{20}\right)\right]}}$ [1,1]

22. Ecco un esempio di come si possa costruire un numero decimale illimitato non periodico (ossia un numero irrazionale)

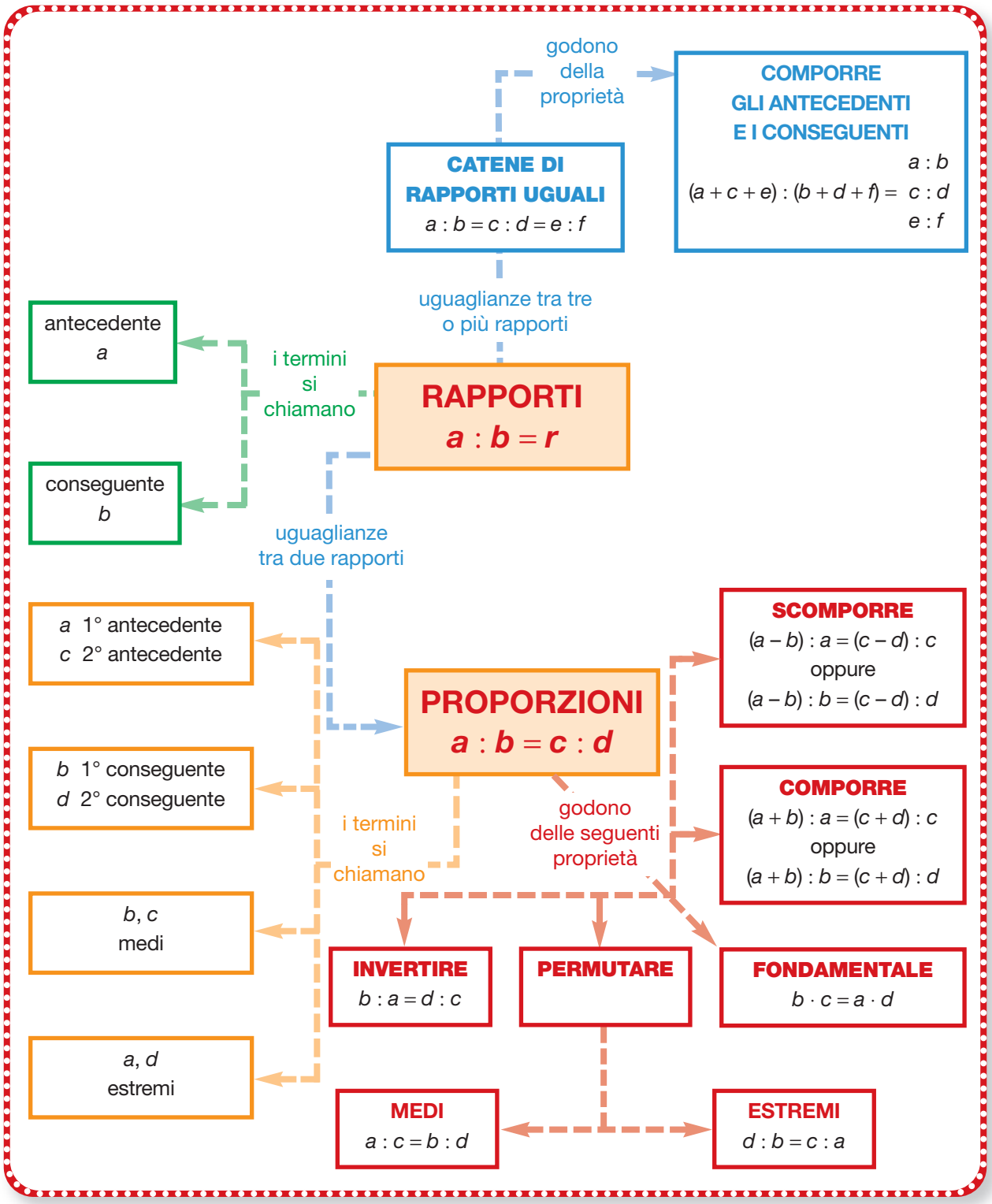
1,2342034213422342334.....

Sapresti aggiungere altre cifre al numero seguendo la legge con cui sono state scritte le cifre decimali?

23. Costruisci almeno 5 numeri irrazionali in base ad una legge che non consenta il formarsi di un periodo.

3 Rapporti e proporzioni

ESERCIZI E ATTIVITÀ
PER IL RECUPERO
PER IL POTENZIAMENTO



RECUPERO

Prima di effettuare gli esercizi per il recupero è opportuno che tu riveda la teoria sul libro di testo.

1. Considera la **proporzione** seguente e completa le frasi.

$$12 : 20 = 18 : 30$$

I medi sono .....

12 e 30 sono gli .....

2. Data la seguente **proporzione continua**, completa le frasi.

$$49 : 14 = 14 : 4$$

Gli estremi sono .....

I due medi (14 e 14) sono uguali e si chiamano ..... proporzionale.

3. Completa le frasi inserendo i termini esatti scelti tra quelli assegnati (non tutti andranno utilizzati).

costanti; incognite; prodotto degli estremi; commutativa; continue; quoziente degli estremi; fondamentale; rapporti

a) Una proporzione è un'uguaglianza tra due .....

b) Per le proporzioni vale la proprietà .....

c) In ogni proporzione il prodotto dei medi è uguale al .....

d) Le proporzioni con i due medi uguali si chiamano .....

4. Risolvi le seguenti proporzioni seguendo le indicazioni.

a) $x : 8 = 81 : 24$
l'incognita x è un **estremo**; per trovare il suo valore devi dividere il prodotto dei medi per l'estremo conosciuto. Quindi:

$$x = \frac{\cancel{8}^{1} \cdot 81}{\cancel{24}_{3}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Verifica se il tuo calcolo è esatto:

prodotto dei medi: $8 \cdot 81 =$ .....

prodotto degli estremi: ..... $\cdot\ 24 =$ .....

se i due prodotti sono uguali a 648, il tuo calcolo è esatto; (in caso contrario, cerca l'errore).

b) $8 : 6 = x : 36$
l'incognita è un **medio**; per trovare il suo valore devi dividere il prodotto degli estremi per il medio conosciuto. Quindi:

$$x = \frac{8 \cdot \cancel{36}^{6}}{\cancel{6}_{1}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Verifica se il tuo calcolo è esatto:

prodotto degli estremi: $8 \cdot 36 =$ .....

prodotto dei medi: .....

c) $8 : x = x : 18$
la proporzione è **continua**; per calcolare il valore del medio proporzionale devi estrarre la radice quadrata del prodotto degli estremi. Quindi:

$x = \sqrt{8 \cdot 18} = \sqrt{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

se il tuo calcolo è esatto il valore di x è 12.

Applicando le regole, risolvi le seguenti proporzioni e verifica l'esattezza dei tuoi calcoli.

5. $x : 15 = 10 : 30$ [5] $7 : 8 = x : 72$ [63]

6. $14 : 21 = x : 63$ [42] $10 : 16 = 15 : x$ [24]

7. $x : 70 = 15 : 75$ [14] $18 : x = 24 : 16$ [12]

8. $3 : x = x : 27$ [9] $7 : x = x : 28$ [14]

9. $16 : x = x : 9$ [12] $75 : x = x : 3$ [15]

10. Risolvi le seguenti proporzioni con le frazioni, seguendo le indicazioni.

a) $x : \frac{6}{5} = \frac{1}{2} : \frac{4}{5}$

x è un **estremo**; si devono moltiplicare i medi e dividere il prodotto per l'estremo conosciuto. Quindi:

$x = \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{2} : \frac{4}{5} = \frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{5}_{1}} \cdot \frac{1}{\cancel{2}_{1}} \cdot \frac{\cancel{5}^{1}}{4} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

verifica l'esattezza dei tuoi calcoli:

prodotto dei medi: $\frac{\cancel{6}^{3}}{5} \cdot \frac{1}{\cancel{2}_{1}} = \frac{3}{5}$

prodotto degli estremi: .....

b) $\frac{5}{6} : x = \frac{1}{8} : \frac{3}{4}$

x è un **medio**; si devono moltiplicare gli estremi e dividere il prodotto per il medio conosciuto. Quindi:

$x = \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} : \frac{1}{8} = \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

verifica:

prodotto degli estremi: .....

prodotto dei medi: .....

c) $x : \frac{25}{4} = \frac{1}{36} : x$

la proporzione è **continua**; per calcolare il valore di ciascun estremo si deve estrarre la radice quadrata del prodotto dei medi. Quindi:

$x = \sqrt{\frac{25}{4} \cdot \frac{1}{36}} = \sqrt{\frac{25}{144}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

se il tuo calcolo è esatto il valore della x è $\frac{5}{12}$.

Risolvi le seguenti proporzioni e verifica l'esattezza dei tuoi calcoli.

11. $\frac{3}{2} : \frac{9}{10} = x : \frac{3}{10}$ $\quad x : \frac{3}{16} = \frac{2}{5} : \frac{3}{10}$ $\quad \left[\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right]$

12. $\frac{2}{9} : \frac{10}{27} = x : \frac{10}{9}$ $\quad \frac{7}{8} : \frac{7}{12} = \frac{9}{40} : x$ $\quad \left[\frac{2}{3}; \frac{3}{20}\right]$

13. $\frac{4}{9} : x = x : \frac{64}{49}$ $\quad \frac{81}{49} : x = x : \frac{1}{9}$ $\quad \left[\frac{16}{21}; \frac{3}{7}\right]$

Applica la proprietà del comporre o quella dello scomporre per risolvere i seguenti esercizi (segui le indicazioni).

14. $34 : 18 = (4 + x) : x$
applica la proprietà dello scomporre:

$(34 - 18) : 18 = (4 + x - x) : x$

risolvi i calcoli nelle tonde e determina il valore di x:

..... : 18 = ... : x quindi $x = \frac{18 \cdot .....}{.....} = \frac{.....}{.....}$

se i tuoi calcoli sono esatti il valore di x è $\frac{9}{2}$.

15. $36 : 12 = (24 - x) : x$
applica la proprietà del comporre:

(36 + ...) : ..... = $(24 - x + x) : x$

risolvi i calcoli nelle tonde e determina il valore di x:

..... : ..... = 24 : x quindi $x = \frac{.... \cdot 24}{48} = ...$

il valore di x è 6.

Procedendo come negli esercizi precedenti, risolvi.

16. $(30 + x) : x = 90 : 40$ [24]

17. $(36 - x) : x = 3 : 15$ [30]

18. $24 : 8 = (12 + x) : x$ [6]

19. $5 : 3 = (40 - x) : x$ [15]

20. $(56 - x) : x = 10 : 18$ [36]

21. $(7 - x) : x = 12 : 3$ $\left[\frac{7}{5}\right]$

Applica la proprietà del comporre o quella dello scomporre per risolvere i seguenti problemi con due incognite (segui le indicazioni).

22. La differenza tra le diagonali di un rombo misura 40 cm e il loro rapporto è $\frac{9}{5}$; calcola l'area del rombo.

Conoscendo il rapporto tra le diagonali, si può impostare la seguente proporzione:

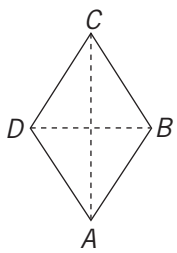
$\overline{AC} : \overline{DB} = 9 : 5$

conoscendo la differenza delle diagonali, si applica la proprietà dello scomporre:

$(\overline{AC} - \overline{DB}) : \overline{DB} = (.....) : 5$

$40 : \overline{DB} = ... : 5$
calcola la misura della diagonale DB:

$\overline{DB} = \frac{.....\cdot.....}{.....} = ...$



$\overline{AC} - \overline{DB} = ...$ $\quad A_{(ABCD)} = ?$

$\overline{AC} = \frac{9}{5} \cdot \overline{DB}$

applica ora la proprietà dello scomporre per calcolare la misura della diagonale AC:

$(\overline{AC} - \overline{DB}) : \overline{AC} = (9 - 5) : 9$

.....

$\overline{AC} = \dfrac{\ldots\ldots\ldots\ldots \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

applica ora la formula per calcolare l'area del rombo:

$A_{(ABCD)} = \dfrac{\overline{AC} \cdot \overline{DB}}{\ldots\ldots\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ [2250 cm^2]

23. Dividi il numero 135 in due parti tali che una sia i $\frac{2}{7}$ dell'altra.

x = 1ª parte del numero — y = 2ª parte del numero — $x = ?$

$x + y = 135$ — $x = \frac{2}{7} \cdot y$ — $y = ?$

conoscendo il rapporto tra le due parti, puoi impostare una proporzione:

$x : y =$ ..... : .....

conoscendo la somma delle due parti, applica la proprietà del comporre:

(x + y) : ..... = (..... + ...) : 2

135 : ..... = ...

calcola il valore della prima parte x:

$x = \dfrac{\ldots\ldots\ldots\ldots \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

applica ora la proprietà del comporre per calcolare il valore della seconda parte y:

$(x + y) : y =$ (..... + ...) : .....

.....

$y =$ .....

verifica che la somma di x e y dia 135:

$x + y =$ ..... + ... = ...

Applica le proprietà del comporre o dello scomporre per risolvere i seguenti esercizi e problemi con due incognite.

24. $x + y = 450$ — $x = \frac{18}{7} \cdot y$ — [324; 126]

25. $x - y = 280$ — $x = \frac{15}{8} \cdot y$ — [600; 320]

26. La somma di base e altezza di un parallelogramma è 100 m e il loro rapporto è $\frac{7}{13}$. Calcola l'area del parallelogramma.

[2275 m^2]

27. Anna è più alta di Chiara di 24 cm; sapendo che il rapporto tra le altezze delle due ragazze è $\frac{17}{20}$, calcola le misure delle due altezze in metri.

[1,36 m; 1,60 m]

POTENZIAMENTO

Determinare due numeri conoscendo il loro prodotto e il loro rapporto.

Determina il valore di x e y sapendo che il loro rapporto è $\frac{3}{2}$ e che $x \cdot y = 24$.

– Si imposta la proporzione:

$$x : y = 3 : 2$$

– si moltiplicano i termini del primo rapporto per x (applicando la proprietà invariantiva dei rapporti):

$$(x \cdot x) : (x \cdot y) = 3 : 2$$

essendo $x \cdot y = 24$ si ha:

$$x^2 : 24 = 3 : 2$$

da cui:

$$x = \sqrt{\frac{24 \cdot 3}{2}} = \sqrt{36} = 6$$

– si sostituisce il valore di x nella proporzione di partenza e si determina il valore di y:

$$6 : y = 3 : 2$$

da cui:

$$y = \frac{6 \cdot 2}{3} = 4$$

Calcolo di due numeri conoscendo la somma (o la differenza) dei loro quadrati e il loro rapporto.

Determina due numeri x e y sapendo che il loro rapporto è $\frac{5}{6}$ e che $x^2 + y^2 = 549$.

– Si imposta la proporzione:

$$x : y = 5 : 6$$

– si elevano al quadrato i termini della proporzione:

$$x^2 : y^2 = 5^2 : 6^2$$

– si applica la proprietà del comporre:

$$(x^2 + y^2) : x^2 = (5^2 + 6^2) : 5^2$$

essendo $x^2 + y^2 = 549$ si ottiene:

$$549 : x^2 = (25 + 36) : 25$$
$$549 : x^2 = 61 : 25$$

da cui:

$$x = \sqrt{\frac{549 \cdot 25}{61}} = \sqrt{225} = 15$$

– si sostituisce il valore di x nella proporzione di partenza e si calcola il valore di y:

$$15 : y = 5 : 6 \qquad \text{da cui} \qquad y = \frac{15 \cdot 6}{5} = 18$$

Nel caso in cui si conosca il rapporto tra due numeri e la differenza dei loro quadrati, si procede come nel caso precedente, ma applicando la proprietà dello scomporre.

Esercizi

Risolvi i seguenti esercizi.

1. $\frac{x}{y} = \frac{16}{3}$ $x \cdot y = 432$ $\frac{x}{y} = \frac{13}{36}$ $x \cdot y = 17$ [48 e 9; 6,5 e 18]

2. $\frac{x}{y} = \frac{11}{4}$ $x \cdot y = 704$ $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$ $x \cdot y = 135$ [44 e 16; 9 e 15]

3. $\frac{x}{y} = \frac{15}{16}$ $x \cdot y = 960$ $\frac{x}{y} = \frac{9}{10}$ $x \cdot y = 1440$ [30 e 32; 36 e 40]

4. $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ $x \cdot y = 2700$ $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ $x \cdot y = 384$ [45 e 60; 24 e 16]

Risolvi i seguenti problemi.

5. Il rapporto tra le dimensioni di un rettangolo è 2 : 19 e l'area è 950 m^2. Determina le misure delle dimensioni.

[10 m; 95 m]

6. L'area di un rombo è di 90 cm^2 e il rapporto tra le diagonali è $\frac{5}{4}$; determina le loro misure.

[12 cm; 15 cm]

7. L'area di un triangolo è di 60 dm^2 e la base è i $\frac{10}{3}$ dell'altezza; determina le loro misure.

[20 dm; 6 dm]

8. L'area di un triangolo è di 1120 cm^2 e l'altezza è $\frac{5}{7}$ della base; determina le loro misure.

[40 cm; 56 cm]

Risolvi i seguenti esercizi.

9. $x^2 + y^2 = 676$ $\frac{x}{y} = \frac{5}{12}$ $x^2 + y^2 = 232$ $x : y = 42 : 18.$ [10 e 24; 14 e 6]

10. $x^2 + y^2 = 377$ $x : y = 57 : 12$ $x^2 + y^2 = 1225$ $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}.$ [19 e 4; 21 e 28]

11. Determina due numeri x e y tali che il loro rapporto sia $\frac{15}{4}$ e la differenza tra i loro quadrati sia 836. (*Risolvi seguendo le indicazioni*).

La proporzione risolutiva è:

$$x : y = 15 : 4$$

eleva al quadrato i termini della proporzione:

$$x^2 : y^2 = \ldots\ldots : \ldots\ldots$$

applica la proprietà dello scomporre:

$$(x^2 - y^2) : x^2 = (\ldots\ldots - \ldots\ldots) : \ldots\ldots$$

sostituisci la differenza dei quadrati:

$$\ldots\ldots : x^2 = (\ldots\ldots - \ldots\ldots) : \ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots : \ldots\ldots = \ldots\ldots : \ldots\ldots$$

da cui:

$$x = \sqrt{\frac{\ldots\ldots\cdot\ldots\ldots}{\ldots\ldots}} = \sqrt{900} = \ldots\ldots$$

sostituisci il valore di x nella proporzione di partenza e calcola y:

$$\ldots\ldots : y = 15 : 4$$

da cui:

$$y = \frac{\ldots\ldots\cdot\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots$$

Determina x e y, sapendo che:

12. $x : y = 18 : 10$ $\quad x^2 - y^2 = 504;$ $\quad \frac{x}{y} = \frac{4}{14}$ $\quad y^2 - x^2 = 2205.$ [27 e 15; 14 e 49]

(*nel secondo caso, prima di applicare la proprietà dello scomporre, devi applicare quella* .....).

13. $x : y = 11 : 7$ $\quad x^2 - y^2 = 1800;$ $\quad \frac{x}{y} = \frac{9}{10}$ $\quad y^2 - x^2 = 684.$ [55 e 35; 54 e 60]

14. $x : y = 12 : 7$ $\quad x^2 - y^2 = 744{,}8;$ $\quad \frac{x}{y} = \frac{18}{11}$ $\quad x^2 - y^2 = 1479{,}87.$ [33,6 e 19,6; 48,6 e 29,7]

15. $\frac{x}{y} = \frac{5}{6}$ $\quad x^2 + y^2 = 2989;$ $\quad \frac{x}{y} = \frac{7}{10}$ $\quad x^2 + y^2 = 596$ [35 e 42; 14 e 20]

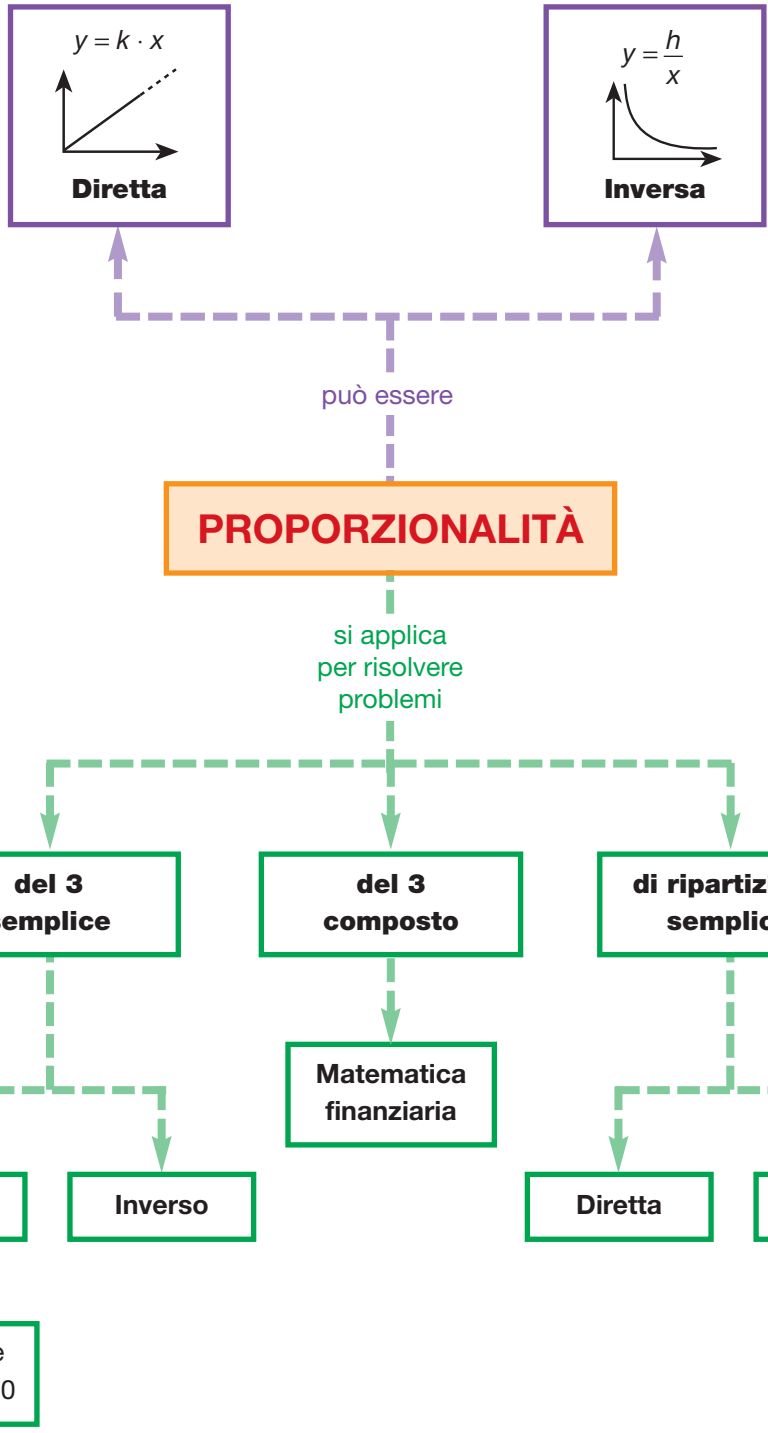
Risolvi i seguenti problemi.

16. L'idrogeno (H) e l'ossigeno (O) combinandosi nel rapporto 1 a 8 danno origine all'acqua. Determina i pesi dell'idrogeno e dell'ossigeno in 4,5 kg di acqua. [0,5 kg e 4 kg]

17. L'azoto (N) e l'ossigeno (O) combinandosi nel rapporto di 7 a 8 danno origine ad un composto chiamato ossido di azoto (NO_2). Determina i pesi dell'azoto e dell'ossigeno presenti in 9 kg di ossido di azoto. [4,2 kg; 4,8 kg]

18. Un oggetto è costituito di una lega metallica rame-argento. Determina quanti grammi di rame e quanti di argento ci sono nell'oggetto, sapendo che il suo peso è di 135 g e che il rapporto tra la quantità di rame e di argento è $\frac{1}{2}$. [45 g; 90 g]

ESERCIZI E ATTIVITÀ
PER IL RECUPERO
PER IL POTENZIAMENTO



RECUPERO

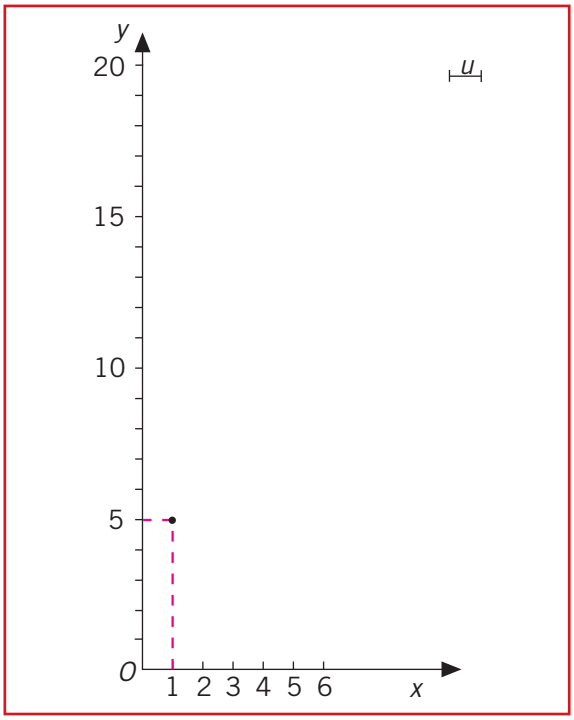
Prima di effettuare gli esercizi per il recupero
è opportuno che tu riveda la teoria sul libro di testo.

Rappresenta le seguenti leggi, utilizzando le indicazioni fornite.

1. $y = 5x$

Completa la tabella per calcolare i valori di y in funzione di x:

x	$y = 5x$
0	$5 \cdot 0 =$ .....
1	$5 \cdot 1 =$ .....
2	$5 \cdot$ ..... $=$ .....
3	$5 \cdot$ ..... $=$ .....
4	$5 \cdot$ ..... $=$ .....



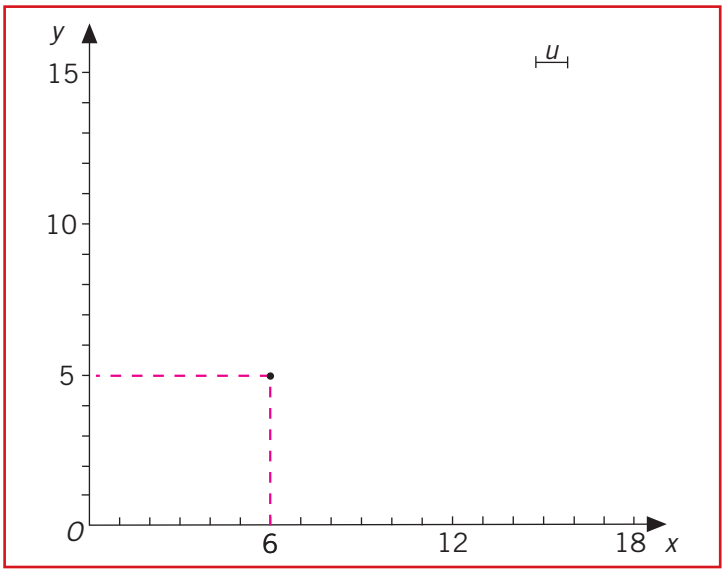
Individua i punti che hanno come coordinate i valori delle coppie (x; y) della tabella. Congiungi poi i punti ottenuti.Il grafico è una semiretta uscente dall'origine (0; 0); quindi la legge è di proporzionalità

.....

2. $y = \frac{5}{6}x$

In questo caso, conviene assegnare alla x dei valori numerici che siano multipli di 6:

x	$y = \frac{5}{6}x$
0	$\frac{5}{6} \cdot 0 =$ .....
6	$\frac{5}{\cancel{6}_1} \cdot \cancel{6}^1 =$ .....
12	$\frac{5}{6} \cdot 12 =$ .....
18	$\frac{5}{6} \cdot 18 =$ .....



Individua i punti che hanno come coordinate i valori delle coppie (x; y) della tabella. Congiungi poi i punti ottenuti.
Anche in questo caso il grafico è una ..... uscente dall'origine; quindi la legge è di .....

3. $y = 3x - 1$

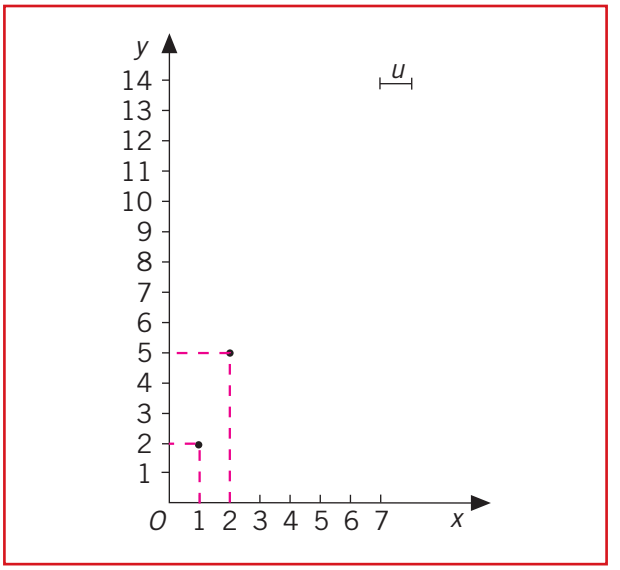
Completa la tabella:

x	$y = 3x - 1$
1	$3 \cdot 1 - 1 = 3 - 1 =$ .....
2	$3 \cdot 2 - 1 = 6 - 1 =$ .....
3	$3 \cdot 3 - 1 =$ .....
4	$3 \cdot 4 - 1 =$ .....
5	$3 \cdot 5$ ..... = ...

Completa il grafico e le osservazioni.

Questa volta la retta non esce dall'origine; quindi la relazione non è di .....

.....



Per ciascuna delle leggi seguenti predisponi la tabella, il grafico e le relative considerazioni.

4. $y = 3x$

5. $y = 6x$

6. $y = \frac{3}{4}x$

7. $y = 2x + 1$

8. $y = \frac{1}{5}x$

9. $y = \frac{3}{2}x$

10. $y = \frac{4}{5}x$

11. $y = x + 2$

12. $y = x + 4$

13. $y = 2x$

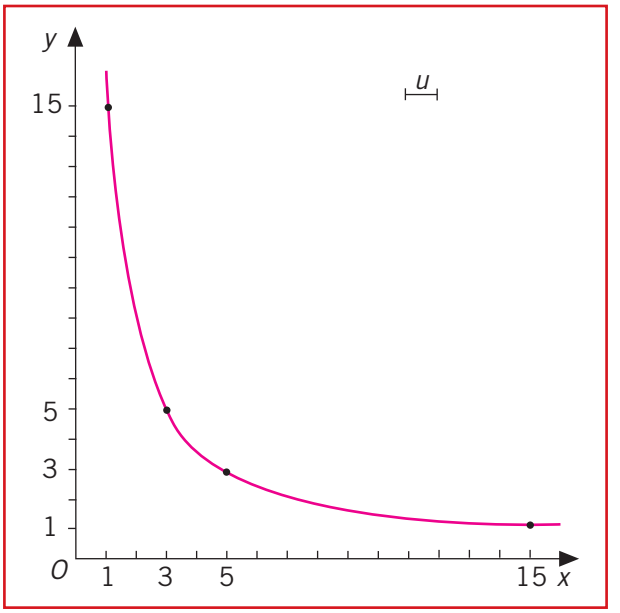
14. $y = 3x + 1$

Rappresenta le seguenti leggi utilizzando le indicazioni fornite.

15. $y = \frac{15}{x}$

Conviene assegnare alla x dei valori numerici che siano divisori di 15:

x	$y = \frac{15}{x}$
1	$\frac{15}{1} = 15$
3	$\frac{\cancel{15}^{5}}{\cancel{3}_{1}} =$ .....
5	$\frac{15}{5} =$ .....
15	$\frac{15}{15} =$ .....

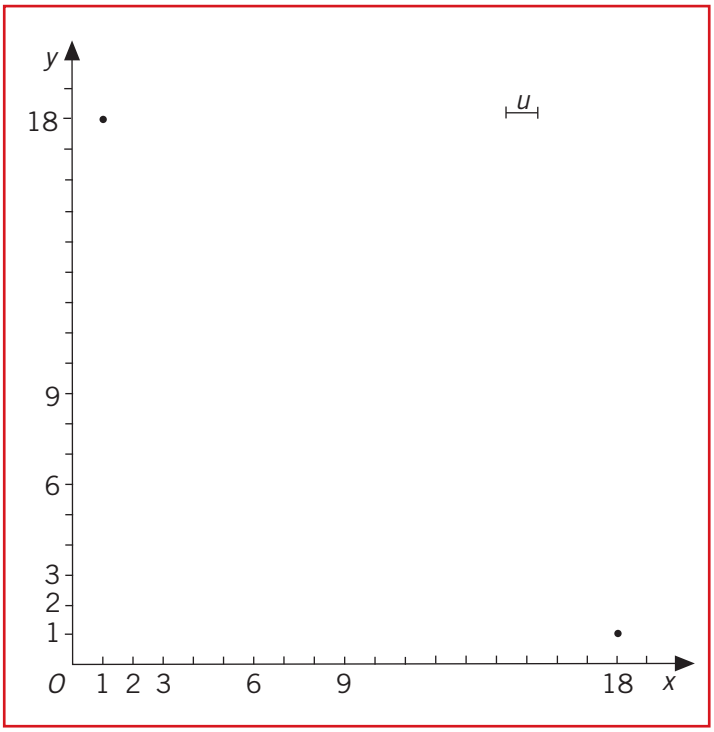


individuando i punti che corrispondono alle coppie di valori, x e y, si ottiene una linea curva detta .....; la legge è quindi di proporzionalità .....

16. $x \cdot y = 18$

Trasforma il prodotto nella relazione $y = \frac{18}{x}$ e assegna alla x valori che siano divisori di 18.

x	$y = \frac{18}{x}$
1	$\frac{18}{1} = ...$
2	$\frac{\cancel{18}^{9}}{\cancel{2}_{1}} = ...$
3	$\frac{18}{3} = ...$
6	$\frac{18}{6} = ...$
9	$\frac{18}{.....} = ...$
18	$\frac{18}{.....} = ...$



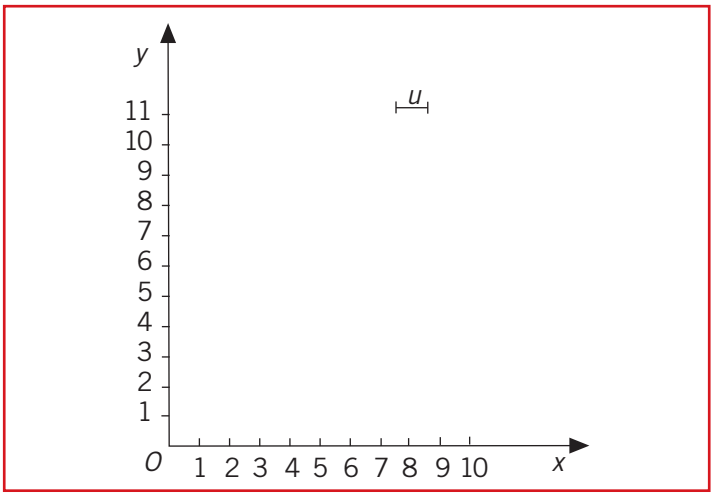
Completa il grafico e le osservazioni relative;

la legge è di proporzionalità ..... perché il grafico che si ottiene è .....

17. $y = 22 - 2x$

Completa la tabella:

x	$y = 22 - 2x$
6	$22 - 2 \cdot 6 = 22 - 12 = 10$
7	$22 - 2 \cdot 7 = ...$
8	$22 - 2 \cdot 8 = ...$
9	$22 - .....$
10	$22 .....$



Completa il grafico a fianco e le osservazioni relative.

I punti sul grafico sono allineati e danno una linea retta, la relazione NON è di ..... inversa né .....

Per ciascuna delle seguenti relazioni predisponi la tabella, il grafico e le relative considerazioni.

18. $y = \frac{22}{x}$

19. $x \cdot y = 32$

20. $y = 12 - x$

21. $y = \frac{100}{x}$

22. $x \cdot y = 35$

23. $y = 18 - 2x$

24. $y = \frac{6}{x}$

25. $y = 20 - 3x$

Completa la tabella e le frasi per risolvere i seguenti problemi.

26. Un autocarro della portata di 5000 kg trasporta in una giornata 125000 kg di sabbia; quanta sabbia trasporterebbe se avesse una portata di 4800 kg?
Raddoppiando o triplicando la portata dell'autocarro, raddoppia e triplica la quantità di sabbia trasportata. Le due grandezze sono quindi ..... proporzionali.
Completa la tabella con i dati e traccia due frecce con lo ..... verso;

PORTATA IN KG	SABBIA TRASPORTATA IN KG
5000	125 000

imposta la proporzione risolutiva:

..... : ..... = ... : x

calcola il valore dell'incognita x:

$x = \frac{\dots\dots\dots\dots \cdot \dots\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$

27. Con il vino di una damigiana si sono riempite 40 bottiglie da 0,75 ℓ; quanti bottiglioni da 2 ℓ si sarebbero potuti riempire con la stessa damigiana?
Raddoppiando o triplicando la capacità delle bottiglie si riduce a metà o a un terzo il numero delle stesse; le due grandezze sono quindi ..... proporzionali.
Completa la tabella inserendo i dati e traccia due frecce con verso .....;

CAPACITÀ DEI CONTENITORI IN ℓ	NUMERO DEI CONTENITORI RIEMPITI
0,75	
2	

imposta la proporzione seguendo il verso delle frecce:

..... : ..... = ... : x

calcola il valore dell'incognita x:

$x = \frac{\dots\dots\dots\dots \cdot \dots\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$

Risolvi i seguenti problemi utilizzando il procedimento suggerito negli esercizi 26 e 27.

28. Per svolgere un certo lavoro 9 operai impiegano 2 giorni. In quanto tempo farebbero lo stesso lavoro 6 operai?
È un problema del tre semplice .....
[3 g]

29. In una trattoria si acquistano 21 kg di pane per 70 persone; se le persone fossero 100 quanti kg di pane occorrerebbero?
È un problema del tre semplice .....
[30 kg]

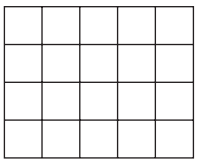
30. La lancetta dei minuti di un orologio descrive in un'ora un angolo giro. Quale angolo descrive quella lancetta in 24 minuti?
È un problema del tre semplice .....
[144°]

31. Da 250 kg di olive si sono ricavati 50 kg di olio. Quanti kg di olio si ricaveranno da 80 kg di olive della stessa varietà?
È un problema del tre semplice .....
[16 kg]

32. Un'automobile percorre 54 km con 4,5 litri di benzina; quanti km percorrerebbe, nelle stesse condizioni, con 20 litri di combustibile?
È un problema del tre semplice .....
[240 km]

33. Per acquistare 7,5 hg di formaggio grana si spendono 18 €; quanto si spenderà per acquistare 1,2 kg dello stesso formaggio?
(*Trasforma gli hg in kg*)
[28,80 €]

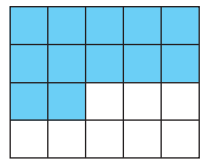
In ogni figura colora la percentuale indicata.

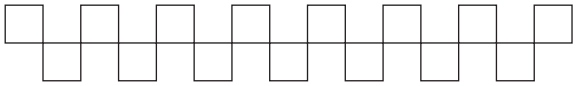


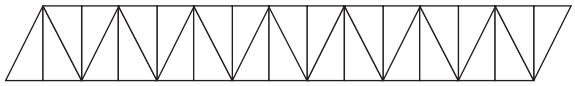
60%

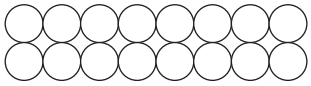
L'intero è formato da 20 quadretti,

il 60% è uguale a $\cancel{20}^{1} \cdot \frac{\cancel{60}^{12}}{\cancel{100}_{\cancel{5}_{1}}} = 12$ quadretti

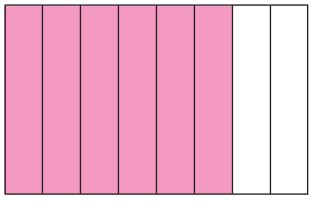
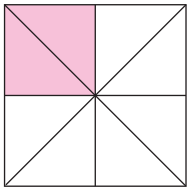
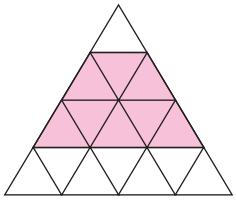


34.  40%

35.  50%

36.  25%

37. Scrivi la percentuale che corrisponde alla parte colorata della figura.

....

38. Esegui i seguenti calcoli, ricordando la proporzione $P : r = N : 100$ ($P \rightarrow$ parte percentuale, $r \rightarrow$ tasso percentuale e $N \rightarrow$ intero)

a) il 40% di 320 $\rightarrow P : 40 = 320 : 100 \rightarrow P = \frac{40 \cdot 320}{100} = 128$

il 25% di 376 → .....

il 75% di 900 → .....

il 12% di 250 → .....

[94; 675; 30]

b) il numero il cui 9% è 54 $\rightarrow 54 : 9 = N : 100 \rightarrow N = \frac{54 \cdot 100}{9} = 600$

il numero il cui 18% è 162 → .....

il numero il cui 70% è 560 → .....

il numero il cui 45% è 225 → .....

[900; 800; 500]

c) la percentuale che calcolata su 3600 dà 1080 $\rightarrow 1080 : r = 3600 : 100 \rightarrow r = \frac{1080 \cdot 100}{3600} = 30\%$

la percentuale che calcolata su 8600 dà 4730 → .....

la percentuale che calcolata su 5600 dà 4480 → .....

la percentuale che calcolata su 1250 dà 500 → .....

[55%; 80%; 40%]

Risolvi i problemi.

39. Il costo di un fine settimana a Londra ha avuto un aumento del 7% su prezzo iniziale che era di 320 €. Quant'è ora il costo del fine settimana a Londra? [342,40 €]

40. Il prezzo di listino di una lavatrice è di 380 €. Ottengo uno sconto e pago la lavatrice 285 €. Qual è la percentuale che corrisponde allo sconto? [25%]

41. Per l'acquisto di una t-shirt Luciana ottiene uno sconto del 15% pagando 9 € in meno. Qual era il prezzo iniziale della t-shirt? [60 €]

42. Un paese ha avuto in un anno un aumento di 156 abitanti. Quanto era il numero di abitanti all'inizio dell'anno sapendo che l'aumento è stato del 3%? [5200]

POTENZIAMENTO

Cenni di matematica finanziaria

INTERESSE SEMPLICE E SCONTO

Si dice **interesse** il compenso che spetta a colui che presta ad un'altra persona o deposita in banca una somma di denaro. La somma di denaro che viene prestata è detta **capitale**. L'interesse viene calcolato in percentuale: per ogni 100 euro spetta, per ogni anno, un certo numero di euro; questo rapporto percentuale prende il nome di **tasso d'interesse** o **ragione**.
Analizziamo le relazioni esistenti tra queste grandezze.

Confrontiamo le grandezze capitale e interesse maturato, dopo un anno:

100 euro al tasso di interesse del 7% fruttano 7 euro;
200 euro al tasso di interesse del 7% fruttano $(200 : 100) \cdot 7 = 14$ euro;
1000 euro al tasso di interesse del 7% fruttano $(1000 : 100) \cdot 7 = 70$ euro.

Poiché, raddoppiando il capitale, raddoppia anche l'interesse maturato, **interesse e capitale sono grandezze direttamente proporzionali**.

Confrontiamo, ora, le grandezze interesse e tasso.
100 euro in un anno:

al 7% fruttano un interesse di 7 euro;
al 14% fruttano un interesse di 14 euro;
al 3,5% fruttano un interesse di 3,50 euro.

Perciò anche **interesse e tasso d'interesse sono grandezze direttamente proporzionali**.

Confrontiamo, infine, le grandezze interesse e tempo.
100 euro al 7%:

in un anno fruttano un interesse di 7 euro;
in 2 anni fruttano un interesse di $7 \cdot 2 = 14$ euro;
in 3 anni fruttano un interesse di $7 \cdot 3 = 21$ euro.

Anche **interesse e tempo sono grandezze direttamente proporzionali**.

I problemi relativi all'interesse semplice non sono altro che problemi del tre composto e quindi si possono risolvere con il metodo che abbiamo già visto nel libro di testo.

ESEMPIO

Consideriamo il seguente problema:
"depositando in banca 3000 € per 4 anni a un tasso del 9%, quale sarà l'interesse maturato alla fine del quarto anno?"
Applicando il procedimento dei problemi del tre composto, si ha:

Capitale	Interesse	Tempo
100 ↑	9 ↑	1 ↑
3000	x	4

per cui: $x = 9 \cdot \frac{\cancel{3000}^{30}}{\cancel{100}} \cdot \frac{4}{1} = 1080$ €

In generale, utilizzando il simbolo I per indicare l'interesse, C per il capitale, r per il tasso percentuale e t per il tempo espresso in anni, si ha:

Capitale	**Interesse**	**Tempo**
100 ↑	r ↑	1 ↑
C	I	t

Risolvendo rispetto all'incognita I, si ottiene la seguente formula:

$$I = r \cdot \frac{C}{100} \cdot \frac{t}{1} \quad \text{ovvero} \quad \boxed{I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}}$$

Se il tempo è espresso in mesi, ponendo $t = \frac{m}{12}$, dove con m si indica il numero di mesi, la formula per il calcolo dell'interesse diventa:

$$I = r \cdot \frac{C \cdot \frac{m}{12}}{100} \quad \text{ovvero} \quad \boxed{I = \frac{C \cdot r \cdot m}{1200}}$$

Se il tempo è espresso in giorni, ponendo $t = \frac{g}{360}$, dove con g si indica il numero di giorni, la formula per il calcolo dell'interesse diventa:

$$I = r \cdot \frac{C \cdot \frac{g}{360}}{100} \quad \text{ovvero} \quad \boxed{I = \frac{C \cdot r \cdot g}{36\,000}}$$

Per semplificare i calcoli si è convenuto di considerare l'**anno commerciale** formato da 12 mesi di 30 giorni ciascuno, cioè di 360 giorni.

Allo stesso modo si possono ottenere le formule da utilizzare per il calcolo del capitale, del tasso di interesse e del tempo, distinguendo quando il tempo è espresso in anni (t) o in mesi (m) o in giorni (g):

	tempo espresso in **anni**	tempo espresso in **mesi**	tempo espresso in **giorni**
Capitale	$C = \frac{I \cdot 100}{r \cdot t \text{ (anni)}}$	$C = \frac{I \cdot 1200}{r \cdot m \text{ (mesi)}}$	$C = \frac{I \cdot 36\,000}{r \cdot g \text{ (giorni)}}$
Tasso d'interesse	$r = \frac{I \cdot 100}{C \cdot t \text{ (anni)}}$	$r = \frac{I \cdot 1200}{C \cdot m \text{ (mesi)}}$	$r = \frac{I \cdot 36\,000}{C \cdot g \text{ (giorni)}}$
Tempo	$t \text{ (anni)} = \frac{I \cdot 100}{C \cdot r}$	$m \text{ (mesi)} = \frac{I \cdot 1200}{C \cdot r}$	$g \text{ (giorni)} = \frac{I \cdot 36\,000}{C \cdot r}$

ESEMPIO

a) Calcolare l'**interesse** prodotto dal capitale di 2250 € impiegato per 3 anni al tasso dell'8%.

$$\begin{cases} C = 2250\ € \\ r = 8 \\ t\ (\text{anni}) = 3 \end{cases} \qquad I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{2250 \cdot 8 \cdot 3}{100} = 540\ €$$

b) Calcolare il **capitale** che, impiegato al 9% per 225 giorni, produce un interesse di 31,50 €.

$$\begin{cases} r = 9 \\ t\ (\text{giorni}) = 225 \\ I = 31{,}50\ € \end{cases} \qquad C = \frac{I \cdot 36000}{r \cdot g} = \frac{31{,}50 \cdot 36000}{9 \cdot 225} = 560\ €$$

c) Calcolare **il tasso** al quale deve essere impiegato un capitale di 450 € per produrre un interesse di 27 € in 3 mesi.

$$\begin{cases} C = 450\ € \\ I = 27\ € \\ t\ (\text{mesi}) = 3 \end{cases} \qquad r = \frac{I \cdot 1200}{C \cdot m} = \frac{27 \cdot 1200}{450 \cdot 3} = 24$$

d) Calcolare il **tempo d'impiego**, in mesi, di un capitale di 4375 € perché produca, al tasso del 6%, un interesse di 175 €.

$$\begin{cases} C = 4375\ € \\ r = 6 \\ I = 175\ € \end{cases} \qquad m\ (\text{mesi}) = \frac{I \cdot 1200}{C \cdot r} = \frac{175 \cdot 1200}{4375 \cdot 6} = 8$$

MONTANTE

Nel caso in cui un capitale sia depositato presso una banca, l'interesse maturato alla fine dell'anno può essere ritirato, ma può anche essere lasciato in deposito ad aggiungersi al capitale.
Il nuovo importo, dato dalla somma del capitale e dell'interesse, viene chiamato **montante**. Indicando il montante con il simbolo M, si ha:

$$M = C + I, \quad \text{da cui} \quad C = M - I \quad \text{e} \quad I = M - C$$

Esercizi

Capitale, interesse, tasso e tempo

1. Completa la tabella

CAPITALE	INTERESSE	TASSO	TEMPO	CALCOLO DELL'INCOGNITA
1875 euro		8%	5 anni	$I = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \dots\dots$
	16,20 euro	20%	6 mesi	$C = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \dots\dots$
1000 euro	75 euro	15%		$m\ (\text{mesi}) = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \dots\dots$
1250 euro	175 euro		2 anni	$r = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \dots\dots$
3600 euro		11%	105 giorni	$I = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \dots\dots$
	31,50 euro	3%	3 anni	$C = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \dots\dots$

Montante e capitale

2. Utilizzando la formula per il calcolo dell'interesse, completa la tabella.

C (euro)	*r* (euro)	*t*	*I* (euro)	*M* (euro)	Calcolo
750	7%	4 mesi	17,50	767,50	$I = \frac{750 \cdot 7 \cdot 4}{1200} = 17{,}50$ $M = 750 + 17{,}50 = 767{,}50$
400	12%	1 anno			
1980	9%	150 giorni			
225	14%	5 mesi			

3. Applicando le formule adeguate, completa la seguente tabella.

C (euro)	*M* (euro)	*I* (euro)	Formula da applicare e calcolo dell'incognita
625		175	
	2800	213	
425	490		
830,12	900		
	1500,50	75,15	

Calcola l'interesse sapendo che:

4. $C = 200$ €; $r = 9\%$; $t = 6$ mesi [9 €]
$C = 60$ €; $r = 6{,}50\%$; $t = 3$ anni e 4 mesi [13 €]

5. $C = 2100$ €; $r = 7\%$; $t = 90$ giorni [36,75 €]
$C = 50$ €; $r = 14{,}40\%$; $t = 6$ mesi 20 giorni [4 €]

6. $C = 360$ €; $r = 11\%$; $t = 1$ anno 2 mesi 10 giorni [47,30 €]
$C = 1150$ €; $r = 18\%$; $t = 200$ giorni [115 €]
$C = 5700$ €; $r = 16{,}80\%$; $t = 14$ mesi [1117,20 €]

7. Avendo a disposizione un capitale di 1200 €, risulta più conveniente:
a) impiegarlo al 12% per 7 mesi;
b) impiegarlo al 15% per 4 mesi e al 10% per 3 mesi? Motiva la risposta.

8. Una persona impiega al tasso d'interesse del 5% le seguenti somme: 900 € per 110 giorni, 1000 € per 180 giorni e 1350 € per 40 giorni. Quale interesse ricava complessivamente? [46,25 €]

9. Un terreno ha la forma di un rettangolo. Il suo perimetro è di 216 m e l'altezza è $\frac{4}{5}$ della base. È stato venduto a 40 € il metro quadrato. La somma ricavata viene impiegata al 9%; calcola l'interesse annuo. [10 368 €]

10. Un appartamento ha il valore di 80 000 € e costa al proprietario 700 € all'anno per la manutenzione; quanto deve chiedere di affitto mensile se vuole ricavare dal suo capitale un interesse del 5% all'anno? [336,25 €]

11. Una persona ha da impiegare 7200 €. Gli si offrono due possibilità:

– impiegare i $\frac{3}{8}$ della somma all'8% e il resto al 10,5%;
– impiegare tutto il capitale al 10%.

Quale delle due possibilità è la più conveniente? Motiva la risposta. [la seconda]

12. Una persona acquista un'automobile il cui costo è 10 250 €, non avendo la possibilità di pagare tutto il prezzo subito, può scegliere fra le due soluzioni seguenti:

– pagare subito 6000 € e il resto dopo un anno, aumentato degli interessi al tasso del 16%;
– pagare 925 € al mese per 12 mesi.

Quale soluzione è più conveniente? Motiva la risposta. [la prima]

Calcola il capitale sapendo che:

13. $I = 300$ €; $t = 2$ anni; $r = 5\%$ [3000 €]
$I = 588$ €; $t = 1$ anno; $r = 12\%$ [4 900 €]

14. $I = 3200$ €; $t = 2$ anni; $r = 8\%$ [20000 €]
$I = 120$ €; $t = 4$ anni; $r = 5\%$ [600 €]

15. $I = 45$ €; $t = 8$ mesi; $r = 3{,}75\%$ [1800 €]
$I = 187{,}20$ €; $t = 2$ anni e tre mesi; $r = 13\%$ [640 €]

16. $I = 231$ €; $t = 200$ giorni; $r = 22\%$ [1890 €]
$I = 63{,}70$ €; $t = 4$ mesi e 20 giorni; $r = 6\%$ [2730 €]

17. Quale capitale impiegato al tasso annuo del 6% dà lo stesso interesse di un capitale di 72 € al 4,25%? [51 €]

18. Un agricoltore ricava in un anno 29 000 € dalla vendita dei prodotti della sua azienda e le spese di produzione sono di 12 500 €. Con quale capitale impiegato all'11% l'agricoltore avrebbe lo stesso reddito? [150 000 €]

19. Una persona ha ereditato una certa somma e con i $\frac{4}{5}$ di questa ha acquistato un terreno. La somma rimanente è stata impiegata con una rendita annua dell'11%. Sapendo che dopo un anno ha riscosso 605 €, determina l'ammontare dell'eredità. [27500 €]

Calcola il tempo (in anni) sapendo che:

20. $C = 1150$ €; $I = 276$ €; $r = 12\%$ [2ª]
$C = 750$ €; $I = 165$ €; $r = 11\%$ [2ª]

21. $C = 600$ €; $I = 120$ €; $r = 4\%$ [5ª]
$C = 27000$ €; $I = 4050$ €; $r = 5\%$ [3ª]

22. È stata percepita la somma di 75 € su un capitale di 2500 €, depositato al tasso del 6%. Calcola il tempo. [6 mesi]

23. In quanto tempo un capitale di 500 € impiegato al 10% si raddoppia? [10 anni]

24. In quanto tempo un capitale di 2250 € impiegato al tasso del 16% frutta un interesse di 110 €? [110 giorni]

25. Una persona impiega al tasso del 9% i $\frac{3}{4}$ di una somma, ottenendo in 2 anni la rendita di 540 €. In quanto tempo, impiegando l'intera somma all'8%, otterrebbe una rendita di 960 €? [3 anni]

Calcola il tasso d'interesse sapendo che:

26. $C = 700$ €; $I = 154$ €; $t = 2$ anni [11%]
$C = 1500$ €; $I = 510$ €; $t = 2$ anni [17%]

27. $C = 270$ €; $I = 151{,}20$ €; $t = 7$ anni [8%]
$C = 2400$ €; $I = 70$ €; $t = 7$ mesi [5%]

28. $C = 1600$ €; $I = 528$ €; $t = 18$ mesi [22%]
$C = 225$ €; $I = 3$ €; $t = 160$ giorni [3%]

29. A quale tasso d'interesse è stato impiegato il capitale di 2500 € se, nel periodo di 3 mesi, ha fruttato 75 €? [12%]

30. Il proprietario di un appartamento del valore di 45 000 € lo affitta per 2700 € annuali. A quale tasso d'interesse impiega il proprio capitale? [6%]

31. Una persona vuole raddoppiare la somma di 12 500 € in 10 anni. A quale tasso d'interesse deve impiegarla? [10%]

Calcola il montante sapendo che:

32. $C = 600$ €; $r = 8\%$; $t = 1$ anno [648 €]
$C = 5\,125$ €; $r = 10\%$; $t = 1$ anno [5637,50 €]

33. $C = 1200$ €; $r = 15\%$; $t = 9$ mesi [1 335 €]
$C = 2000$ €; $r = 9\%$; $t = 6$ mesi e 10 giorni [2095 €]

34. Qual è il montante che si ottiene da un capitale di 2500 € al 5,5% dopo un anno? [2637,50 €]

35. La somma di 3500 € viene depositata in banca al 10% per un anno; alla fine del primo anno il montante viene impiegato al 12% e alla fine del secondo anno il nuovo montante viene ancora impiegato al 10%. Calcola l'importo del montante alla fine del terzo anno. [4743,20 €]

36. Il montante di un capitale di 1750 € dopo un anno è di 1890 €; se alla fine del secondo anno il nuovo montante è di 2060,10 €, quale tasso d'interesse è stato corrisposto sul montante del primo anno? [9%]

37. Un debito di 250 €, scadente tra un anno, viene pagato subito con lo sconto dell'11%. Calcola lo sconto accordato. [27,50 €]

38. Un debito di 625 €, scadente tra 2 anni, viene pagato subito con lo sconto del 9%. Calcola la somma pagata. [512,50 €]

39. Una somma di 160 € pagabile fra 9 mesi è stata scontata e si sono pagati 154 €. Calcola il tasso di sconto. [5%]

40. Una persona paga 7 mesi prima della scadenza un debito di 780 € al tasso di sconto del 12%. Quale somma versa? [725,40 €]

41. Un commerciante vanta un credito di 900 € esigibile ad una certa data. Concedendo uno sconto del 16% incassa subito la somma di 828 €. Stabilisci quanti mesi prima ha incassato il credito. [6 mesi]

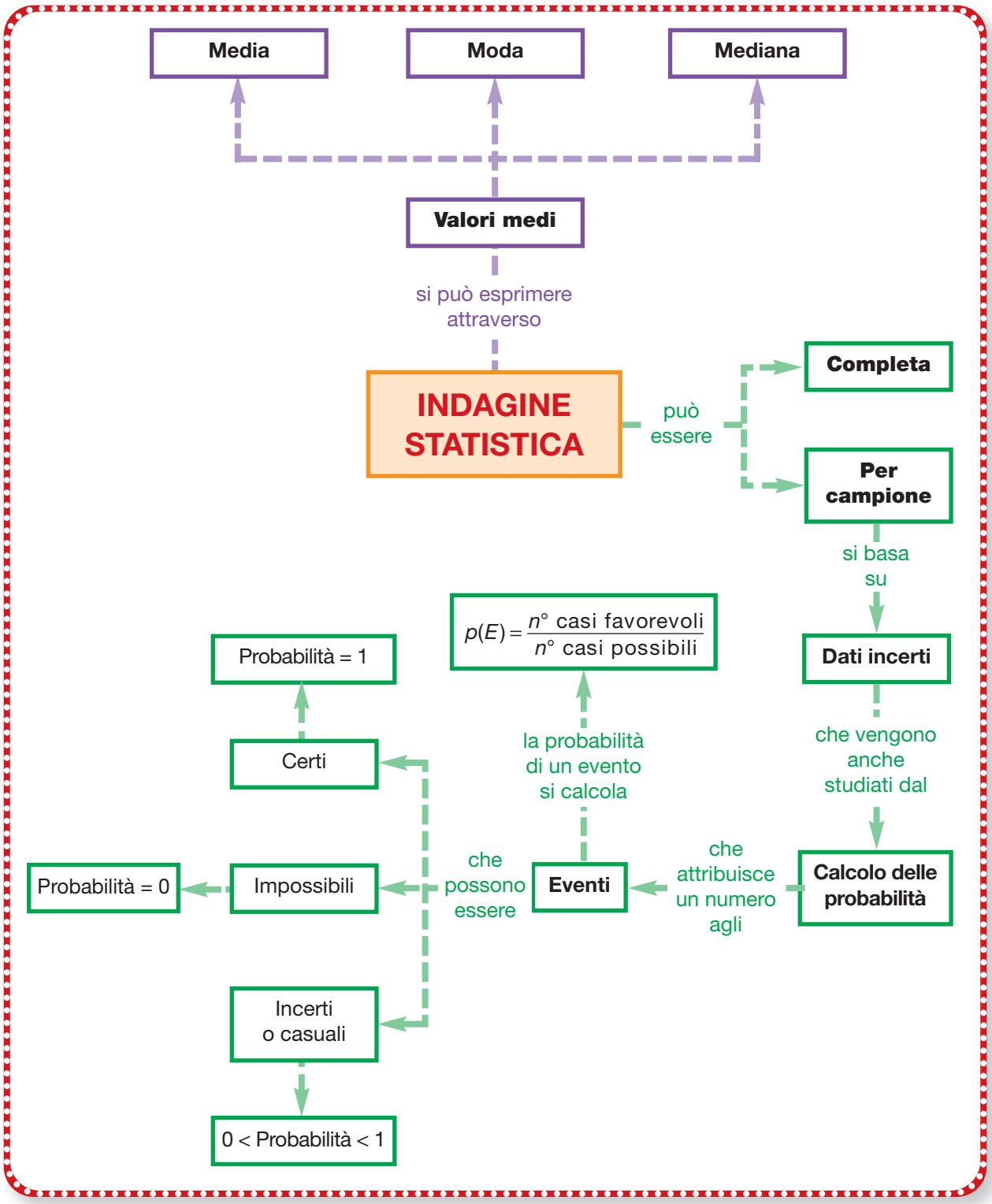
42. Un commerciante sconta un debito presso una banca che effettua lo sconto del 12,50%, ottenendo così una trattenuta di 9,375 € da parte della banca. Sapendo che il debito aveva una scadenza a 3 mesi, calcola l'importo del debito. [300 €]

43. Il 15 Aprile una persona presenta ad una banca, che effettua lo sconto del 12%, un debito scadente il 25 Maggio. Ha così uno sconto di 28,80 €. Calcola l'importo del capitale. [2160 €]

44. Un debito di 525 € viene saldato oggi pagando 503,125 €. Se il tasso di sconto è del 12,50%, stabilisci quanti mesi prima è stato pagato il debito. [4 mesi]

5 Statistica e probabilità

ESERCIZI E ATTIVITÀ PER IL RECUPERO PER IL POTENZIAMENTO



RECUPERO

Prima di effettuare gli esercizi per il recupero
è opportuno che tu riveda la teoria sul libro di testo.

Media - Moda - Mediana

1. Determina moda, mediana e media dei seguenti dati statistici, seguendo le istruzioni.

5, 3, 6, 7, 6, 6, 7, 4, 3, 7, 5, 3, 4, 5, 7

– ordina i dati in modo crescente:

3, 3, 3, 4 .....

– determina la *mediana*:

il numero dei dati è pari o dispari? ..... allora il valore centrale (che sta in mezzo) è proprio la mediana: .....

– determina la *moda*:

qual è il valore che ha maggiore frequenza? .....

– determina la *media*: quanti sono in tutto i dati? ..... Allora:

$$M = \frac{3 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot \ldots\ldots + 6 \cdot \ldots\ldots + 7 \cdot \ldots\ldots}{15}$$

2. Determina moda, mediana e media dei seguenti dati statistici.

70, 80, 80, 70, 60, 70, 90, 60, 60, 60, 70, 90, 60, 60

– ordina i dati in modo crescente.

.....

– determina la *mediana*:

il numero dei dati è pari o dispari? ..... allora devi eseguire la media dei due termini centrali, il 7° e l'8°:

$$\text{mediana} = \frac{\ldots\ldots + \ldots\ldots}{2} = \ldots\ldots$$

– determina la *moda*:

qual è il valore che ha maggiore frequenza? .....

– determina la media: quanti sono in tutto i dati? ..... Allora:

$$M = \frac{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

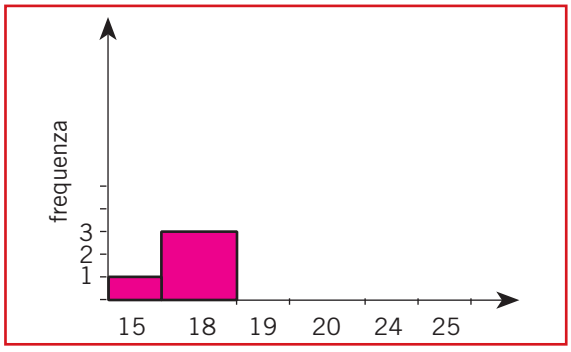
3. Determina moda, mediana e media dei seguenti dati statistici già ordinati, rappresentali con un ortogramma.

a) 15, 18, 18, 18, 19, 20, 20, 20, 20, 24, 25, 25

mediana: .....

moda: .....

media: .....



b) 0,1; 0,1; 0,1; 0,2; 0,2; 0,3; 0,3; 0,3; 0,3; 0,3; 0,4; 0,4; 0,5; 0,5; 0,5; 0,6; 0,6.

c) 34; 34; 35; 36; 36; 36; 37; 37; 38; 38; 38; 39; 39; 39; 39; 39; 39; 40; 40; 40; 41; 41.

4. Predisponi un questionario per un'indagine sulle vacanze estive che gli studenti della tua scuola hanno effettuato nel periodo precedente l'anno scolastico in corso. L'indagine deve essere effettuata sulle seguenti variabili statistiche:

- tipo di vacanza (mare, montagna, visita di città .....)
- luogo in cui è stata effettuata la vacanza (Italia, estero)
- regione italiana o nazione estera in cui è stata effettuata la vacanza
- durata della vacanza
- numero delle persone che hanno effettuato la vacanza con te
- mezzo di trasporto utilizzato

Dopo aver proposto il questionario agli studenti della tua scuola, utilizza delle tabelle di frequenze per raccogliere i dati dell'indagine e per ogni modalità delle variabili statistiche determina la frequenza assoluta e la frequenza percentuale. Per le due variabili quantitative calcola i valori medi statistici (media, moda e mediana). Rappresenta con un areogramma le modalità di ogni variabile statistica.

Probabilità

5. Classifica i seguenti eventi (certo, incerto, impossibile):

E_1: lanciando un dado esce 7 .....

E_2: da un sacchetto contenente solo palline bianche si estrae una pallina bianca .....

E_3: da un sacchetto contenente i numeri della tombola si estrae il numero 120 .....

E_4: da un sacchetto contenente i numeri della tombola si estrae il numero 15 .....

E_5: da un sacchetto contenente palline bianche e rosse si estrae una pallina gialla .....

E_5: lanciando un dado esce un numero compreso tra 0 e 7 .....

6. Completa, scegliendo tra i seguenti numeri (1, 2, 0, minore di 1, maggiore di zero, compreso tra zero e 1).

- La probabilità di un evento *certo* è uguale a .....
- La probabilità di un evento *incerto* è uguale a un numero .....
- La probabilità di un evento *impossibile* è uguale a .....

7. Si estrae un gettone da un sacchetto che contiene 15 gettoni numerati da 1 a 15. Considera i seguenti eventi:

a) E_1: esce un numero minore di 7

a$_1$) 4 è un caso favorevole? ..... 7 è un caso favorevole? .....

a$_2$) Scrivi tutti i casi possibili: 1 - 2 - 3 - ..... Sono 15.

a$_3$) Scrivi tutti i casi favorevoli: 1 - ..... Sono .....

a$_4$) Calcola la probabilità dell'evento considerato:

$$p(E_1) = \frac{\text{n°casi favorevoli}}{\text{n°casi possibili}} = \frac{.....}{.....} = ...$$

In percentuale: ..... × 100 = ...

b) E_2: esce un numero pari

b$_1$) 5 è un caso favorevole? ..... 6 è un caso favorevole? .....

b$_2$) Scrivi tutti i casi possibili: .....

Sono .....

b$_3$) Scrivi tutti i casi favorevoli: .....

Sono .....

b$_4$) Calcola la probabilità dell'evento considerato:

$p(E_2)$ = ... In percentuale: ..... × 100 = ...

b) E_3: esce un numero maggiore o uguale a 8

c_1) Scrivi tutti i casi possibili: ..... . Sono .....

c_2) Scrivi tutti i casi favorevoli: ..... . Sono .....

c_3) Calcola la probabilità dell'evento considerato:

$p(E_3)$ = ... In percentuale .....

POTENZIAMENTO

1. In una città è stata effettuata un'indagine fra gli studenti del terzo anno delle scuole secondarie di primo grado per conoscere l'indirizzo scolastico da loro scelto per l'anno successivo.

Indirizzo scolastico	Frequenza assoluta	Frequenza percentuale
umanistico	180	
linguistico	125	
artistico	35	
scientifico	220	
tecnico	380	
professionale	260	
Totali →		

Completa la tabella calcolando le frequenze percentuali. Individua la moda e rappresenta i dati della tabella con un areogramma.

2. La seguente tabella riporta i voti che gli alunni di una classe hanno ottenuto in una verifica di matematica.

Voto	Frequenza assoluta	Frequenza percentuale
4	5	
5	7	
6	6	
7	3	
8	2	
9	1	
10	/	

Calcola la frequenza percentuale di ogni voto. Calcola inoltre la media, la moda e la mediana. Rispondi alle seguenti domande.

– Sono in numero maggiore i voti superiori alla media o quelli inferiori?
– Qual è il valore medio più adatto a rappresentare questa situazione?

Sorteggiando un alunno a caso, indica qual è la probabilità che egli sia un alunno che:
- ha preso un voto minore della media
- ha preso almeno sei
- ha preso un voto maggiore di sei
- ha preso un voto minore di cinque.

3. La seguente tabella riporta il medagliere dei campionati mondiali di nuoto di Roma 2009.

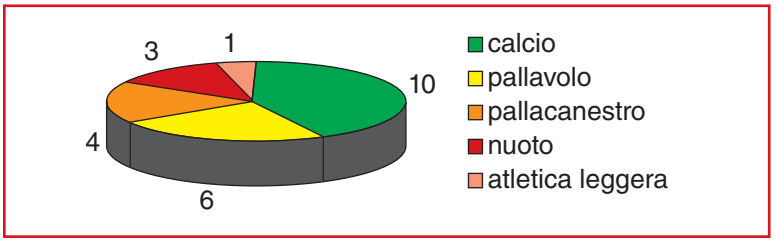
	Oro	Argento	Bronzo	Totali
USA - STATI UNITI	11	11	7	29
CHN - R.P. CINESE	11	7	11	29
RUS - RUSSIA	8	8	4	20
GER - GERMANIA	7	4	1	12
AUS - AUSTRALIA	4	5	10	19
GBR - GRAN BRETAGNA	4	3	2	9
ITA - ITALIA	4	1	5	10
SRB - SERBIA	3	1	0	4
HUN - UNGHERIA	2	1	3	6
BRA - BRASILE	2	1	1	4
ESP - SPAGNA	1	7	3	11
JPN - GIAPPONE	1	2	1	4
ALTRE NAZIONI	7	14	19	40
TOTALI →	65	65	67	197

Per ogni nazione della tabella calcola la frequenza percentuale rispetto ad ogni tipo di medaglia (oro, argento e bronzo) e rispetto al totale.
Rappresenta i dati della tabella con un areogramma.

Risolvi i seguenti problemi.

4. Nella classe di Luigi un'indagine sullo sport preferito ha dato i risultati rappresentati nell'areogramma a lato:

calcio	10
pallavolo	6
pallacanestro	4
nuoto	3
atletica leggera	1



Sorteggiando un alunno a caso, determina la probabilità che egli sia un alunno che:

a) non preferisce il calcio
b) preferisce la pallavolo
c) preferisce il nuoto o l'atletica leggera
d) preferisce la pallacanestro
e) non preferisce la pallavolo o la pallacanestro.

Pari o Dispari

Un gioco è equo quando tutti i giocatori hanno le stesse probabilità di vincere.
Il gioco del "pari" e "dispari", che sicuramente conosci, è equo?
Prendiamo in considerazione due situazioni diverse di gioco.

- 1ª SITUAZIONE: i numeri indicati dalle dita aperte sono cinque: 1, 2, 3, 4, 5, cioè non si considera zero che può essere rappresentato dalla mano chiusa a pugno.
  Per stabilire tutti i numeri che si possono formare sommando il numero delle dita aperte della mano di un concorrente col numero delle dita aperte della mano dell'altro concorrente, completa la seguente tabella a doppia entrata.

	2	3			
		4			

I casi possibili sono ….., i numeri pari sono ….. e quelli dispari ….. .
Quindi la probabilità di ottenere un numero pari è ….. e di ottenere un numero dispari è ….. .
Con questa situazione il gioco è equo? ….. .

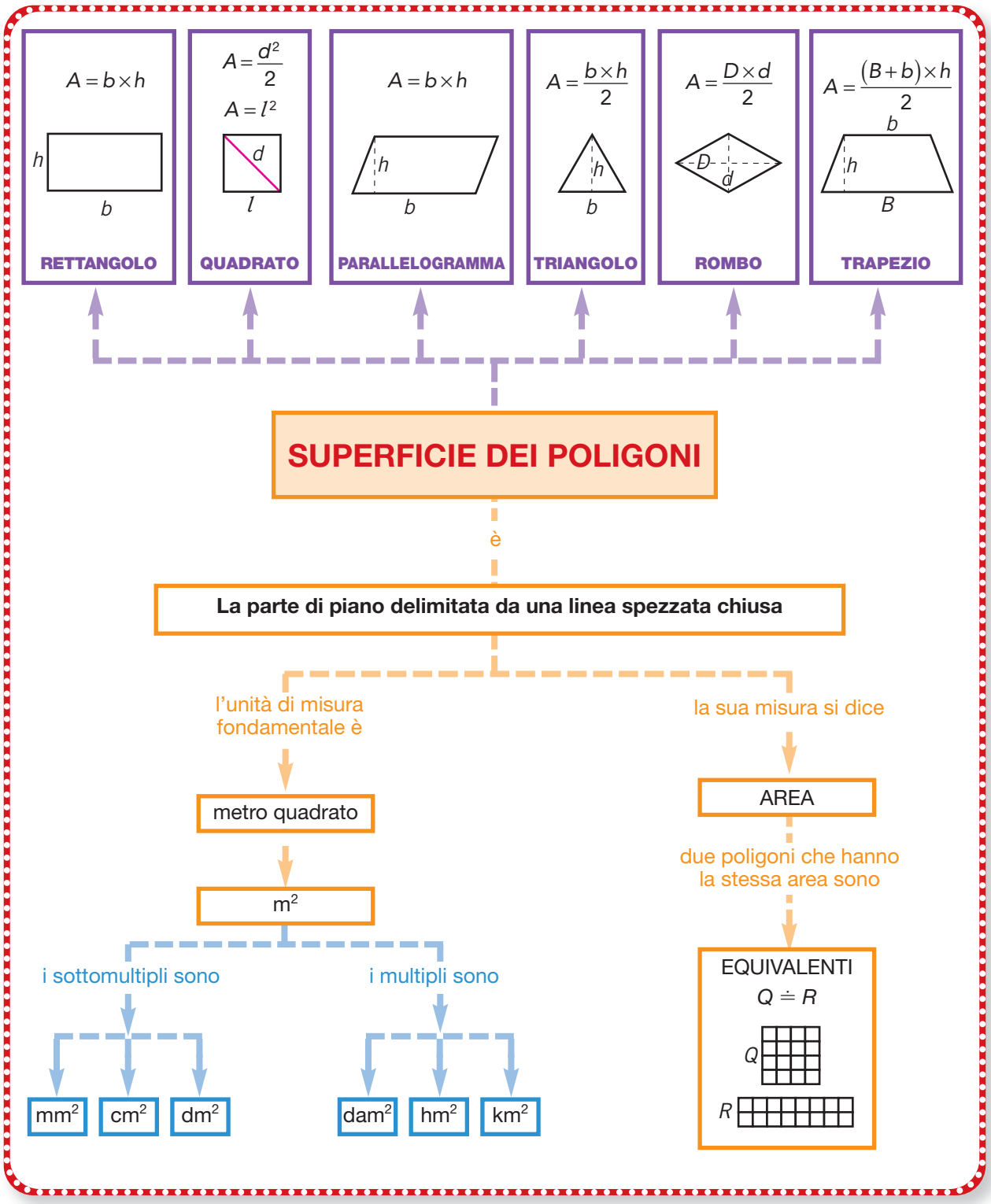
- 2ª SITUAZIONE: si considera anche il numero zero rappresentato dalla mano chiusa a pugno.
  Predisponiamo una tabella come quella utilizzata nel caso precedente.

	0	1	2			
	1	2				

In questa situazione:
i casi possibili sono ....., i numeri pari sono ....., i numeri dispari sono .....
Le probabilità di avere un numero pari o dispari sono rispettivamente ..... o …....
Con quest'altra situazione il gioco è equo? .....
Se usassimo solo quattro dita, cioè i numeri 1, 2, 3 e 4, il gioco sarebbe equo? .....
E se usassimo solo tre dita, cioè i numeri 1, 2 e 3, il gioco sarebbe equo? .....
E con solo due dita? ..... E con un dito solo? .....
A questo punto puoi formulare una regola: se i numeri rappresentati dalle dita della mano sono ..... si ha maggiore probabilità di ottenere un numero .....; se i numeri rappresentati dalle dita della mano sono pari si ha ..... probabilità di ottenere .....

6 Equiestensione e area dei Poligoni

ESERCIZI E ATTIVITÀ
PER IL RECUPERO
PER IL POTENZIAMENTO



RECUPERO

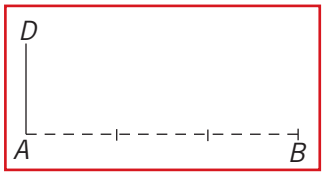
Prima di effettuare gli esercizi per il recupero è opportuno che tu riveda la teoria sul libro di testo.

1. Completa la seguente tabella.

Formula	Figura/e a cui si riferisce	Indicazioni fornite	Formula/e inversa
$A = \ell^2$ oppure $A = \frac{d^2}{2}$		Per trovare l'area del ..... si deve .... oppure	$\ell =$ $d =$
$A = b \times h$	Rettangolo ..... Parallelogramma	Per trovare l'area del ..... o del ..... si deve moltiplicare...	$b =$ $h =$
$A = \frac{b \times h}{2}$		Per trovare l'area del ..... si deve	$b =$ $h =$
$A = \frac{D \times d}{2}$		....	$D =$ $d =$
$A = \frac{(B+b) \times h}{2}$		....	$h =$ $B + b =$

Risolvi i seguenti problemi relativi a rettangoli e quadrati, seguendo le indicazioni.

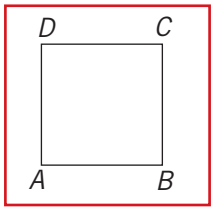
2. L'altezza di un rettangolo misura 26 m e la base è il triplo di essa; determina il perimetro e l'area del rettangolo. Completa il disegno, i dati e le richieste.



$\overline{AD}$ = ...
$\overline{AB}$ = ...
$2p$ = ...
A = ...

Determina la misura della base AB:
$\overline{AB} = \overline{AD} \times 3 =$ .....
determina la misura del perimetro:
$2p = (\overline{AB} + \overline{AD}) \times 2 =$ .....
determina l'area:
$A = \overline{AB} \times \overline{AD} =$ .....

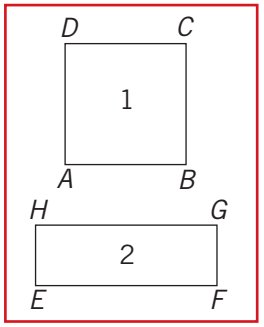
3. Considera un quadrato avente il perimetro di 96 cm e calcolane l'area.
Completa scrivendo dati e richieste.



.....
.....

Calcola la misura del lato AB:
$\overline{AB} = 2p$: .....
calcola l'area:
$A = \ell^2 =$ .....

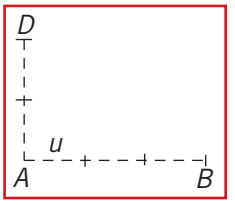
4. Un quadrato avente il lato di 15,4 dm è isoperimetrico (cioè ha lo stesso perimetro) ad un rettangolo avente l'altezza di 7,8 dm. Calcola il perimetro e le aree delle due figure.



$\overline{AB}$ = ...
$\overline{EH}$ = ...
$2p_{(1)} = 2p_{(2)}$
$2p$ = ...
$A_{(1)}$ = ...
$A_{(2)}$ = ...

Calcola il perimetro del quadrato:
$2p_{(1)} = \overline{AB} \times$ .....
essendo le due figure **isoperimetriche**, la misura trovata, 61,6 dm, è anche quella del perimetro del rettangolo. Puoi quindi trovare la base del rettangolo:
$\overline{EF} = 2p : 2 - \overline{EH} =$ .....
determina l'area del quadrato:
$A_{(1)} = \overline{AB}^2 =$ .....
determina l'area del rettangolo:
$A_{(2)} = \overline{EF} \times \overline{EH} =$ .....

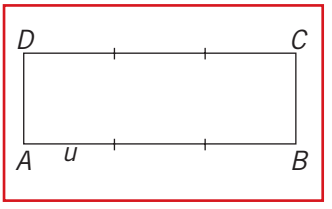
5. Calcola l'area e il perimetro di un rettangolo sapendo che la base è i $\frac{3}{2}$ dell'altezza e che il semiperimetro misura 175 cm. Completa il disegno, i dati e le richieste.



$\overline{AB}$ = ...
$\overline{AB} + \overline{DA} = p$ = ...
$2p$ = ...
A = ...

Nel semiperimetro, che è la metà del perimetro e che corrisponde alla somma della base e dell'altezza del rettangolo, ci sono 5 trattini congruenti; quindi:
$\overset{u}{\vdash\!\dashv} = p : 5 =$ .....
nella base ci sono ...3... trattini; quindi:
$\overline{AB}$ = ...
nell'altezza ci sono ...2... trattini; quindi:
$\overline{DA}$ = ...
calcola, ora, il perimetro e l'area del rettangolo:
$2p$ = ...
A = ...

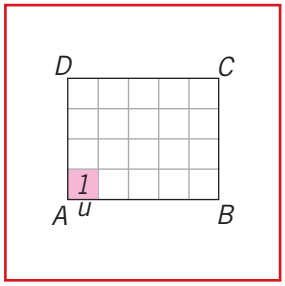
6. La differenza delle dimensioni di un rettangolo misura 16 cm e la base è tripla dell'altezza; determina le dimensioni e l'area del rettangolo.



$\overline{AB} - \overline{BC} = 16$ cm
$\overline{AB} = 3 \times \overline{BC}$
$\overline{AB} = ?$
$\overline{BC} = ?$
$A = ?$

(*La differenza tra le dimensioni corrisponde a* ...2... *trattini; per trovare la misura di un trattino devi dividere la differenza per* .....
La misura di un trattino corrisponde all'altezza; per trovare la base devi moltiplicare .....
.....).
$\overset{u}{\vdash\!\dashv}$ = ...
$\overline{AB}$ = ...
A = ...

7. L'area di un rettangolo è 2880 dm² e la base è i $\frac{5}{4}$ dell'altezza. Calcola la misura delle dimensioni e quella del perimetro.



$\overline{AB} = \frac{5}{4} \times \overline{BC}$

$A_{(ABCD)} = 2880\ dm^2$

$\overline{AB} = ?$

$\overline{BC} = ?$

$2p = ?$

Osserva il disegno:
la base è formata da ..... trattini, l'altezza da ..... trattini; quindi il rettangolo contiene $5 \times 4 =$ ..... quadratini congruenti.

calcola l'area di un quadratino:

$A_{(1)} = A_{(ABCD)} : 20 =$ .....

calcola la lunghezza di un trattino:

$\overline{u} = \sqrt{A_1} =$ .....

$\overline{AB} = u \times 5 =$ .....

$\overline{AD} = u \times 4 =$ .....

$2p =$ .....

Risolvi i seguenti problemi.

8. In un rettangolo l'altezza è $\frac{3}{4}$ della base e il perimetro misura 168 cm; calcola le dimensioni e l'area. [36 cm; 48 cm; 1728 cm²]

9. Il semiperimetro di un rettangolo misura 108 dm e la base è il quintuplo dell'altezza; determina le misure delle dimensioni e l'area. [18 dm; 90 dm; 1620 dm²]

10. La base di un rettangolo è i $\frac{7}{5}$ dell'altezza e la loro differenza misura 32 m. Calcola le misure delle dimensioni, il perimetro e l'area del rettangolo. [112 m; 80 m; ....]

11. L'area di un rettangolo è 7168 cm² e l'altezza è i $\frac{4}{7}$ della base; determina il perimetro del rettangolo. (*Il rettangolo contiene 4 x 7 = ... quadratini congruenti; quindi l'area di uno di essi è .....*) (vedi esercizio 7). [352 cm]

12. L'area di un rettangolo è di 726 m² e la base è i $\frac{3}{2}$ dell'altezza; calcola il perimetro del rettangolo. (*Nel rettangolo ci sono 3 x 2 = ... quadratini .....*). [110 m]

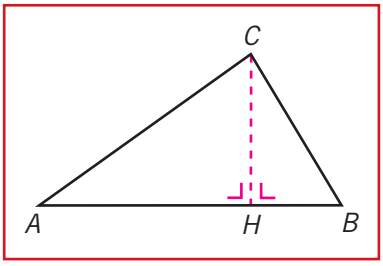
13. Completa la tabella relativa a dei **quadrati** (*procedi come nell'esempio e svolgi i calcoli sul quaderno*).

Lato = ℓ	Perimetro = $2p$	Area = A	Formule
3,5 cm			$2p = \ell \times 4 \quad A = \ell \times \ell = \ell^2$
		121 m²	$\ell = \sqrt{A} \quad 2p = \ell \times 4$
	288 dm		$\ell = 2p : 4 \quad A = \ell \times \ell = \ell^2$
		625 cm²	
6,4 m			
	68 m		
15,3 dm			

14. Disegna un **triangolo scaleno**, indica con *b* la base e con *h* l'altezza del triangolo; completa poi la tabella. (*Procedi come negli esempi*).

b	h	A	Calcoli
33 cm	12 cm		$A = \frac{b \times h}{2} = \frac{33 \times 12}{2} =$ .....
	14 m	259 m²	$b = \frac{A \times 2}{h} = \frac{259 \times 2}{14} =$ .....
59 cm		796,5 cm²	$h = \frac{A \times 2}{b} =$ .....
38 cm		456 cm²	
	4,5 m	30,6 m²	
5,4 m		18,36 m²	

15. Facendo riferimento al **triangolo rettangolo** sotto riportato, completa le formule:



CB = cateto minore = c

AC = cateto maggiore = C

AB = ipotenusa = i

CH = altezza relativa all'ipotenusa = h_i

$A = \frac{C \times .....}{2}$ $C =$ ..... $c =$ .....

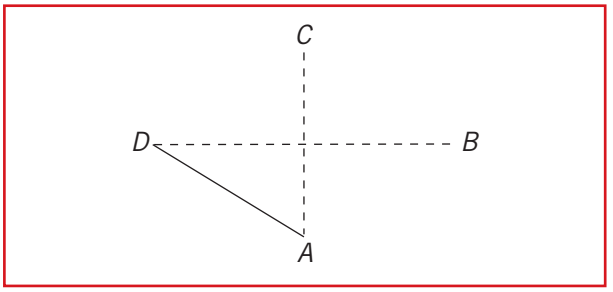
$A = \frac{i \times .....}{2}$ $i =$ ..... $h_i =$ .....

16. Sempre facendo riferimento al **triangolo rettangolo** dell'esercizio 15, completa la tabella. (*Procedi come nell'esempio e svolgi i calcoli sul tuo quaderno*).

c	C	i	h_i	A	FORMULE
9 m	12 m	15 m			$A = \frac{C \times c}{2}$ $h_i = \frac{A \times 2}{i}$
18 dm		30 dm	14,4 dm		$A = \frac{i \times h_i}{2}$ $C = \frac{A \times 2}{c}$
	21 m	35 m		294 m^2	$h_i = \frac{A \times 2}{i}$ $c = \frac{A \times 2}{C}$
24 cm	70 cm	74 cm			
12 m		20 m		96 m^2	
13,5 cm		22,5 cm	10,8 cm		
	7,8 dm	13 dm	6,24 dm		

Risolvi i seguenti problemi relativi a dei rombi, seguendo le indicazioni.

17. Considera un rombo avente l'area e la diagonale maggiore rispettivamente di 432 m^2 e 36 m. Calcola la misura della diagonale minore. Completa il disegno, i dati e le richieste:



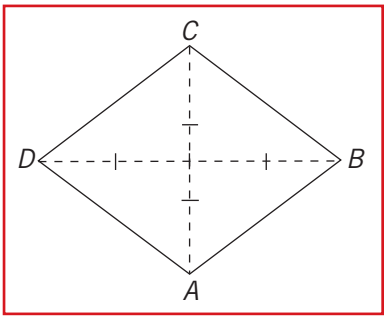
$A =$ ..... $\overline{AC} =$ .....

$\overline{DB} =$ .....

applica la formula inversa dell'area per trovare la misura della diagonale minore:

$\overline{CA} = \frac{A \times 2}{.....} =$ .....

18. La somma delle diagonali di un rombo misura 56 dm e una è i $\frac{3}{4}$ dell'altra. Determina le due diagonali e l'area del rombo.



$\overline{AC} = \frac{3}{4} \times \overline{DB}$

$\overline{AC} + \overline{DB} = 56$ dm

$\overline{AC} = ?$

$\overline{DB} = ?$

$A = ?$

Nella somma delle diagonali sono contenuti 3 + 4 = ... trattini congruenti; quindi:

$\overset{u}{\vdash\!\dashv} = (\overline{AC} + \overline{DB})$:.....

AC contiene ...3... trattini e DB .... trattini; quindi:

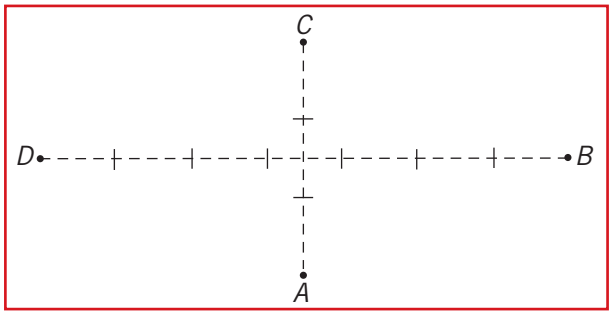
$\overline{AC} =$.....

$\overline{DB} =$.....

utilizza la formula per calcolare l'area:

$A = \frac{.....}{2} =$ .....

19. La differenza tra le diagonali di un rombo misura 32 m e una è i $\frac{3}{7}$ dell'altra; calcola la misura di ciascuna di esse e l'area del rombo. Completa il disegno, i dati e le richieste.



$\overline{AC}$ = ... $\overline{DB}$ = ...

$\overline{DB} - \overline{AC}$ = ... A = ...

la differenza tra le diagonali è formata da 7 – 3 = ... trattini congruenti; quindi:

$\overset{u}{\vdash\!\dashv}$ = ($\overline{DB} - \overline{AC}$):.....

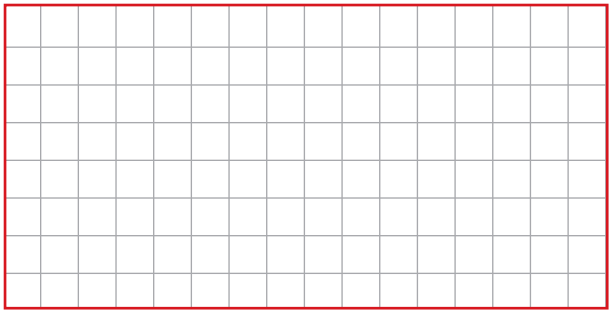
AC contiene .... trattini e DB .... trattini; quindi:

$\overline{AC}$ =.....

$\overline{DB}$ =.....

A = ...

20. Una diagonale di un rombo $ABCD$ misura 84 cm e l'altra è i suoi $\frac{3}{4}$. Calcola la misura della diagonale minore e l'area del rombo. Completa il disegno, i dati e le richieste.



$\overline{DB}$ = ...

$\overline{AC} = \frac{3}{4} \times$ .....

$\overline{AC}$ = ...

A = ...

calcola la misura della diagonala minore:

$\overline{AC}$ = ... : ..... × ..... = ...

calcola l'area utilizzando la formula:

$A = \frac{\text{.....} \times \text{.....}}{\text{.....}}$ = ...

21. Completa la seguente tabella relativa a dei **rombi** (*svolgi i calcoli sul tuo quaderno*).

D	d	A	FORMULE
25 m	22 m		
	28 cm	294 cm^2	
10,4 dm		28,08 dm^2	
	5,6 m	13,44 m^2	

Risolvi i seguenti problemi

(*sono importanti un disegno rispondente al testo, i dati e le richieste*).

22. L'area di un rombo è 1296 dm^2 e la diagonale maggiore misura 54 dm; calcola la misura dell'altra diagonale.

[48 dm]

23. Considera un quadrato equivalente (quindi avente la stessa ...) al rombo dell'esercizio precedente e calcolane la misura del lato e quella del perimetro.

[36 dm; 144 dm]

24. La somma delle diagonali di un rombo misura 352 cm e la minore è i $\frac{3}{8}$ della maggiore; calcola le misure delle due diagonali e l'area del rombo. [96 cm; 256 cm; ...]

25. La differenza tra le diagonali di un rombo misura 125 dm e la maggiore è i $\frac{9}{4}$ della minore; determina le misure delle due diagonali e l'area del rombo.

[225 dm; 100 dm; ...]

26. Completa la seguente tabella relativa a dei **trapezi**.

b	*B*	*B + b*	*h*	*A*	FORMULE	CALCOLI
4 m	18 m			132 m^2	$h = \frac{\dots\dots}{B+b}$	$B+b=18+4=\dots\dots$ $h=\frac{132\times 2}{\dots\dots}=\dots\dots$
3,2 dm	4,7 dm		2,5 dm		$A = \dots\dots$	$B+b=\dots\dots$ $A=\dots\dots$
4,2 m			4,5 m	24,75m^2	$B+b=\dots\dots$	$B+b=\dots\dots$ $B=\dots\dots$
	20 cm		80 cm	1400 cm^2	$B+b=\dots\dots$	$B+b=\dots\dots$ $b=\dots\dots$

Risolvi i seguenti problemi
(*sono importanti un disegno rispondente al testo, i dati e le richieste*).

27. In un trapezio isoscele le due basi misurano rispettivamente 42 cm e 70 cm, e l'altezza è i $\frac{3}{4}$ della somma delle basi. Calcola l'area del trapezio.

[1344 cm^2]

28. La base minore e l'altezza di un trapezio isoscele sono rispettivamente $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{2}$ della base maggiore che misura 64 dm. Determina l'area del trapezio.

[1280 dm^2]

29. In un trapezio le basi sono rispettivamente i $\frac{3}{4}$ e i $\frac{5}{4}$ dell'altezza che misura 30 m. Determina l'area del trapezio.

[900 m^2]

30. La base maggiore di un trapezio misura 72 cm, la minore è i $\frac{5}{9}$ della maggiore e l'altezza è i $\frac{3}{10}$ della base minore. Calcola l'area del trapezio.

[672 cm^2]

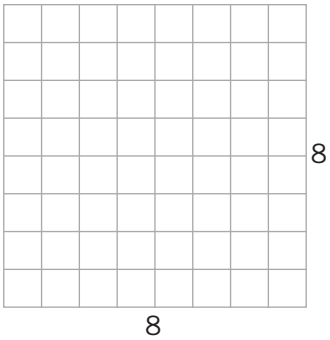
31. In trapezio l'area è 1350 dm^2, l'altezza 30 dm e la base minore è i $\frac{4}{3}$ dell'altezza. Determina la misura della base maggiore.

[50 dm]

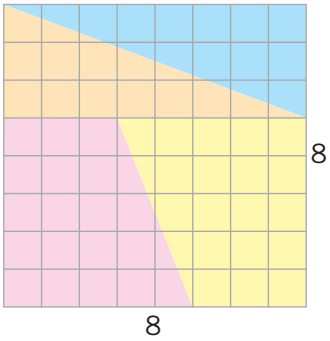
POTENZIAMENTO

Un paradosso

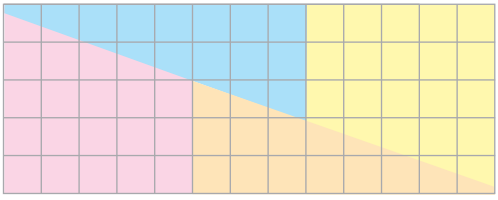
Disegna, utilizzando un foglio quadrettato, un quadrato 8×8



L'area di questo quadrato è formata da 8×8 quadretti.
Dividi il quadrato in quattro parti come indicato dai colori.



Ricomponi le quattro parti nel seguente modo:



Quanto misura l'altezza del rettangolo? ..... Quanto misura la base del rettangolo? .....

Calcola l'area ..... × ..... = ...

Da dove viene il quadretto in più del rettangolo?

Disegna un quadrato 16×16 e dividilo in quattro parti come è stato indicato precedentemente. Ricomponi le quattro parti per formare un rettangolo nel modo in cui è stato indicato precedentemente.

Calcola l'area del quadrato $16 \times 16 =$ .....

Calcola l'area del rettangolo $10 \times 26 =$ .....

I quadretti in più ora sono 4.

Ripeti il procedimento considerando un quadrato 32×32.
Sistema i dati nella seguente tabella:

QUADRATO	RETTANGOLO	QUADRETTI IN PIÙ
$8 \times 8 = 64$	$5 \times 13 = 65$	1
$16 \times 16 =$	$10 \times 26 =$	4
$32 \times 32 =$	$20 \times 52 =$	
$64 \times 64 =$	$40 \times 104 =$	

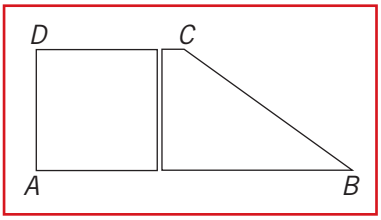
Raddoppiando il lato; l'area del quadrato viene quadruplicata. Dividendo in parti i quadrati e costruendo dei rettangoli con tali pezzi si ha un aumento apparente di quadretti: ogni volta che si raddoppia il lato del quadrato si quadruplica il numero dei quadretti in più dei rettangoli.

Perché si hanno dei quadretti in più nei rettangoli?

La risposta è semplice: in realtà quella che sembra la diagonale del rettangolo non è un segmento di retta, i punti che essa congiunge, cioè i vertici dei trapezi rosa e giallo, sono solo **apparentemente allineati**.

Risolvi i seguenti problemi

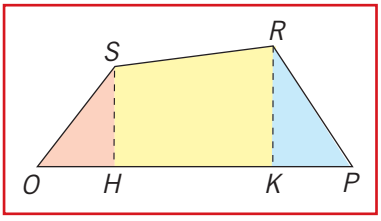
1.



Un comune per costruire una strada deve espropriare una parte del terreno di proprietà privata avente la forma di trapezio rettangolo con la base maggiore di 400 m, la minore di 200 m e l'altezza di 150 m. L' esproprio interessa una striscia larga 12 m, che attraverserà il terreno in direzione perpendicolare alle due basi ed in una posizione tale da dividere il terreno in due parti una quadrata, l'altra avente la forma ancora di trapezio rettangolo.
Quale sarà l'area di ciascuna delle due parti di proprietà privata ai lati della strada?

[22 500 m²; 20 700m²]

2.



Il quadrilatero *OPRS* della figura rappresenta un terreno coltivato ad avena nella parte colorata di arancione, a frumento nella parte colorata di giallo e a granoturco nella parte colorata di azzurro.
Determina l'area occupata da ciascuna coltivazione sapendo che *OP* misura 228 m, *S* e *R* distano da *OP* rispettivamente 80 m e 104 m e i punti *H* e *K* dividono *OP* in tre parti di cui le estreme (*OH* e *KP*) sono uguali e sono la metà dell'intermedia (*HK*).

[2280 m²; 10488 m²; 3964 m²]

3. Disegna un rombo che abbia le diagonali una $\frac{3}{4}$ dell'altra e, supponendo che la maggiore misuri 48 cm determina:
1) l'area del rombo;
2) le misure delle due basi di un trapezio equivalente al rombo, avente l'altezza di 24 cm e le basi una i $\frac{4}{5}$ dell'altra.

[864 m²; 32 cm; 40 cm]

4. Una piazza rettangolare ha il perimetro di 270 m e le due dimensioni sono una i $\frac{4}{5}$ dell'altra.

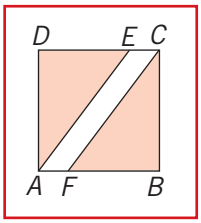
Nella piazzetta vi sono tre aiuole di forma quadrata, ciascuna delle quali occupa i $\frac{9}{2000}$ dell'intera superficie della piazza. Quanto misura la superficie libera della piazza?

[4439,25 m²]

5. Sul lato *AB* di un quadrato *ABCD*, costruisci esternamente ad esso un triangolo equilatero *AEB*. Supponendo che l'area del quadrato sia di 22,09 cm^2, determina perimetro e area del pentagono *AEBCD*.
[23,5 dm; 31,6549... dm^2]

6. Dopo aver disegnato un quadrato *ABCD*, costruisci sui lati opposti *AB* e *CD*, esternamente al quadrato, due triangoli equilateri *AEB, CFD*. Supponendo che la diagonale del quadrato misuri 3 dm, determina perimetro e area dell'esagono *AEBCDF*.
[12,72... dm; 8,3970... dm^2]

7.



Supponi che il quadrato illustrato nella figura abbia l'area di 51,84 cm^2. Determina quanto devono misurare i due segmenti *AF* ed *EC*, affinché i due segmenti paralleli *AE* e *FC* suddividano il quadrato in tre figure equivalenti.
[2,4 cm]

8. In un triangolo un lato è i $\frac{40}{27}$ dell'altezza ad esso relativa e la loro somma è 53,6 dm. Determina:

a) l'area del triangolo;

b) le misure approssimate al cm, del lato e della diagonale di un quadrato equivalente al triangolo;

c) il perimetro di un rettangolo equivalente al triangolo ed avente l'altezza $\frac{3}{5}$ della base
[345,60 dm^2; 18,6 dm; 26,3 dm; 76,8 dm]

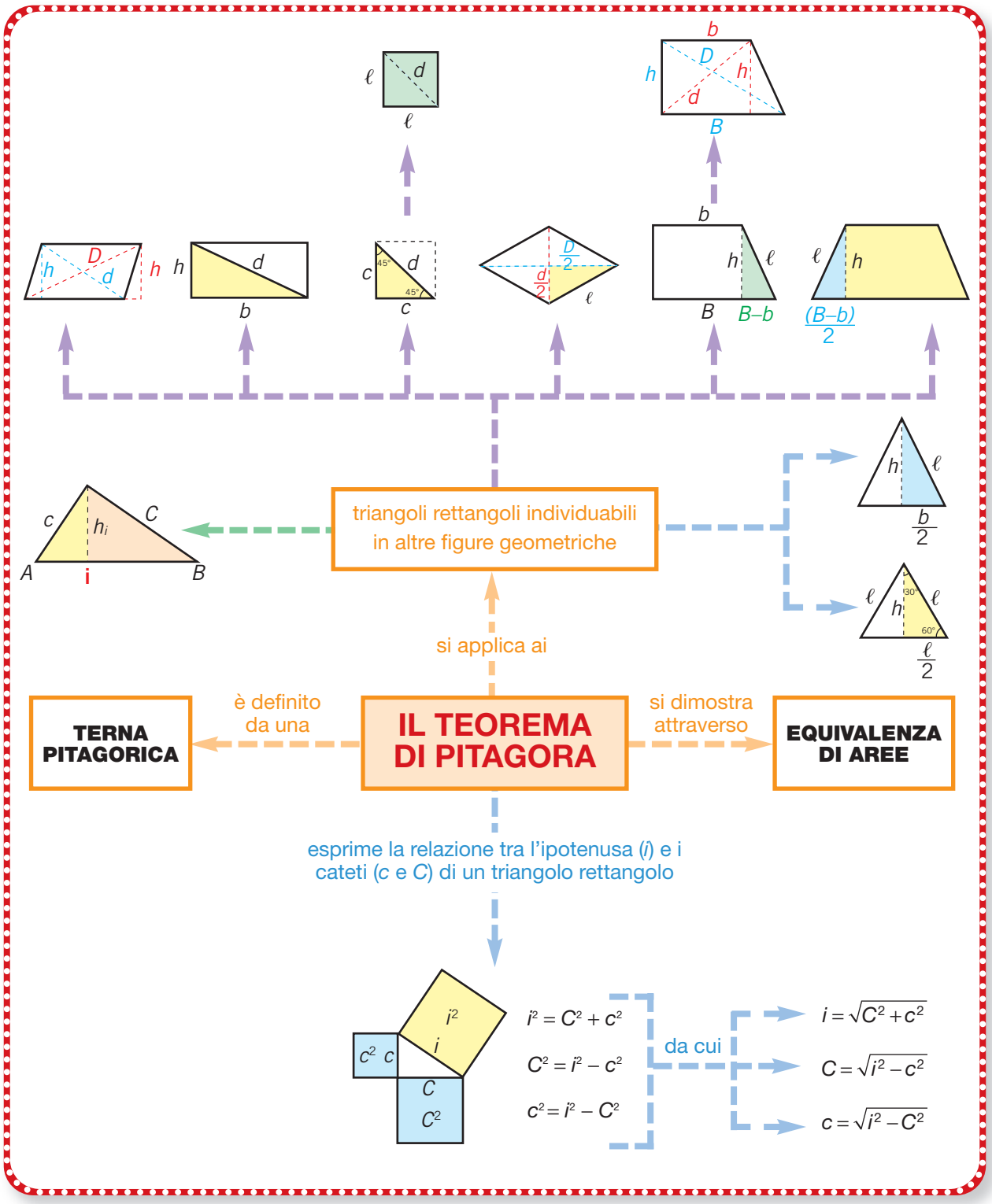
9. Un parallelogramma avente il perimetro di 81,6 dm ha il lato maggiore che supera il minore di 6,8 dm e l'altezza relativa al lato minore di 14 dm. Determina:

a) l'area del parallelogramma e la misura dell'altezza relativa al lato maggiore;

b) l'area di un rettangolo isoperimetrico al parallelogramma ed avente la base $\frac{3}{5}$ dell'altezza.
[238 dm^2; 10 dm; 390,15 dm^2]

7 Teorema di Pitagora

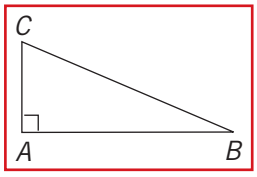
ESERCIZI E ATTIVITÀ
PER IL RECUPERO
PER IL POTENZIAMENTO



RECUPERO

Prima di effettuare gli esercizi per il recupero è opportuno che tu riveda la teoria sul libro di testo.

1. Considera il seguente triangolo rettangolo e completa le affermazioni:



$\widehat{A}$ = angolo ..... = ...°

AB = cateto ..... = C

CA = ...

CB = ...

2. Scrivi le formule del teorema di Pitagora:

$c = \sqrt{\dots\dots\dots\dots}$

$C = \sqrt{\dots\dots\dots\dots}$

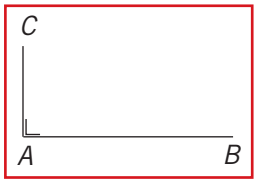
$i = \sqrt{\dots\dots\dots\dots}$

3. Completa la seguente tabella relativa a dei **triangoli rettangoli** (le misure si intendono espresse in dm):

c	C	i	FORMULA	CALCOLO
12	16		$i = \sqrt{c^2 + C^2}$	$i = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} = \dots\dots$
	48	52	$c = \sqrt{i^2 - C^2}$	$c = \sqrt{52^2 - 48^2} = \dots\dots$
12		37	$C = \sqrt{i^2 - c^2}$	$C = \sqrt{37^2 - 12^2} = \dots\dots$
	72	38		
15		39		
5,4	7,2			
	71,5	72,5		

Risolvi i seguenti problemi relativi a triangoli rettangoli, seguendo le indicazioni.

4. In un triangolo rettangolo i cateti misurano 24 cm e 32 cm; determina il perimetro e l'area del triangolo. Completa il disegno, i dati e le richieste.



$\overline{AB}$ = ...

$\overline{CA}$ = ...

$2p$ = ?

A = ?

Per calcolare il perimetro ti serve la misura dell'ipotenusa, che puoi trovare applicando il teorema di Pitagora al triangolo ABC:

$\overline{CB} = \sqrt{\dots\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots\dots$

$2p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \dots\dots\dots\dots$

per calcolare l'area applica la formula:

$A = \dfrac{\overline{CA} \times \overline{AB}}{2} = \dots\dots\dots\dots$

5. In un triangolo rettangolo l'area è 600 m^2 e il cateto maggiore misura 40 m. Calcola il perimetro del triangolo.

Completa il disegno, i dati e le richieste.

A = ...

..... = 40 cm

$2p$ = ...

Per calcolare la misura del perimetro occorrono le misure dei tre lati; calcola il cateto minore con la formula inversa dell'area:

$\overline{CA} = \dfrac{A \times 2}{\overline{AB}} = \dots\dots\dots\dots$

calcola l'ipotenusa con il teorema di Pitagora:

$\overline{CB} = \sqrt{\dots\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots\dots$

calcola, ora, il perimetro:

$2p$ = ...

Risolvi i seguenti problemi
(*sono importanti un disegno preciso, i dati e le richieste*).

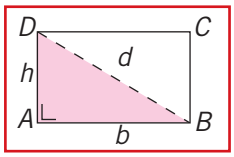
6. I due cateti di un triangolo rettangolo misurano rispettivamente 12 m e 16 m; determina la misura dell'ipotenusa, quella del perimetro e l'area. [20 m; 48 m; 96 m^2]

7. In un triangolo rettangolo l'ipotenusa e il cateto maggiore misurano rispettivamente 85 dm e 75 dm. Calcola il cateto minore, il perimetro e l'area. [40 dm; 200 dm; 1500 dm^2]

8. L'ipotenusa e il cateto minore di un triangolo rettangolo misurano 60 cm e 36 cm; calcola il perimetro e l'area. [144 cm; 864 cm^2]

9. Una scala alta 5,2 m viene appoggiata a un muro e arriva a una altezza di 4,8 m. Calcola la distanza tra il punto di appoggio della scala e il muro. [2 m]

10. Considera il **rettangolo** *ABCD* dell'illustrazione e completa le frasi e le relazioni.



$\overline{AB}$ = ... b

..... = altezza = h

$\overline{DB}$ = ... = d

$\hat{A}$ = ...° = angolo .....

La diagonale del ..... lo divide in due .....

I cateti del triangolo sono .... del rettangolo;

in particolare il cateto minore è .....

e il cateto .....

L'ipotenusa del triangolo corrisponde alla .....

Quindi al triangolo rettangolo *ABD* è possibile applicare il teorema di Pitagora; infatti:

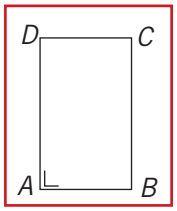
$\overline{DB} = d = \sqrt{\overline{AB}^2 + \ldots\ldots\ldots}$

$\overline{AB} = b = \sqrt{\overline{DB}^2 - \ldots\ldots\ldots}$

$\overline{DA} = h = \sqrt{\overline{DB}^2 - \ldots\ldots\ldots}$

Risolvi i seguenti problemi relativi a dei rettangoli, seguendo le indicazioni.

11. In un rettangolo la diagonale e l'altezza misurano 34 dm e 30 dm. Calcola l'area del rettangolo. Completa il disegno, i dati e le richieste.



..... = 34 dm

..... = 30 dm

A = ...

Determina la misura della base applicando il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo *ABD*:

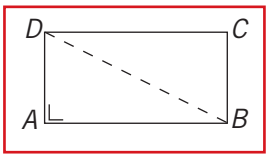
$\overline{AB} = \sqrt{\overline{DB}^2 - \overline{DA}^2}$ .....

.....

calcola, ora, l'area del rettangolo applicando la formula relativa:

$A = b \times h = \overline{AB} \times \overline{DA}$ = ...

12. Considera un rettangolo di area 3072 cm^2 avente la base di 64 cm. Calcola il perimetro e la diagonale.



$\overline{AB}$ = 64 cm .....

A = 3072 cm^2 .....

$2p$ = ?

$\overline{DB}$ = ?

Per calcolare il perimetro serve la misura dell'altezza, che si trova applicando la formula inversa dell'area:

$\overline{DA} = A : \overline{AB}$ = ...

$2p = (\overline{AB} + \overline{DA}) \times 2$ = ...

per calcolare la misura della diagonale si applica il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo *ABD*:

$\overline{DB} = \sqrt{\ldots\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots\ldots}$ = ...

Risolvi i seguenti problemi (*sono importanti il disegno, i dati e le richieste*).

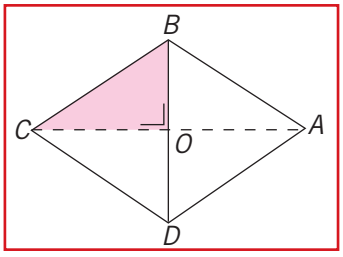
13. Di un rettangolo si conoscono le misure della diagonale e della base che sono rispettivamente 37 dm e 12 dm; calcola l'altezza, il perimetro e l'area. [35 dm; 94 dm; 420 dm^2]

14. In un rettangolo l'area è 1728 m^2 e l'altezza è 36 m; calcola il perimetro e la diagonale. [168 m; 60 m]

15. La diagonale di un rettangolo misura 58 m e la base 40 m; calcola il perimetro e l'area. [164 m; 1680 m^2]

16. Il perimetro di un rettangolo misura 98 m e l'altezza è $\frac{3}{4}$ della base; calcola l'area e la diagonale. (*Nel perimetro sono contenuti 3+3+4+4 = ... trattini congruenti, quindi.....*) [588 m^2; 35 m]

17. Considera il **rombo** *ABCD* dell'illustrazione e completa le frasi e le relazioni:



AC = ...maggiore

DB = ...

CB = ...

$C\hat{O}B$ =.....

Il triangolo *COB* è .....

Il cateto *CO* è la metà della .....

Il cateto *OB* è la metà della .....

L'ipotenusa *CB* corrisponde al .....

Valgono le relazioni:

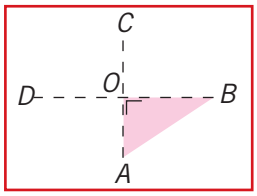
$\overline{CB} = \sqrt{\ldots\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots\ldots}$

$\overline{CO} = \sqrt{\ldots\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots\ldots}$

$\overline{OB} = \sqrt{\ldots\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots\ldots}$

Risolvi i seguenti problemi relativi a dei rombi seguendo le indicazioni.

18. Il perimetro di un rombo misura 272 dm e una diagonale misura 64 dm; calcola l'area del rombo. Completa il disegno, i dati e le richieste.



$2p$ = ...

..... = 64 dm

A = ?

Per calcolare l'area serve la misura della diagonale maggiore; applicando il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo *AOB* si può trovare *OB*, che è la metà di *DB*; quindi:

$\overline{AB} = 2p : 4 =$ .....

$\overline{OA} = \overline{CA} : 2 =$ .....

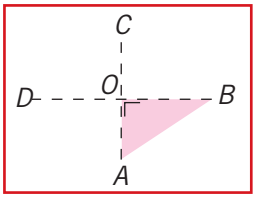
$\overline{OB} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{OA}^2} =$ .....

.....

$\overline{DB} = \overline{OB} \times 2 =$ .....

$A = \dfrac{\overline{DB} \times \overline{CA}}{2} =$ .....

19. L'area di un rombo è 1080 cm^2 e la diagonale minore misura 30 cm; calcola la diagonale maggiore e il perimetro. Completa il disegno, i dati e le richieste.



A = ...

..... = 30 cm

$\overline{DB}$ = ?

$2p$ = ?

Per calcolare la diagonale maggiore applica la formula inversa dell'area:

$\overline{DB} = \dfrac{A \times 2}{\ldots\ldots} =$ .....

per calcolare il perimetro serve la misura del lato che si trova applicando il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo *AOB*; quindi:

$\overline{AO} = \overline{AC} : 2 =$ .....

$\overline{BO} =$ .....

$\overline{AB} = \sqrt{\ldots\ldots\ldots\ldots} =$ .....

$2p =$ .....

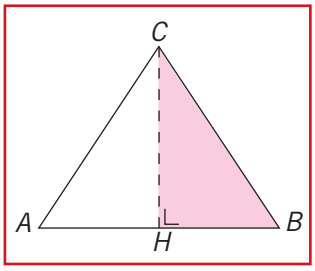
Risolvi i seguenti problemi relativi a dei rombi
(*sono importanti il disegno, i dati e le richieste*).

20. Le diagonali di un rombo misurano rispettivamente 48 dm e 20 dm; calcola l'area e il perimetro del rombo. [480 dm^2; 104 dm]

21. Il perimetro e la diagonale maggiore di un rombo misurano 520 cm e 240 cm; calcola il lato, la diagonale minore e l'area del rombo. [130 cm; 100 cm; 12000 cm^2]

22. L'area di un rombo è 33,60 m^2 e la diagonale minore misura 8 m; calcola la diagonale maggiore e il perimetro del rombo. [8,4 m; 23,2 m]

23. Osserva il **triangolo isoscele** dell'illustrazione e completa le frasi e le relazioni.



ABC è un triangolo .....

.....

CH è .....

AB è .....

$C\hat{H}B$ = ...

HB è la metà .....

Il triangolo *CHB* è .....

il cateto *CH* corrisponde all'altezza di *ABC*

il cateto *HB* corrisponde .....

l'ipotenusa *CB* corrisponde .....

Valgono le relazioni:

$\overline{CB} = \sqrt{\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots}$

$\overline{CH} = \sqrt{\ldots\ldots\ldots - \ldots\ldots}$

$\overline{HB} = \sqrt{\ldots\ldots\ldots - \ldots\ldots}$

Risolvi i seguenti problemi relativi a dei triangoli isosceli seguendo le indicazioni.

24. Il perimetro e la base di un triangolo isoscele misurano 108 dm e 30 dm; calcola la misura del lato obliquo, dell'altezza e l'area. Completa il disegno, i dati e le richieste.

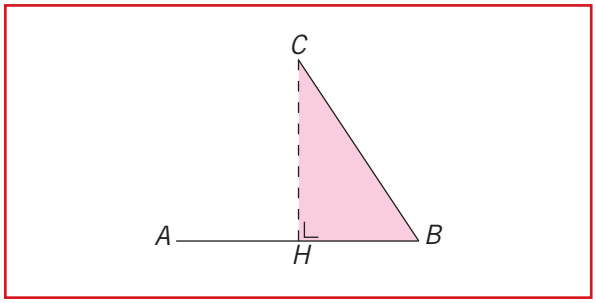
$2p$ = ...

$\overline{AB}$ = ...

$\overline{CB}$ = ...

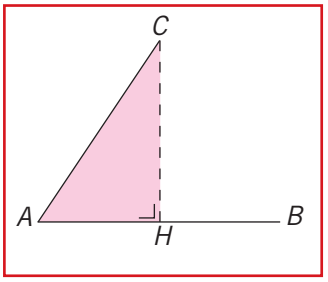
$\overline{CH}$ = ...

A = ...



Calcola la misura del lato obliquo utilizzando la formula inversa del perimetro:
$\overline{CB} = (2p - \overline{AB}) : 2 =$ .....
applica il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo *CHB* per trovare l'altezza *CH:*
$\overline{HB} = \overline{AB}$:.....

25. L'area di un triangolo isoscele è 2028 cm² e l'altezza misura 52 cm; calcola il perimetro del triangolo. Completa il disegno, i dati e le richieste.



$A =$ .....
$\overline{CH} =$ .....
$2p =$ .....

$\overline{CH} = \sqrt{.....} =$ .....

calcola l'area:

$A = \dfrac{\overline{AB} \times \overline{CH}}{2} =$ .....

calcola la base con la formula inversa dell'area:
$\overline{AB} = \dfrac{A \times 2}{.....} =$ .....
applica il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo *AHC* per trovare il lato obliquo *AC:*
$\overline{AH} = \overline{AB} =$ .....
$\overline{AC} = \sqrt{.....+.....} =$ .....
.....
calcola il perimetro:
$2p =$.....

Risolvi i seguenti problemi (*sono importanti il disegno, i dati e le richieste*).

26. In un triangolo isoscele la base misura 48 m e l'altezza 45 m; calcola l'area e il perimetro.
[1080 m²; 150 m]

27. Il perimetro e il lato obliquo di un triangolo isoscele misurano 144 cm e 40 cm; calcola la base, l'altezza e l'area.
[64 cm; 24 cm; 768 cm²]

28. Il perimetro di un triangolo isoscele misura 126 dm e il lato obliquo è i $\frac{5}{8}$ della base; calcola le misure dei lati e l'area del triangolo isoscele.
(*Nel perimetro sono contenuti* $5 + 5 + 8 =$ ..... *trattini congruenti; quindi*.....)
[35 dm; 56 dm; 588 dm²]

POTENZIAMENTO

Regola generale per determinare una terna pitagorica di numeri

Dato un numero *n* è possibile determinare una terna pitagorica

- Se il numero dato (n) è pari, la terna pitagorica primitiva di numeri a, b e c si trova nel seguento modo:
  $a = 2n \quad b = n^2 - 1 \quad c = n^2 + 1$ (in questo caso si ottiene una terna di numeri naturali)
  oppure
  $a = n \quad b = \dfrac{n^2 - 1}{2} \quad c = \dfrac{n^2 + 1}{2}$ (in quest'altro caso si ottiene una terna di numeri decimali)
- Se il numero dato (n) è dispari, diverso da 1, la terna pitagorica primitiva di numeri a, b e c si trova nel seguente modo:
  $a = n \quad b = \dfrac{n^2 - 1}{2} \quad c = \dfrac{n^2 + 1}{2}$

ESEMPIO

a) Se $n = 8$ si ha: $a = 2 \times 8 = 16$ $\quad b = 8^2 - 1 = 63$ $\quad c = 8^2 + 1 = 65$
oppure $a = 8$ $\quad b = \dfrac{8^2 - 1}{2} = 31{,}5$ $\quad c = \dfrac{8^2 + 1}{2} = 32{,}5$

b) Se $n = 7$ si ha: $a = 7$ $\quad b = \dfrac{7^2 - 1}{2} = 24$ $\quad c = \dfrac{7^2 + 1}{2} = 25$

Esercizi

Dopo aver letto attentamente la "regola generale per determinare una terna pitagorica di numeri" esegui i seguenti esercizi.

1. Determina una terna pitagorica per ogni numero indicato:

$n = 5$	$n = 6$	$n = 9$	$n = 10$
$n = 12$	$n = 11$	$n = 13$	$n = 16$
$n = 15$	$n = 14$	$n = 20$	$n = 21$

2. Stabilisci se i tre numeri a, b e c, di cui si hanno le informazioni che seguono, costituiscono delle terne pitagoriche:

$a = 24;\quad b = \frac{2}{3} \times a;\quad c = \frac{5}{4} \times (a + b)$

$a = 20;\quad b = \frac{3}{5} \times a;\quad c = \frac{1}{2} \times a + \frac{1}{2} \times b$

$a = 40;\quad b = \frac{12}{5} \times a;\quad c = a + \frac{2}{3} \times b$

$a = 26;\quad b = \frac{3}{2} \times a;\quad c = \frac{3}{2} \times a + \frac{2}{3} \times b$

Classificazione di un triangolo rispetto agli angoli, conoscendo le misure dei lati.

Conoscendo le misure a, b, c dei tre lati in un triangolo, in cui c è la misura del lato maggiore, si può dire che esso è **rettangolo** quando vale la relazione $c^2 = a^2 + b^2$.
In caso contrario, si possono verificare queste altre due situazioni:

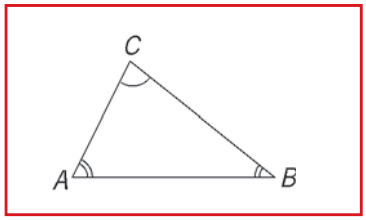
$$c^2 < a^2 + b^2 \quad \text{oppure} \quad c^2 > a^2 + b^2$$

Nel primo di questi due casi il triangolo in questione è **acutangolo**; nel secondo è, invece, **ottusangolo**.

ESEMPIO

a) In un triangolo abbiamo le seguenti misure dei lati (espresse in cm):
$a = 5,\quad b = 6,\quad c = 7;$
quindi i loro quadrati sono:
$a^2 = 5^2 = 25,\quad b^2 = 6^2 = 36,\quad c^2 = 7^2 = 49$
e pertanto vale la relazione:

$$49 < 25 + 36, \text{ ovvero } c^2 < a^2 + b^2.$$

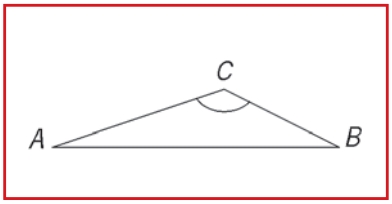


Costruendo il triangolo con le misure date, si ottiene:

$$\hat{C} < 90° \qquad \hat{A} < 90° \qquad \hat{B} < 90°$$

Il triangolo *ABC* è acutangolo perché ha tre angoli acuti.

b) Consideriamo, ora le seguenti misure dei lati:
$a = 6,\quad b = 8,\quad c = 12;$
i loro quadrati sono:
$a^2 = 6^2 = 36,\quad b^2 = 8^2 = 64,\quad c^2 = 12^2 = 144;$
vale pertanto la relazione $144 > 36 + 64$,
ovvero $c^2 > a^2 + b^2$;
costruendo il triangolo con le misure date, si ottiene:



$$\hat{C} > 90° \qquad \hat{A} < 90° \qquad \hat{B} < 90°$$

Il triangolo *ABC* è ottusangolo perché ha un angolo ottuso.

Dopo aver letto attentamente la "classificazione di un triangolo rispetto agli angoli, conoscendo le misure dei lati" esegui i seguenti esercizi.

3 Completa la tabella in cui con a, b e c si indicano le misure dei lati di un triangolo e ricordando che:

dato c = misura del lato maggiore

se $c^2 = a^2 + b^2$ il triangolo è .....

se $c^2 < a^2 + b^2$ il triangolo è .....

se $c^2 > a^2 + b^2$ il triangolo è .....

a (cm)	b (cm)	c (cm)	c^2 (cm)	a^2 (cm)	b^2 (cm)	$a^2 + b^2$	TIPO DI RELAZIONE	TIPO DI TRIANGOLO
7	24	25	625	49	576	625	$c^2 = a^2 + b^2$	rettangolo
7	9	15	225	49	81	130	$c^2 > a^2 + b^2$	
10	18	24						
8	13	15						
22	33	35						
32	60	68						
16,5	22	27,5						

Con a, b e c sono indicate le misure, in cm, dei lati di un triangolo; stabilisci per ciascun caso se si tratta di un triangolo rettangolo oppure acutangolo oppure ottusangolo.

4 $a = 5$ $b = 10$ $c = 11$;
$a = 7$ $b = 9$ $c = 12$;
$a = 8$ $b = 10$ $c = 12$.

5 $a = 15$ $b = 20$ $c = 25$;
$a = 12$ $b = 15$ $c = 20$;
$a = 5{,}4$ $b = 7{,}2$ $c = 9$.

6 $a = 7{,}4$ $b = 8{,}2$ $c = 9$;
$a = 3{,}6$ $b = 4{,}6$ $c = 7$;
$a = 9$ $b = 10$ $c = 11$.

7 Un triangolo isoscele ha la base e i lati obliqui che misurano rispettivamente 10 cm e 8 cm. Puoi dire che l'angolo al vertice è retto? Perché?

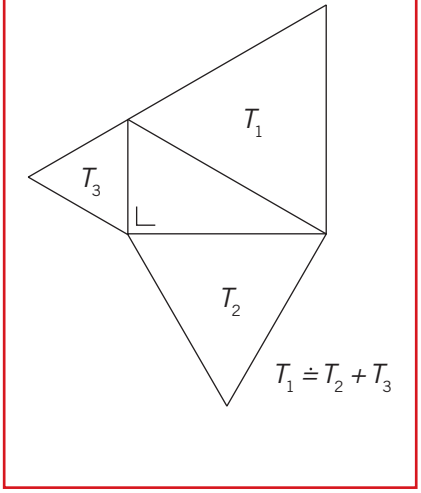
8 Un triangolo isoscele ha la base e i lati obliqui che misurano rispettivamente 12 cm e 7 cm. Classifica il triangolo rispetto agli angoli.

9 Un triangolo isoscele ha la base che misura 20 cm e i lati obliqui che misurano 12 cm. È acutangolo o ottusangolo? E se i lati obliqui misurassero 16 cm?

10. Considera un triangolo rettangolo la cui ipotenusa e i cateti misurano 5 cm, 4 cm e 3 cm. Calcola le aree dei triangoli equilateri costruibili sull'ipotenusa e su ognuno dei due cateti del triangolo rettangolo. Verifica che la relazione del teorema di Pitagora è valida anche in questo caso, cioè che **l'area del triangolo equilatero costruito sull'ipotenusa è uguale alla somma delle aree dei due triangoli equilateri costruiti sui cateti** (figura a lato).
Verifica ancora la validità di questa relazione considerando triangoli rettangoli i cui lati misurano:

a) 16 cm, 30 cm e 34 cm b) 20 cm, 48 cm, 52 cm.

Disegna ora un triangolo rettangolo con misure a tuo piacimento, misurane i lati (con precisione) e verifica se la relazione è ancora valida.
Confronta con i tuoi compagni i risultati ottenuti e traete le conclusioni di questa verifica insieme all'insegnante.



Risolvi i seguenti problemi:

11 Determina:

a) il perimetro di un trapezio rettangolo avente l'area di 21,75 dm^2, la diagonale maggiore di 7,5 dm e la base maggiore $\frac{3}{5}$ di questa diagonale;

b) il perimetro di un rombo la cui superficie è 15 cm^2 in meno di quella del trapezio e la cui diagonale maggiore misura 9 dm;

c) il perimetro di un rettangolo equivalente a $\frac{1}{5}$ del rombo ed avente la base tripla dell'altezza.

[19,50 dm; 20,4 dm; 9,6 dm]

12 Un parallelogramma ha gli angoli acuti di 30°, il perimetro di 32 cm ed i lati consecutivi uno $\frac{3}{5}$ dell'altro. Determina:

a) le misure delle sue altezze;

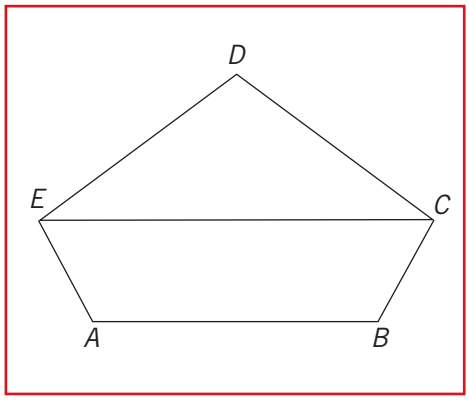
b) la sua area;

c) le misure delle due diagonali (approssimate al mm).

[3 cm; 5 cm; 30 cm^2; 5,6 cm; 15,5 cm]

13 Un pentagono viene scomposto da una sua diagonale in un trapezio isoscele e in un triangolo isoscele avente come base la base maggiore del trapezio. Determina area e perimentro del pentagono supponendo che la base del triangolo sia di 41,6 cm, il lato del triangolo sia $\frac{5}{8}$ della base, la base maggiore del trapezio sia i $\frac{26}{19}$ della minore e le diagonali del trapezio misurino 37,5 cm ciascuna.

[702,48 cm^2; 106,2 cm]



14 Un rettangolo ha il perimetro di 70 dm e la base è $\frac{4}{3}$ dell'altezza. Determina:

a) l'area del rettangolo;

b) il perimetro di un trapezio rettangolo equivalente al rettangolo, alto 12 dm e con l'angolo acuto di 30°;

c) le lunghezze delle due diagonali del trapezio (approssimate al cm).

[300 dm^2; 86 dm; 18,9 dm; 37,3 dm]

15 In un trapezio isoscele la somma delle basi è lunga 27 cm e la base minore è $\frac{2}{7}$ della maggiore, mentre il lato obliquo supera di 1,5 cm il triplo della base minore. Calcola:

a) il perimetro e l'area del trapezio;

b) la misura delle diagonali;

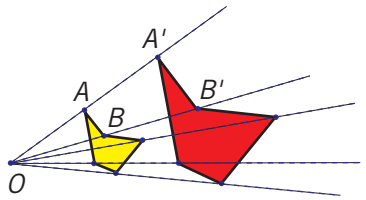
c) il perimetro e la misura della diagonale del rettangolo equiesteso al trapezio e avente la base che è $\frac{4}{27}$ dell'altezza.

[66 cm; 243 cm^2; 22,5 cm; 93 cm; 40,94 cm]

8 Trasformazioni non isometriche

ESERCIZI E ATTIVITÀ
PER IL RECUPERO
PER IL POTENZIAMENTO

$\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \ldots\ldots\ldots = k$ (costante di omotetia)

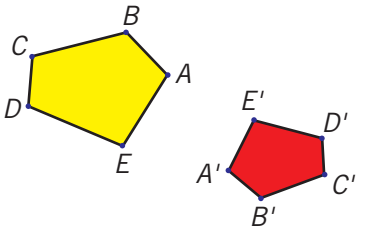


- I vertici corrispondenti sono allineati
- Gli angoli corrispondenti sono congruenti
- Il rapporto tra segmenti corrispondenti è costante

quando

OMOTETIA

$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \ldots\ldots\ldots = k$ (costante di similitudine)



- I vertici corrispondenti non sempre sono allineati
- Gli angoli corrispondenti sono congruenti
- Il rapporto tra segmenti corrispondenti è costante

quando

SIMILITUDINE

sono

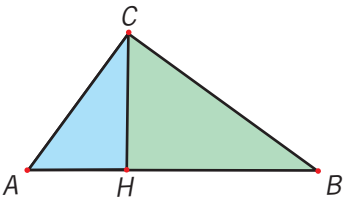
TRASFORMAZIONI NON ISOMETRICHE

se

- CAMBIANO LE DIMENSIONI
- NON CAMBIA LA FORMA

da essa derivano

I TEOREMI DI EUCLIDE



1° Teorema

$\overline{AH} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AB}$

$\overline{BH} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{AB}$

2° Teorema

$\overline{AH} : \overline{CH} = \overline{CH} : \overline{BH}$

RECUPERO

Prima di effettuare gli esercizi per il recupero
è opportuno che tu riveda la teoria sul libro di testo.

1. Completa le seguenti frasi.

- Affinché due figure siano simili devono essere soddisfatte le seguenti condizioni:
  a) gli angoli corrispondenti devono essere.....
  b) i rapporti tra i lati corrispondenti devono essere.....
- Il rapporto tra due lati corrispondenti di due figure simili è detto ..... di similitudine e in generale si indica con la lettera .....
- Il rapporto tra i perimetri di due figure simili è uguale al.....
- Il rapporto tra le aree di due figure simili è uguale al ..... del .....

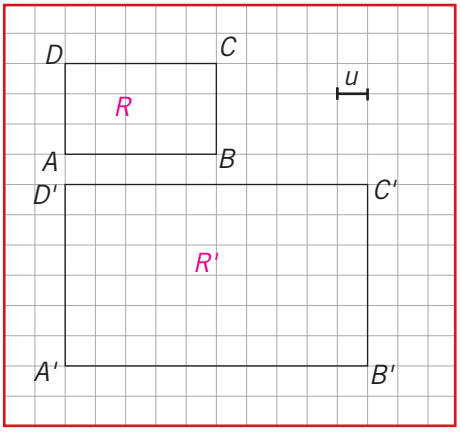
2. Considera i due rettangoli, *R* e *R'* della figura.
Utilizzando la lunghezza di un quadretto come unità di misura, calcola i rapporti tra le misure dei lati corrispondenti.

$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \ldots\ldots;\quad \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \ldots\ldots;\quad \frac{\overline{C'D'}}{\overline{CD}} = \ldots\ldots;\quad \frac{\overline{A'D'}}{\overline{AD}} = \ldots\ldots;$

Calcola ora il rapporto tra i perimetri e il rapporto tra le aree delle due figure:

$\frac{2p_{(A'B'C'D')}}{2p_{(ABCD)}} = \frac{\ldots\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots\ldots};\qquad \frac{A_{(A'B'C'D')}}{A_{(ABCD)}} = \frac{\ldots\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

I due rettangoli sono simili? .....



3. Disegna un rettangolo le cui dimensioni siano 3,6 cm e 1 cm. Disegna poi un secondo rettangolo le cui dimensioni superino di 2 cm quello del precedente. A tuo parere, le due figure sono simili? Giustifica la risposta.

4. Disegna due quadrati tali che i lati del secondo siano i $\frac{4}{3}$ di quello del primo. Sono simili? Se sì, qual è il rapporto di similitudine?

5. Completa il seguente schema inerente ai criteri di similitudine dei triangoli.

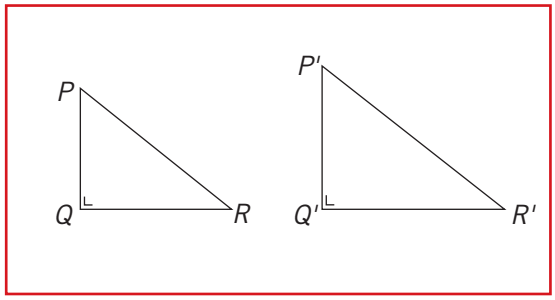
Due triangoli sono simili
- se gli angoli corrispondenti sono .....
  (..... criterio di similitudine)
- se hanno le tre coppie di lati corrispondenti in .....
  (..... criterio di similitudine)
- se hanno in ..... due coppie di lati e .....
  l'angolo tra essi compreso (..... criterio di similitudine)

6. Disegna due triangoli, di diversa estensione, che abbiano entrambi gli angoli rispettivamente di 40°, 60° e 80° e verifica che i rapporti tra i lati corrispondenti sono uguali.

7. Disegna due triangoli con le seguenti caratteristiche:
1° triangolo → un angolo di 50° e i lati che lo comprendono di 3 cm e 5 cm;
2° triangolo → un angolo di 50° e i lati che lo comprendono di 2 cm e 7,5 cm
I due triangoli sono simili? Giustifica la risposta.

8. Disegna due triangoli isosceli con le seguenti caratteristiche:
1° triangolo isoscele → base di 3 cm e angolo adiacente le basi di 30°;
2° triangolo isoscele → base di 5 cm e angolo adiacente le basi di 30°.
I due triangoli sono simili? Giustifica la risposta.

9. I seguenti triangoli rettangoli sono simili. In base ai dati forniti calcola quanto è richiesto.



$\overline{PQ} = 15$ cm
$\overline{QR} = 20$ cm
$\overline{P'R'} = 30$ cm
$\overline{PR} = ?$

$2p_{(P'Q'R')} = ?$
$A_{(P'Q'R')} = ?$
$\dfrac{A_{(P'Q'R')}}{A_{(PQR)}} = ?$

Applica il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo *PQR* per calcolare *PR*:

$\overline{PR} = \sqrt{\overline{PQ}^2 + \overline{QR}^2} =$ .....

Calcola il rapporto di similitudine tra i due triangoli: $\dfrac{\overline{P'R'}}{PR} = \dfrac{30}{.....} =$ .....

Calcola le misure di *P'Q'* e di *Q'R'*:

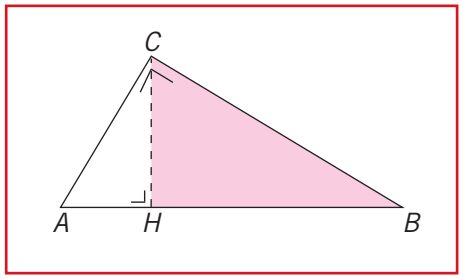
$\overline{P'Q'} = 15 \times \dfrac{.....}{.....} =$ ..... e $Q'R' =$ .....

Calcola ora il perimetro e l'area di *P'Q'R'* e il rapporto tra le aree dei due triangoli rettangoli simili.

$2p_{(P'Q'R')} =$ .....; $A_{(P'Q'R')} =$ .....; $\dfrac{A_{(P'Q'R')}}{A_{(PQR)}} =$ .....

10. Dopo aver disegnato il triangolo con i lati lunghi 3 cm, 5 cm e 6 cm, disegnane uno simile che abbia, con il primo, rapporto di similitudine $\dfrac{1}{2}$.
Che lunghezze devi attribuire ai lati del secondo triangolo? Qual è il rapporto tra le aree dei due triangoli simili?

11. Osserva la figura e completa la proporzione relativa al **1° teorema di Euclide**.

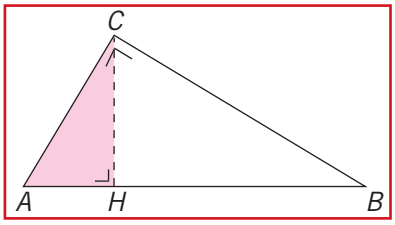


$\overline{AB}$: ..... = ... : $\overline{HB}$:
Il teorema si può esprimere così:
In un triangolo ..... ciascun ..... è ..... proporzionale tra la lunghezza dell'..... e la lunghezza della .....… del cateto stesso sull' .....

Per trovare la misura del cateto *CB*:

$\overline{CB}^2 =$ .....… allora $\overline{CB} =$ .....…

12. Scrivi la proporzione relativa al 1° teorema di Euclide:

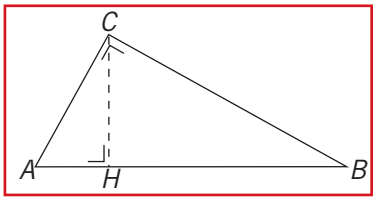


..... : ..... = ... : $\overline{AH}$

La formula per trovare la misura del cateto AC è:

$\overline{AC}$ = ...

13. In un triangolo rettangolo il cateto minore e la sua proiezione sull'ipotenusa misurano rispettivamente 3 m e 1,8 m; calcola la misura del perimetro e l'area del triangolo.



$\widehat{C}$ = ...

$\overline{AC}$ = ... $2p$ = ?

$\overline{AH}$ = ... A = ?

Applicando il 1° teorema di Euclide è possibile trovare la misura dell'ipotenusa AB infatti:

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AH}$ $\overline{AB} : 3$ = ... : .....

da cui: $\overline{AB} = \frac{3 \times 3}{.....}$ = ... m

Conoscendo le misure di AC e AB è possibile determinare la misura di CB con il teorema di Pitagora:

$\overline{CB} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2}$ = ...

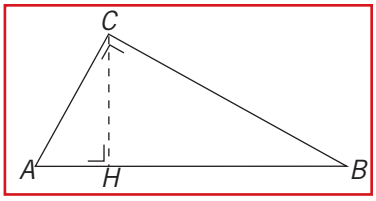
Calcola ora il perimetro e l'area:

$2p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$ = ...

$A = \frac{\overline{AC} \times \overline{CB}}{2}$ = ...

[12 m; 6 m^2]

14. Considera un triangolo rettangolo avente l'ipotenusa di 35 cm e il cateto maggiore di 28 cm; calcola la proiezione sull'ipotenusa del cateto minore, il perimetro e l'area.



$\overline{AB}$ = ... $\overline{AH}$ = ?

$\overline{BC}$ = ... $2p$ = ?

$\widehat{C}$ = ... A = ?

Con il 1° teorema di Euclide è possibile determinare la misura della proiezione HB e poi, per differenza, la misura della proiezione AH.

$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{CB} : \overline{HB}$ 35 : .... = ... : .....

da cui: $\overline{AB} = \frac{28 \times .....}{35}$ = ... e

$\overline{AH} = \overline{AB} - \overline{HB}$ = ...

Con il teorema di Pitagora è possibile calcolare la misura di AC.

$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - .....}$ = ...

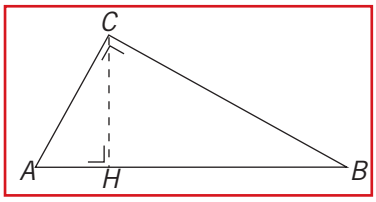
Calcola ora perimetro e area:

$2p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$ = ...

$A = \frac{\overline{AC} \times \overline{BC}}{2}$ = ...

[12,6 cm; 84 cm; 294 cm^2]

15. Calcola il perimetro e l'area di un triangolo rettangolo avente le proiezioni dei due cateti sull'ipotenusa che misurano 41,6 cm e 23,4 cm.



$\overline{AH}$ = ... $2p$ = ?

$\overline{HB}$ = ... A = ?

$\widehat{C}$ = ...

L'ipotenusa AB è la somma delle due proiezioni: $\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{AB}$

Applicando due volte il 1° teorema di Euclide è possibile trovare le misure dei due cateti:

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AH}$

65 : $\overline{AC}$ = $\overline{AC}$: ..... da cui:

$\overline{AC}$ = ...

$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{HB}$

65 : ..... = ... : ..... da cui:

$\overline{BC}$ = ...

Calcola ora il perimetro e l'area:

$2p$ = ...

A = ...

[156 cm; 1014 cm^2]

Utilizzando le indicazioni fornite negli esercizi precedenti, risolvi i seguenti problemi.

16. Determina la misura dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo avente il cateto maggiore e la sua proiezione che misurano rispettivamente 20 dm e 16 dm. [25 dm]

17. Calcola l'ipotenusa e il perimetro di un triangolo rettangolo avente il cateto minore e la sua proiezione sull'ipotenusa che misurano rispettivamente 27 cm e 16,2 cm.

[45 cm; 108 cm]

18. In un triangolo rettangolo le due proiezioni dei cateti sull'ipotenusa misurano 19,8 dm e 35,2 dm; calcola le misure dei cateti, il perimetro e l'area. [33 dm; 44 dm; ...; 726 dm^2]

19. Un triangolo ABC retto in C ha l'ipotenusa di 30 cm e il cateto minore di 18 cm; calcola la proiezione del cateto maggiore, il perimetro e l'area. [19,2 cm; 72 cm; 216 cm^2]

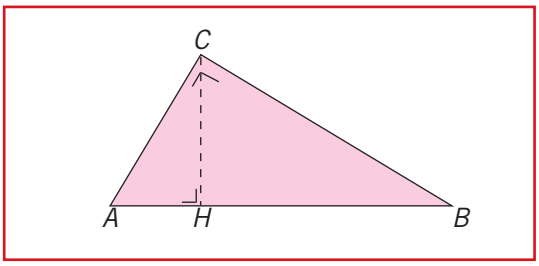
20. Calcola perimetro e area di un triangolo rettangolo avente un cateto e la sua proiezione rispettivamente di 4,5 m e 2,7 m.

[18 m; 13,5 m^2]

21. Considera un triangolo rettangolo *ABC* in cui le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa misurano 57, 6 dm e 32,4 dm; determina perimetro e area di *ABC*.

[216 dm; 1944 dm^2]

22. Osserva la figura e completa la proporzione relativa al **2° teorema di Euclide**.



$\overline{AH}$: ..... = ... : $\overline{HB}$

Il teorema si può esprimere così:

In un triangolo rettangolo l'.....

relativa all'.....

è ..... proporzionale

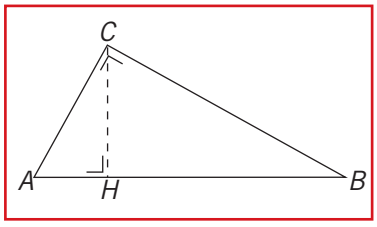
tra le lunghezze delle .....

dei cateti stessi sull'.....

Per trovare la misura di *CH*:

$\overline{CH}^2$ = ... × ..... allora $\overline{CH}$ = ...

23. In un triangolo rettangolo le proiezioni dei due cateti sull'ipotenusa misurano 1,96 m e 23,04 m; calcola la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa e l'area del triangolo.



$\widehat{C}$ = ... $\overline{CH}$ = ?

$\overline{AH}$ = ... A = ?

$\overline{BH}$ = ...

Applica il 2° teorema di Euclide per calcolare la misura di *CH*:

$\overline{AH}$: $\overline{CH}$ = ... : $\overline{BH}$

1,96 : ..... = $\overline{CH}$: 23,04 da cui:

$\overline{CH} = \sqrt{1{,}96 \times .....} = ...$

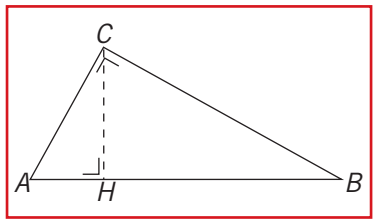
Calcola la misura dell'ipotenusa per trovare poi l'area:

$\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{HB}$ = ...

$A = \dfrac{\overline{AB} \times \overline{CH}}{2}$ = ...

[6,72 m; 84 m^2]

24. Considera un triangolo rettangolo avente un cateto di 24 dm e l'altezza relativa all'ipotenusa di 19,2 dm; Calcola il perimetro e l'area.



$\widehat{C}$ = ... $2p$ = ?

$\overline{AC}$ = ... A = ?

$\overline{CH}$ = ...

Con il teorema di Pitagora si trova la misura della proiezione *AH*:

$\overline{AH} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{CH}^2}$ = ...

Con il 2° teorema di Euclide si trova la misura della proiezione *HB* e quindi l'ipotenusa *AB:*

$\overline{AH}$: ..... = $\overline{CH}$: $\overline{HB}$

..... : 19,2 = 19,2 : $\overline{HB}$ da cui

$\overline{HB}$ = ...

$\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{HB}$ = ...

Per calcolare il perimetro serve la misura del cateto *CB* che si può trovare con il teorema di Pitagora applicato al triangolo *ABC* oppure al triangolo *CHB*:

$\overline{CB} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2}$ = ...

oppure

$\overline{CB} = \sqrt{\overline{CH}^2 + \overline{HB}^2}$ = ...

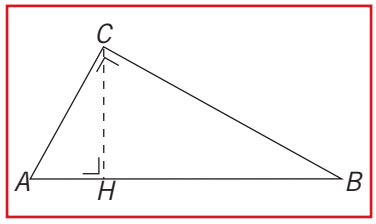
Calcola ora il perimetro e l'area:

$2p$ = ...

A = ...

[96 dm; 384 dm^2]

25. Calcola il perimetro di un triangolo rettangolo avente le proiezioni dei due cateti di 6,3 m e 11,2 m.



$\widehat{C}$ = ... $2p$ = ?

$\overline{AH}$ = ...

$\overline{HB}$ = ...

Con il 2° teorema di Euclide calcola l'altezza relativa all'ipotenusa:

$\overline{AH}$: ..... = ... : $\overline{HB}$

6,3 : ..... = ... : ..... da cui:

$\overline{CH} = \sqrt{.....} = ...$

Applica il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo *ACH* per trovare la misura del cateto *CA*:

$\overline{CA} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{CH}^2}$ = ...

Somma le misure delle proiezioni per trovare la misura dell'ipotenusa *AB*:

$\overline{AB}$ = ...

Applica il 1° teorema di Euclide per trovare la misura del cateto *CB* (puoi anche applicare il teorema di Pitagora a *CHB* o a *ABC*):

$\overline{HB} : \overline{CB} = \overline{CB}$: .....

11,2 : $\overline{CB}$ = ... : ..... da cui

$\overline{CB}$ = ...

Calcola ora il perimetro:

$2p$ = ...

[42 m]

26. In un triangolo rettangolo le proiezioni dei due cateti sull'ipotenusa misurano 30,4 mm e 17,1 mm; calcola la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa. [22,8 mm]

27. Un cateto e l'altezza relativa all'ipotenusa di un triangolo rettangolo misurano rispettivamente 48 dm e 38,4 dm; calcola il perimetro e l'area del triangolo.

[192 dm; 1536 dm^2]

28. Le proiezioni dei due cateti sull'ipotenusa di un triangolo rettangolo misurano 6,4 m e 3,6 m; calcola perimetro e area del triangolo.

[24 m; 24 m^2]

29. Calcola perimetro e area di un triangolo rettangolo avente un cateto e la sua proiezione sull'ipotenusa rispettivamente di 45 cm e 27 cm.

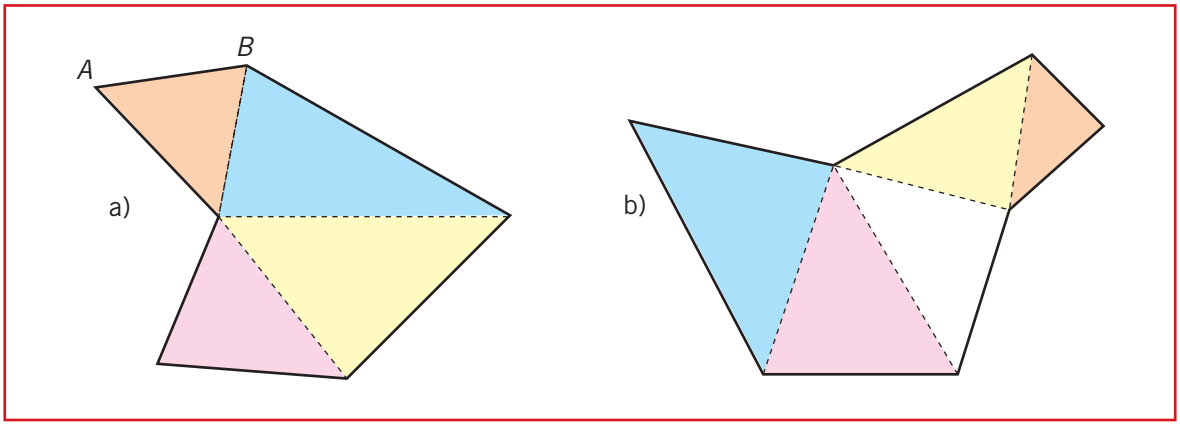
[180 cm; 1350 cm^2]

30. Le proiezioni dei due cateti sull'ipotenusa di un triangolo rettangolo misurano 72 cm e 128 cm; calcola il perimetro e l'area del triangolo.

[480 cm; 9600 cm^2]

POTENZIAMENTO

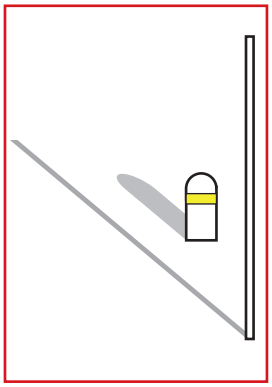
1. Le figure che seguono sono le mappe catastali in scala 1:500 di terreni di cui devi calcolare l'area esprimendola in m^2. Le figure stesse, come vedi, sono state scomposte in triangoli.
Esegui su di esse le misure necessarie in cm. Ad esempio, sulla mappa il segmento *AB* misura 2 cm, nella realtà misura $2 \times 500 = 1000$ cm, ovvero 10 m.



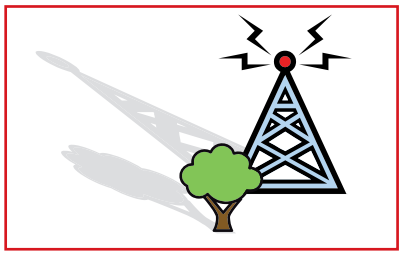
Nota bene. *Per calcolare l'area di un triangolo, conoscendo le misure dei tre lati, si applica la formula di .....*

2. Un paracarro alto 70 cm proietta sul terreno un'ombra lunga 49 cm.
Nello stesso istante un palo, situato nelle vicinanze del paracarro, proietta un'ombra lunga 6,30 m.
Quanto è alto il palo?

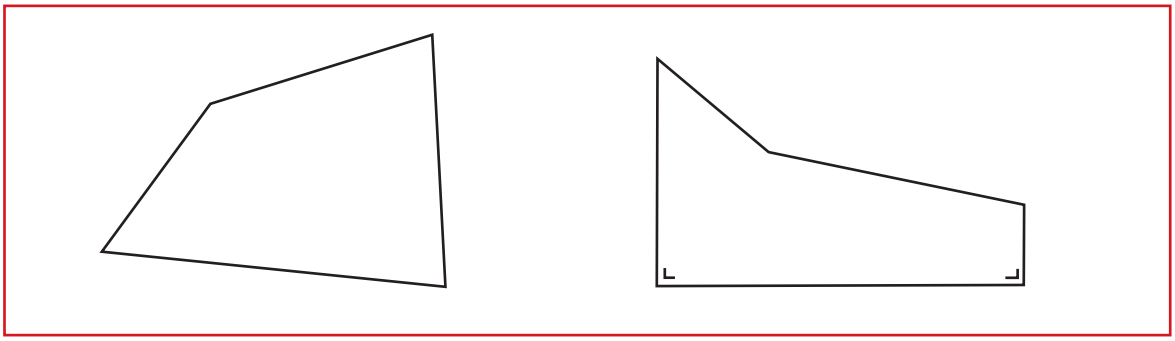
[9 m]



3. Un traliccio per la trasmissione della corrente elettrica, la cui altezza è di 30 m, proietta sul terreno un'ombra lunga 75 m. Quanto è alto un albero, situato nelle vicinanze, la cui ombra, nello stesso istante, è lunga 14 m?



4. Le figure che seguono sono mappe in scala 1:2000 di altrettanti appezzamenti di terreno. Servendoti della scala e del metodo della scomposizione in poligoni, dopo aver misurato i lati delle singole figure in centimetri, calcola le aree in metri quadrati dei singoli terreni.



5. La diagonale minore di un trapezio rettangolo è perpendicolare al lato obliquo, la base minore e l'altezza stanno nel rapporto di 4 a 3 e la loro somma misura 35 cm. Calcola la misura della diagonale minore e il perimetro del trapezio.

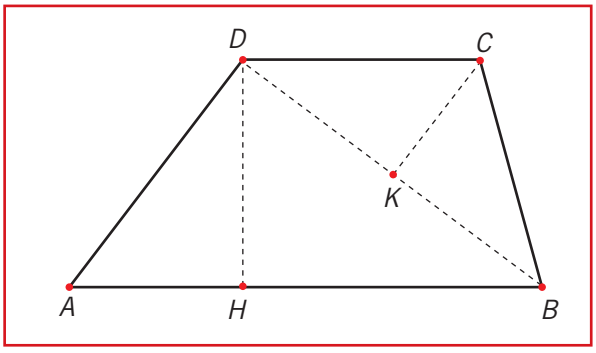
[25 cm; 85 cm]

6. L'altezza, la base maggiore, il lato obliquo e la base minore di un trapezio rettangolo *ABCD*, avente il perimetro di 20,8 cm, sono direttamente proporzionali rispettivamente a $\frac{6}{5}, \frac{8}{5}, \frac{13}{10}, \frac{11}{10}$.
Calcola le misure dei lati del trapezio e la misura della sua diagonale maggiore.
Supponendo che *AB* sia la base maggiore e che $\widehat{A} = \widehat{D} = 90°$, disegna il trapezio, quindi traccia la perpendicolare per *D* alla diagonale maggiore e indica con *E* la sua intersezione con il prolungamento di *AB*. Quanto misura *AE*? Calcola il perimetro e l'area del trapezio *EBCD*.

[4,8 cm; 6,4 cm; 5,2 cm; 4,4 cm; 8 cm; 3,6 cm; 25,7 cm; 34,80 cm^2]

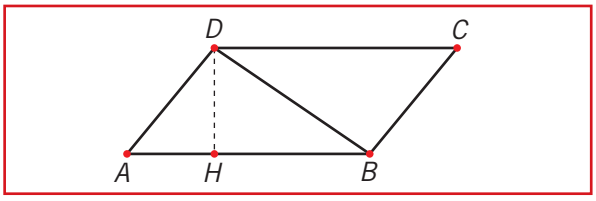
7. Del trapezio *ABCD* si conoscono i seguenti dati: $A\widehat{D}B = 90°$; $\overline{BD} = 5$ cm; $\overline{DH} = 3$ cm.
Determina le misure di *AB* e *AD*.
Sapendo che il triangolo *BDC* è isoscele sulla base *BD* e che il triangolo *CKB* è simile al triangolo *ADB*, determina il perimetro e l'area del trapezio *ABCD*.

[6,25 cm; 3,75 cm; 16,25 cm; 14,0625 cm^2]



8. Nel parallelogramma rappresentato nella figura la diagonale *BD* è perpendicolare al lato *AD*.
Sapendo che $\overline{BD} = 12$ cm e che $\overline{DH} = \frac{3}{5} \times \overline{BD}$, calcola l'area e il perimetro del parallelogramma.

[108 cm^2; 48 cm]



9. L'area del triangolo scaleno *ABC*, acuto in $\widehat{C}$, è di 225 cm^2 e il suo lato *AB* misura 30 cm. Sia *CH* l'altezza relativa ad *AB* e sia $\overline{AH} = 20$ cm. Conduci dal vertice *C* la perpendicolare al lato *AC* e sia *D* il suo punto di intersezione col prolungamento di *AB*. Calcola il perimetro del triangolo *ADC*.

[75 cm]

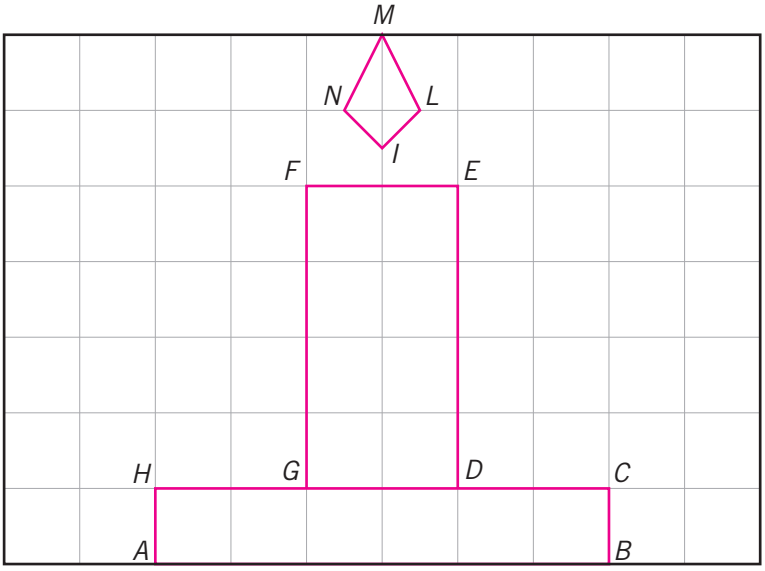
10. Nel triangolo *ABC*, isoscele sulla base *AB* e acuto in $\widehat{C}$, ciascun lato obliquo misura 7,5 cm. Calcola l'area del triangolo sapendo che il suo perimetro è di 24 cm. Conduci per *C* la perpendicolare al lato *AC* e indica con *D* la sua intersezione col prolungamento di *AB*. Calcola il perimetro e l'area del triangolo *ADC*.

[27 cm^2; 30 cm; 37,50 cm^2]

Metodo della quadrettatura

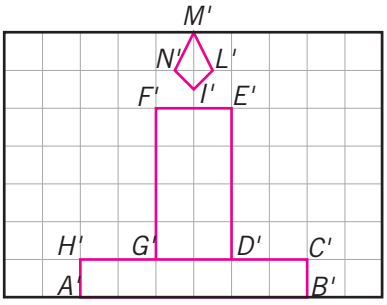
Il metodo della quadrettatura permette di costruire figure simili e, più precisamente, di ottenere una riduzione o un ingrandimento di un disegno.
Supponiamo, ad esempio, di voler dimezzare le dimensioni della candela della figura 1. Come prima cosa racchiudiamo il disegno in un rettangolo il cui interno è costituito da un reticolo a maglie quadrate di lato 1 cm.

figura 1



Poi, disegniamo un secondo reticolo a maglie quadrate costituito dallo stesso numero di quadratini, ma con il lato che misura la metà (0,5 cm). Riportiamo, quindi, su questo nuovo reticolo i punti A', B', C' ..... corrispondenti dei punti A, B, C ..... Analogamente saranno corrispondenti sia i segmenti che uniscono punti corrispondenti, sia gli angoli che hanno vertici in punti corrispondenti.

figura 2

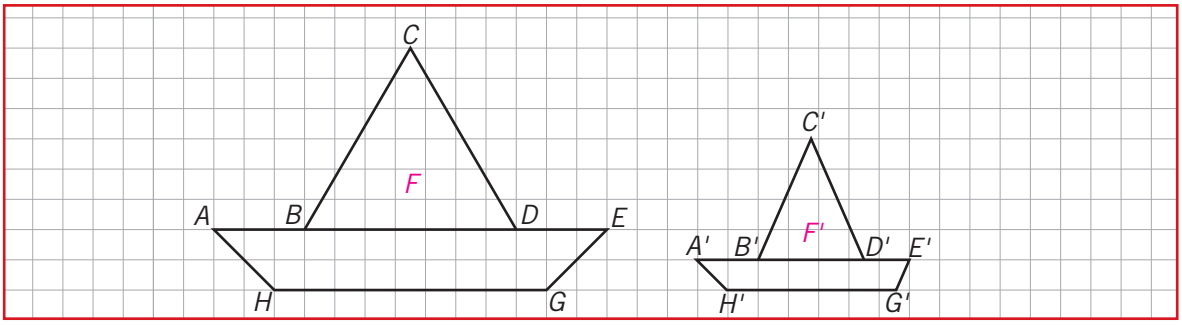


Otteniamo così una riproduzione della candela che ha la stessa forma, ma dimensioni dimezzate, cioè con un rapporto di similitudine uguale a $\frac{1}{2}$ rispetto all'originale (figura 2).

Il rapporto di similitudine di due figure è uguale al rapporto tra i lati delle maglie dei due reticoli su cui esse sono state disegnate.

Esercizi

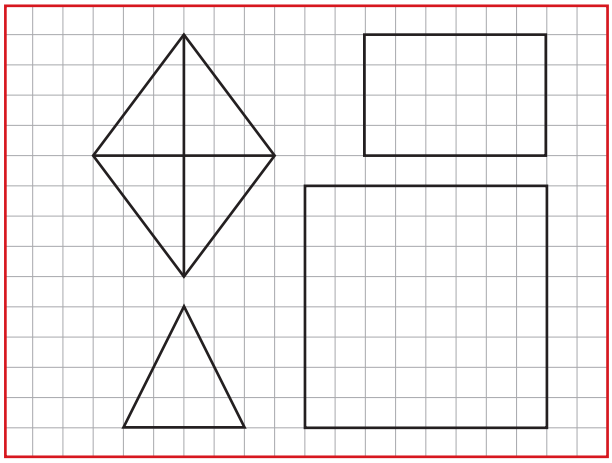
1. Il rapporto tra *F'* e *F* è 1:2. In questa riduzione ci sono degli errori; controlla tutti i segmenti e tutti gli angoli.



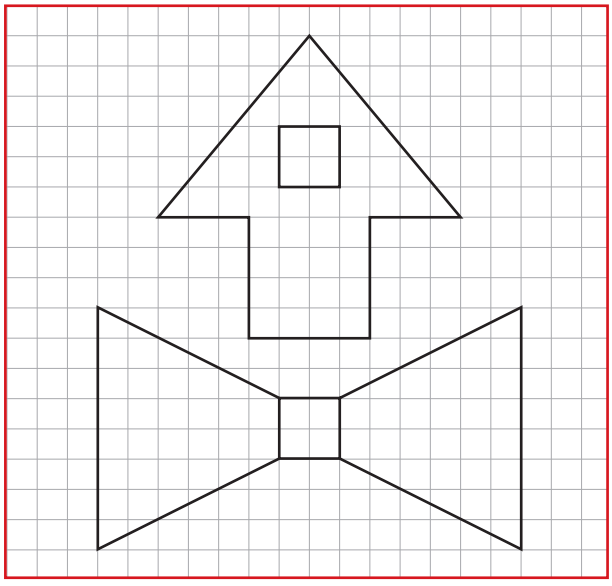
Quali errori hai trovato? .....
.....
.....

Riproduci le seguenti figure con il metodo della quadrettatura
in modo che il rapporto tra la figura riprodotta e quella data sia quello indicato.

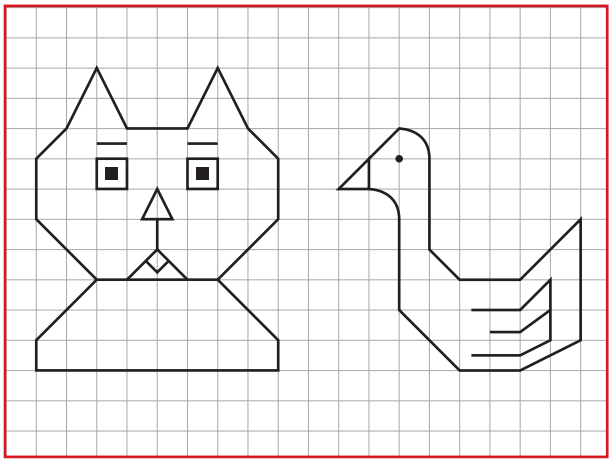
2. 2 : 1 (***N.B.*** *sono ingrandimenti*)



3. 1 : 2 (***N.B.*** *sono riduzioni*)



4. 2 : 1



Disegna i seguenti poligoni utilizzando la carta millimetrata.

5. Un parallelogramma e la sua riproduzione secondo il rapporto $\frac{1}{4}$.

6. Un rombo e la sua riproduzione secondo il rapporto $\frac{2}{3}$.

7. Un trapezio rettangolo e la sua riproduzione secondo il rapporto $\frac{3}{5}$.

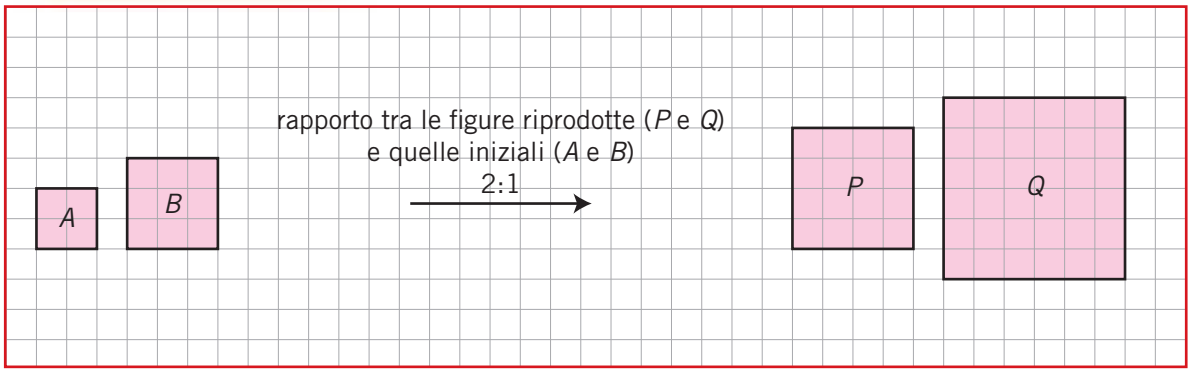
8. Un trapezio isoscele e la sua riproduzione secondo il rapporto $\frac{3}{4}$.

9. Un cerchio e la sua riproduzione secondo il rapporto $\frac{3}{2}$.

10. Un triangolo equilatero e la sua riproduzione secondo il rapporto $\frac{5}{4}$.

Utilizzando la carta quadrettata o la carta millimetrata riproduci secondo il rapporto 2:1 le seguenti coppie di figure geometriche e verifica che il rapporto tra le figure che costituiscono la coppia data è uguale a quello tra le figure della coppia riprodotta. (*Procedi come nell'esempio*).

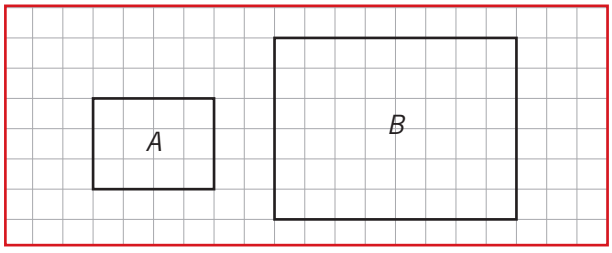
ESEMPIO



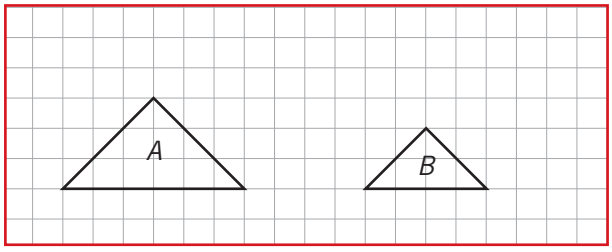
Il rapporto tra A e B è $\frac{2}{3}$

Il rapporto tra P e Q è $\frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{6}_{3}} = \frac{2}{3}$

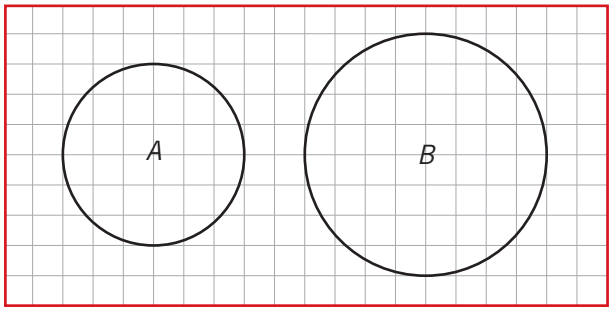
11.



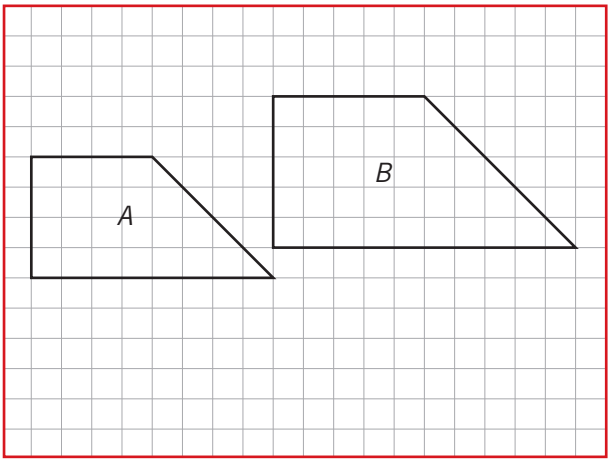
12.



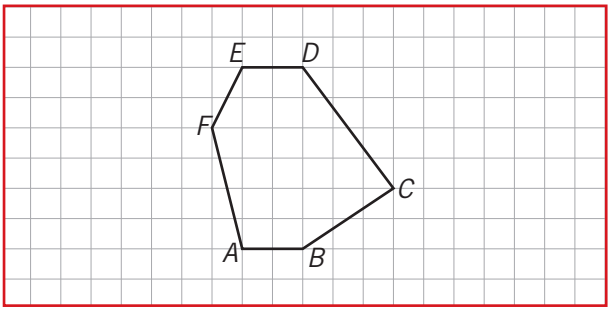
13.



14.

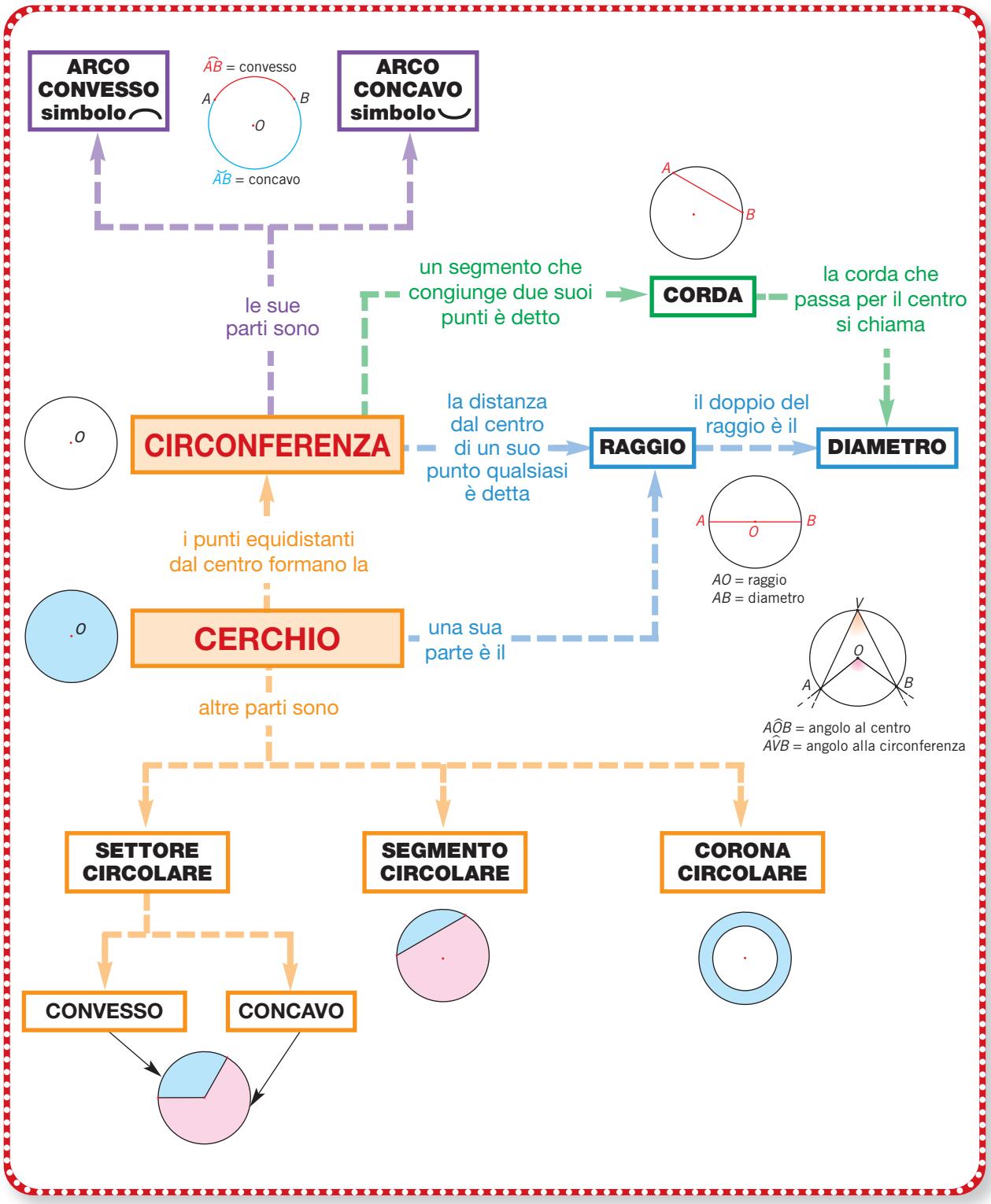


15. Costruisci con il metodo della quadrettatura un poligono $A'B'C'D'E'F'$ simile al poligono $ABCDEF$ ed avente area quadrupla di quella data.
Che lato dovranno avere le maglie del reticolo sul quale devi disegnare $A'B'C'D'E'F'$?



9 Circonferenza, cerchio e loro parti

ESERCIZI E ATTIVITÀ
PER IL RECUPERO
PER IL POTENZIAMENTO



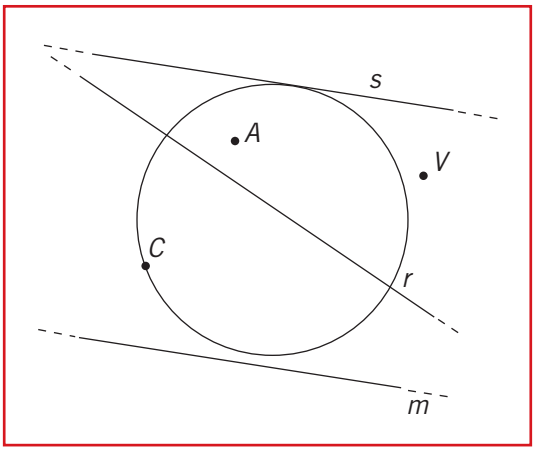
RECUPERO

Prima di effettuare gli esercizi per il recupero
è opportuno che tu riveda la teoria sul libro di testo.

Completa i seguenti problemi.

1. Osserva l'illustrazione e completa le affermazioni utilizzando i termini:

interno/a, esterno/a, secante, tangente, appartiene



Il punto *A* è ..... alla circonferenza

Il punto *C* ..... alla circonferenza

Il punto *V* è .....

la retta *m* è ..... circonferenza

la retta *s* è .....

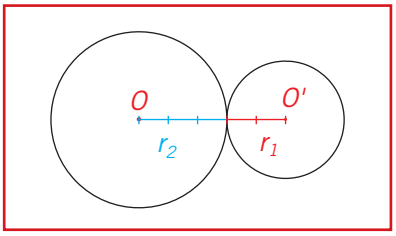
la retta *r* è .....

2. La somma dei raggi di due circonferenze è 70 cm e la loro differenza è 20 cm.
Calcola le misure dei raggi delle due circonferenze.
r_1 (raggio minore) = (70 – .....) : 2 = ...
r_2 (raggio maggiore) = ... + 20 = ...

3. La somma dei raggi di due circonferenze è 56 cm e uno è i $\frac{3}{4}$ dell'altro.
Calcola le misure dei raggi delle due circonferenze.
r_1 = 56 : 7 × .....= .....
r_2 = 56 : 7 × .....= .....

4. La differenza dei raggi di due circonferenze misura 21 cm e una è i $\frac{2}{5}$ dell'altro.
Calcola le misure dei raggi delle due circonferenze.
r_1 = 21 : 3 × .....= .....
r_2 = 21 : 3 × .....= .....

5.

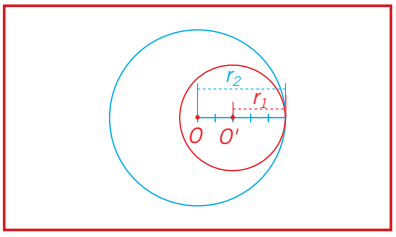


$\overline{OO'}$ = 75 cm

$r_1 = \frac{2}{3} \times r_2$ $\quad r_1 = ?$ $\quad r_1$ = 75 : ..... × ..... = ...

$r_2 = ?$ $\quad r_2$ = 75 : ..... × ..... = ...

6.

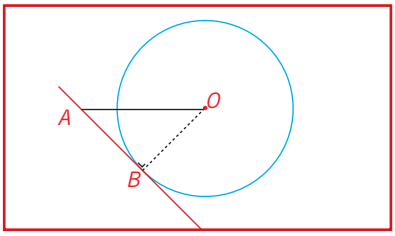


$\overline{OO'}$ = 16 cm

$r_1 = \frac{3}{5} \times r_2$ $\quad r_1 = ?$ $\quad r_1$ = 16 : 2 × ..... = ...

$r_2 = ?$ $\quad r_2$ = 16 : 2 × ..... = ...

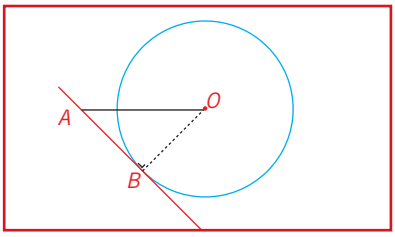
7.



$O\hat{A}B = 35°$

$A\hat{O}B =$ ..... $- (35° + 90°) =$ .....

8.



$A\hat{O}B = \frac{3}{2} \times O\hat{A}B$ $\qquad A\hat{O}B = ?$

$O\hat{A}B = ?$

$A\hat{O}B + O\hat{A}B = 180° -$ ..... $=$ .....

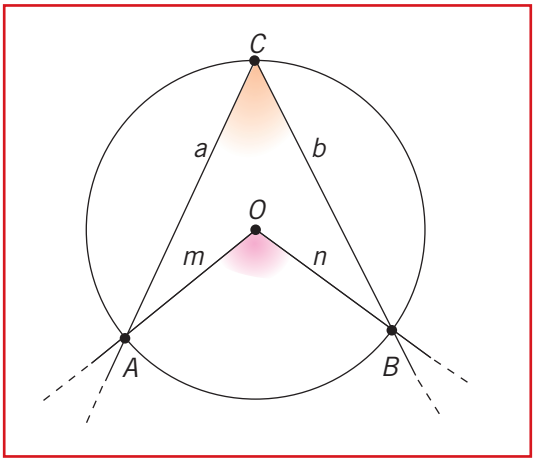
$A\hat{O}B = 90° :$ ..... $\times 3 =$ .....

$O\hat{A}B = 90° :$ ..... $\times$ ..... $=$ .....

9. Osserva l'illustrazione e completa le affermazioni.

Le semirette *a* e *b* sono i ..... dell'angolo alla ..... $A\hat{C}B$.

Le semirette ..... e ..... sono i lati dell'angolo al ..... $A\hat{O}B$.



$\overset{\frown}{AB} =$ arco .....

$O =$ vertice .....

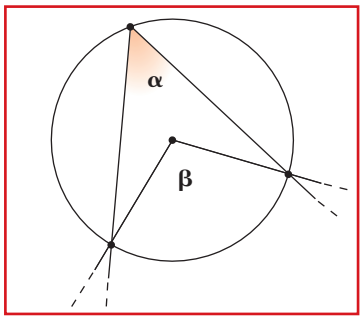
$A\hat{O}B = 2 \cdot$ .....

$A\hat{C}B = \frac{1}{2} \cdot$ .....

10. Tenendo presente la relazione che lega ogni angolo alla circonferenza ($A\hat{C}B$) con il corrispondente angolo al centro ($A\hat{O}B$), completa la tabella come nell'esempio.

$A\hat{O}B$	58°	37° · 2 = ...	180°		98°		105°		138°48′
$A\hat{C}B$	58°: 2 = 29°	37°		72°		42°30′		23°22′	

11. Calcola l'ampiezza di un angolo al centro che insiste sullo stesso arco di un angolo alla circonferenza ampio 35°19'.



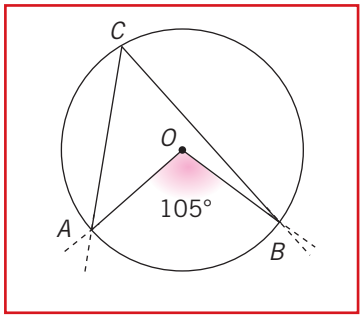
$\widehat{\alpha} = 35°\ 19'$

$\widehat{\beta} = ?$

L'angolo al centro è il **doppio** di ogni angolo alla circonferenza corrispondente, quindi:

$\widehat{\beta} = 2 \cdot \widehat{\alpha} = 2 \cdot (35°19') =$ .....

12. Calcola le ampiezze degli angoli alla circonferenza corrispondenti a un angolo al centro ampio 105°.



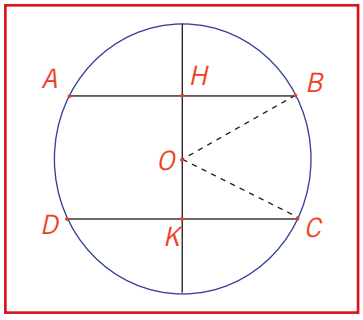
$A\widehat{O}B = 105°$

$A\widehat{C}B = ?$

Ogni angolo alla circonferenza è la **metà** del corrispondente angolo al centro; quindi:

$A\widehat{C}B = A\widehat{O}B : 2 =$ .....

13. Calcola la distanza tra due corde congruenti e parallele, sapendo che il raggio della circonferenza misura 17 cm e ogni corda 30 cm.



$AB \,//\, CD$

$\overline{AB} = \overline{CD} = 30$ cm

$\overline{BO} = 17$ cm

$\overline{BH} = \overline{AB} :$ ..... = ...

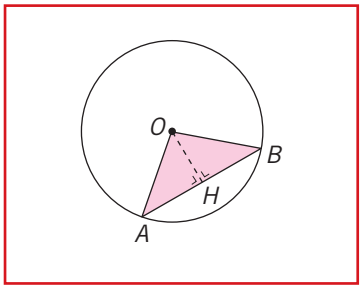
considera il triangolo rettangolo *OHB* per calcolare la misura di *OH*

$\overline{OH} = \sqrt{\overline{OB}^2 - \overline{BH}^2} = \sqrt{17^2 - \ldots\ldots} = \ldots\ldots$

$\overline{OH} = \overline{OK}$ perché corde congruenti hanno uguale distanza dal centro della circonferenza; quindi:

$\overline{HK} = \overline{OH} \cdot$ ..... = ...

14. La corda *AB* della figura sottostante è la base del triangolo isoscele *AOB*, avente come lati obliqui i due raggi *AO* e *OB*. Sapendo che la corda misura 48 cm e il raggio 40 cm, calcola perimetro e area del triangolo.



$\overline{AO} = \overline{OB} = 40$ cm

$\overline{AB} = 48$ cm

$2p_{(AOB)} = ?$

$A_{(AOB)} = ?$

La distanza *OH* della corda dal centro *O* corrisponde all'altezza del triangolo; si può quindi applicare il teorema di Pitagora al triangolo *OHB*.

$\overline{HB} = \overline{AB} : 2 =$ .....

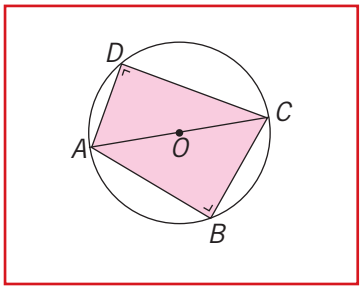
$\overline{OH} = \sqrt{\overline{OB}^2 - \ldots\ldots} = \sqrt{\ldots\ldots - 24^2} = \ldots\ldots$

Calcola ora il perimetro e l'area del triangolo *AOB*:

$2p_{(AOB)} = \overline{AO} + \overline{OB} + \overline{AB} =$ .....

$A_{(AOB)} = \dfrac{\overline{AB} \cdot \overline{OH}}{2} =$ .....

15. Il diametro *AC* e le corde *DA* e *BC* misurano rispettivamente 20 cm, 5,6 cm e 12 cm. Calcola perimetro e area del quadrilatero *ABCD*.



$\overline{AC} = 20$ cm

$\overline{DA} = 5{,}6$ cm

$\overline{BC} = 12$ cm

$2p_{(ABCD)} = ?$

$A_{(ABCD)} = ?$

Per la relazione che lega angoli al centro e corrispondenti angoli alla circonferenza, gli angoli alla circonferenza $\widehat{D}$ e $\widehat{B}$ sono retti; quindi è possibile applicare il teorema di Pitagora ai triangoli rettangoli *ACD* e *ABC*:

$\overline{DC} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \ldots\ldots} = \sqrt{\ldots\ldots - 5{,}6^2} = \ldots\ldots$

$\overline{AB} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \ldots\ldots} = \sqrt{\ldots\ldots} = \ldots\ldots$

Calcola il perimetro del quadrilatero:

$2p_{(ABCD)} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} =$ .....

l'area del quadrilatero è la somma delle aree dei due triangoli rettangoli; quindi:

$A_{(ACD)} = \dfrac{\overline{DA} \cdot \overline{DC}}{2} =$ .....

$A_{(ABC)} =$ .....

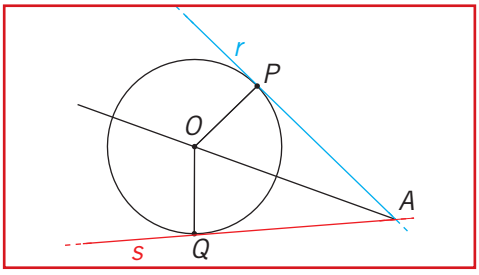
$A_{(ABCD)} =$ .....

[52,8 cm; 149,76 cm^2]

POTENZIAMENTO

Risolvi i seguenti problemi in base ai dati forniti

1.

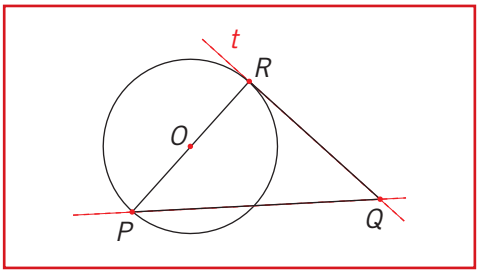


r e *s* sono tangenti la circonferenza.

$O\hat{A}P = 24°25'$ $P\hat{O}Q = ?$

$P\hat{A}Q = ?$

2 .

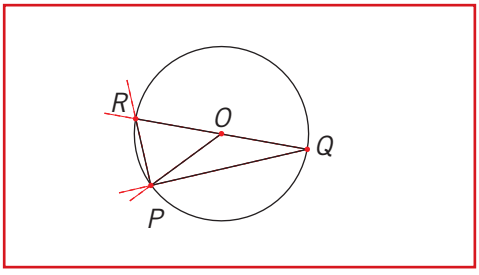


t è tangente la circonferenza.

$R\hat{Q}P = 48°$ $P\hat{R}Q = ?$

$R\hat{P}Q = ?$

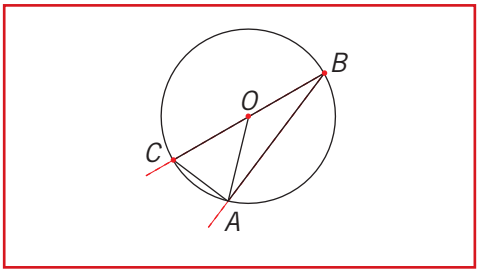
3.



$P\hat{Q}R = 23°18'$ $P\hat{O}R = ?$

$Q\hat{P}R = ?$

4.



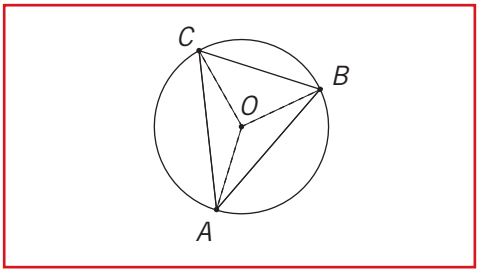
$A\hat{B}C = 31°$ $A\hat{O}C = ?$

$\overline{BO} = 36$ cm $A\hat{C}B = ?$

$C\hat{A}B = ?$

$\overline{OA} = ?$

5.



$B\hat{A}C = 46°$ $A\hat{B}C = ?$

$B\hat{O}A = 112°$ $A\hat{C}B = ?$

$C\hat{O}A = ?$

$B\hat{O}C = ?$

6. In una circonferenza di centro O traccia due corde MN e PQ congruenti e unisci i loro punti medi H e K con una retta r. La retta r interseca la circonferenza in due punti A e B. Verifica che AH è congruente a BK.

7. Disegna un triangolo rettangolo ABC di ipotenusa AB tale che AB coincida con il diametro di una circonferenza di centro O. Congiungi il vertice C con il centro O della circonferenza e, misurando con precisione, verifica che il segmento OC misura metà dell'ipotenusa. Sai darne una spiegazione?

8. Fissa due punti qualsiasi A e B sul tuo quaderno; sapresti disegnare una circonferenza passante per essi? (*ricorda che il segmento AB è una corda di tale circonferenza e che quindi il centro della circonferenza deve stare …*) Quante circonferenze passanti per A e B si possono disegnare?

9. Disegna due circonferenze tangenti esternamente nel punto P. Traccia poi una tangente comune alle due circonferenze non passante per P ed indica con A e B i punti di tangenza. Classifica il triangolo PAB motivando la risposta.

10. In una circonferenza di raggio 20 cm una corda misura 40 cm. Di che tipo è la corda? Potrebbero essere disegnate in questa circonferenza corde di 42 cm e 45 cm? E corde di 39 cm e 37 cm? Motiva le risposte.

11. Disegna 6 circonferenze aventi tutte il raggio di 3 cm e passanti tutte per un punto O. Dove si trovano i centri di queste circonferenze?

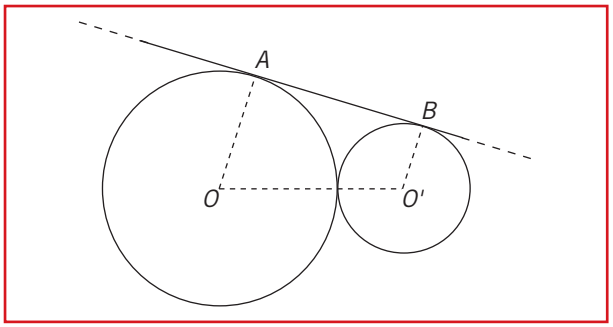
12. Su una circonferenza di diametro PQ prendi un punto R in modo che l'angolo $\widehat{P}$ del triangolo PRQ sia doppio dell'angolo $\widehat{Q}$. Traccia poi da R la perpendicolare al diametro ed indica con K la loro intersezione. Calcola le ampiezze degli angoli dei triangoli PKR e QKR.

13. Disegna due circonferenze di centri O e O' che s'intersecano nei punti P e Q. Per il punto P traccia la parallela t al segmento OO'. Indica con A e B i due punti in cui la parallela t interseca le circonferenze.
Verifica che $\overline{AB} = 2 \cdot \overline{OO'}$.

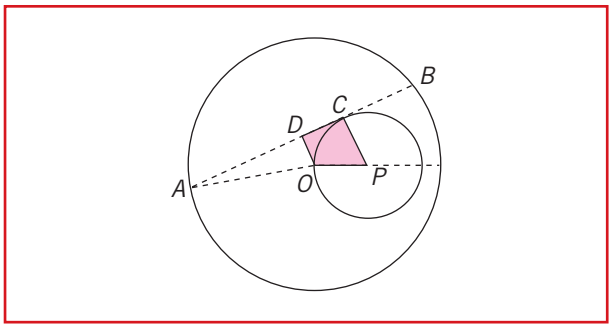
14. Le ampiezze di due angoli alla circonferenza sono una il doppio dell'altra. La somma delle ampiezze dei corrispondenti angoli al centro è 154°27'36". Calcola le ampiezze di ciascuno dei due angoli alla circonferenza.
[25°44'36''; 51°29'12'']

15. La somma delle ampiezze di un angolo al centro e del suo corrispondente angolo alla circonferenza è 80°39'48''. Calcola l'ampiezza di ciascuno.
[26°53'16''; 53°46'32'']

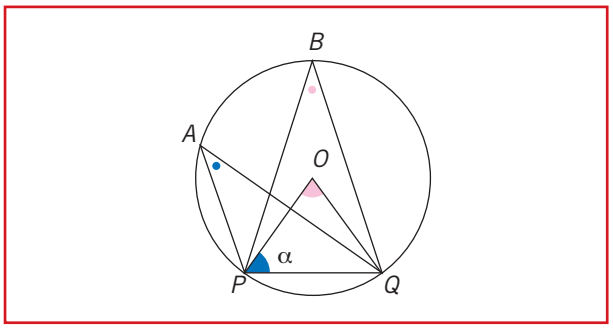
16. Nella figura, AB è una tangente comune alle due circonferenze, OA ed $O'B$ sono i raggi che partono dai punti di tangenza.
Quanto misurano gli angoli $O\widehat{A}B$ ed $A\widehat{B}O'$?
Qual è la reciproca posizione delle due circonferenze?
Qual è la reciproca posizione dei due raggi OA, $O'B$? Come può essere classificato il quadrilatero $OABO'$?
Ammesso che OA misuri 16 cm e $O'B$ 9 cm, determina perimetro e area del quadrilatero $OABO'$.
[74 cm; 300 cm^2]



17. Nella figura, la circonferenza di centro P è interna a quella di centro O e passa per O. AB, tangente in C alla circonferenza di centro P, misura 24 cm e dista 5 cm dal centro O.
La differenza dei raggi delle due circonferenze è di 7 cm; classifica il quadrilatero $OPCD$ e determina il suo perimetro.
[22,9 cm]



18. Nella seguente figura calcola le ampiezze degli angoli indicati tenendo conto dei dati forniti e motivando le risposte.

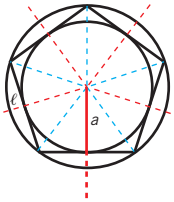


$\hat{\alpha} = 42°\ 18'$ $\quad \widehat{A} = ?$
$\widehat{B} = ?$
$\widehat{O} = ?$

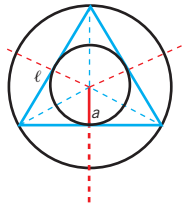
[47°42'; 47°42'; 95°24']

10 Poligoni inscritti e circoscritti

ESERCIZI E ATTIVITÀ
PER IL RECUPERO
PER IL POTENZIAMENTO



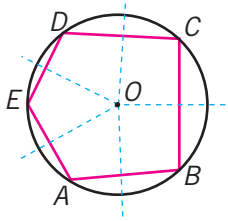
$\frac{a}{\ell}$ = numero fisso

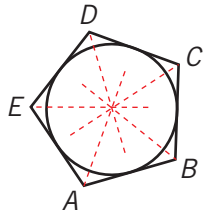


POLIGONI REGOLARI

sono sempre inscrittibili

sono sempre circoscrittibili





Gli assi dei lati s'intersecano nel centro della circonferenza

Le bisettrici degli angoli s'intersecano nel centro della circonferenza

POLIGONI INSCRITTI

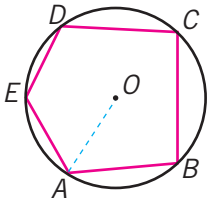
POLIGONI CIRCOSCRITTI

Hanno tutti i vertici sulla circonferenza

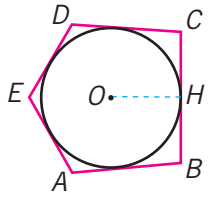
Hanno tutti i lati tangenti la circonferenza

rispetto ad essa si hanno

CIRCONFERENZA



OA = raggio
(raggio circonferenza circoscritta)

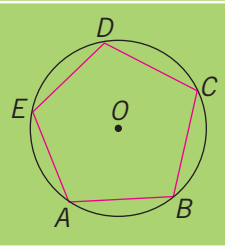
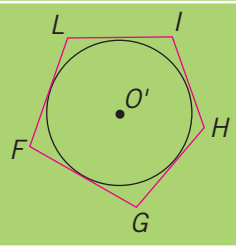


OH = apotema
(raggio circonferenza inscritta)

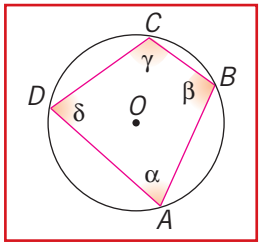
RECUPERO

Prima di effettuare gli esercizi per il recupero è opportuno che tu riveda la teoria sul libro di testo.

1. Completa la seguente tabella utilizzando i termini dati, tenendo presente che non tutti saranno usati e che alcuni devono essere usati più volte: *esterni, inscritto/a, circonferenza, appartenenti, poligono, bisettrici, tangenti, interni, supplementari, corde, circoscritto/a*.

FIGURE / ELEMENTI		
lati	Sono ..... della circonferenza	Sono ..... la circonferenza
vertici	Sono punti che ..... alla circonferenza	Sono punti ..... alla circonferenza
poligono	È ..... alla circonferenza	È ..... alla circonferenza
circonferenza	È ..... al	È ..... nel poligono

2. Osserva l'illustrazione e completa le affermazioni ad essa riferite:



– gli angoli $\hat{\alpha}$ e ..... sono opposti;
– l'angolo $\hat{\delta}$ è opposto all'angolo .....;
– essendo il quadrilatero *ABCD*..... nella circonferenza, gli angoli ..... sono ..... (cioè la loro somma misura .....°).

Quindi valgono le relazioni:

a) $\hat{\alpha} + \hat{\gamma}$ = ...° b) $\hat{\delta}$ + ... = 180°

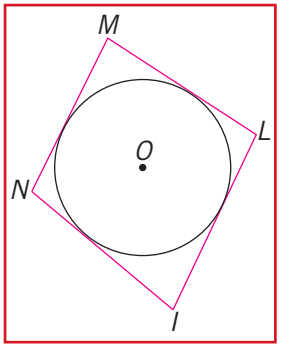
oppure:

a) $\hat{A} + \hat{C}$ = ...° b) $\hat{D}$ + ... = 180°

3. Completa la seguente tabella riferita ad un quadrilatero inscritto tenendo presenti le relazioni dell'esercizio precedente.

$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$	$\hat{D}$
85°	106°	180°– $\hat{A}$=....	
54°			128°
		38°	75°
	24°27′	69°16′	

4. Osserva l'illustrazione e completa le affermazioni ad essa riferite:



– i lati *IL* e *MN* sono .....;
– il lato *NI* è opposto al lato .....;
– essendo *ILMN* un quadrilatero ..... alla circonferenza, la somma di due lati ..... è ..... alla somma degli ....

Quindi vale la relazione:

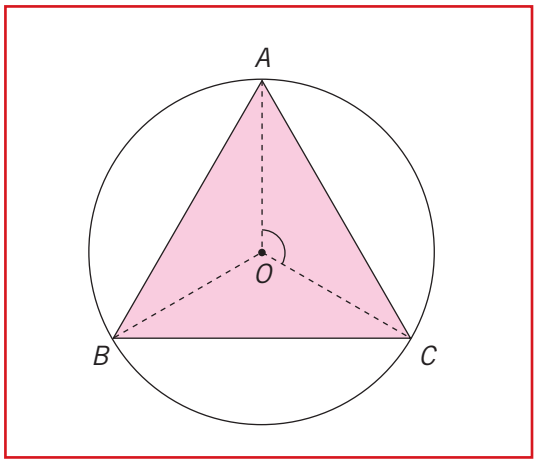
$\overline{IL}$ + ... = ... + $\overline{NI}$

5. Tenendo presente la relazione descritta nell'esercizio precedente, completa la seguente tabella relativa ad un quadrilatero circoscritto a una circonferenza.

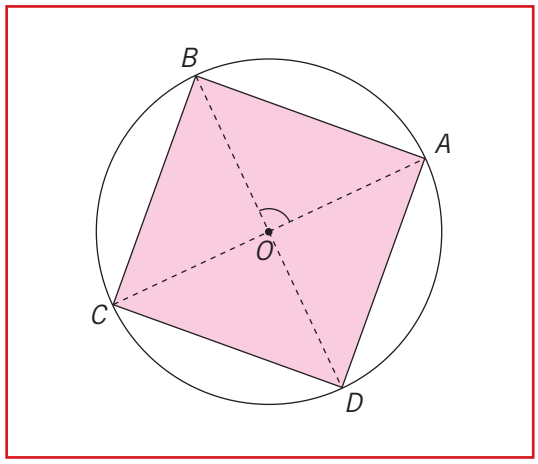
$\overline{IL}$	$\overline{LM}$	$\overline{MN}$	$\overline{NI}$
35	7	16	$\overline{NI} = (\overline{IL} + \overline{MN}) - \overline{LM}$
26		32	25
78,4	65,9		40,3
	83,2	54,8	58

6. Disegna una circonferenza ed inscrivi e circoscrivi ad essa un triangolo. I triangoli sono sempre inscrittibili e circoscrittibili?

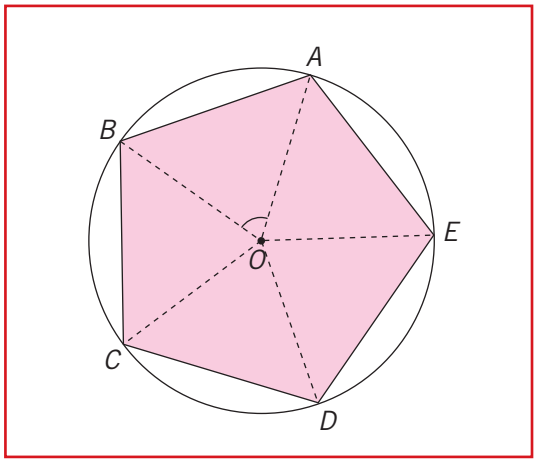
7. Calcola l'ampiezza degli angoli al centro dei seguenti poligoni regolari; completa poi la tabella.



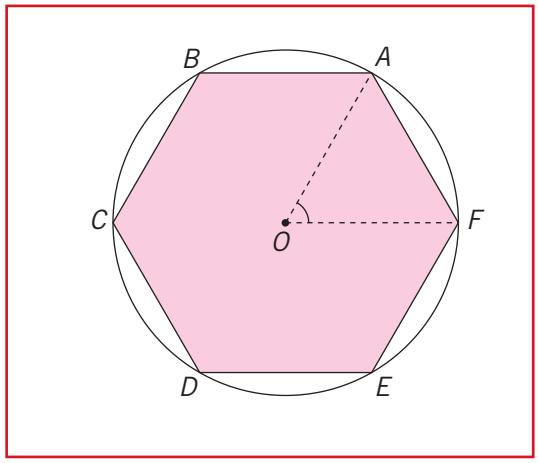
$B\hat{O}C \cong A\hat{O}C \cong A\hat{O}B = 360° : 3 =$ .....



$A\hat{O}B \cong$ ..... $\cong$ ..... $\cong$ ..... $= 360° :$ ..... $=$ .....



.....



.....

Poligono Regolare	N° Lati	N° Angoli	Ampiezza angolo al centro	Somma angoli interni	Ampiezza angolo interno	Ampiezza angolo esterno
triangolo equilatero						
quadrato						
pentagono regolare				$(n\text{-}2) \times 180° = 540°$	$540° : 5 = 108°$	$180° - 108° =$ .....
esagono regolare						

POTENZIAMENTO

Calcolo delle aree dei poligoni regolari utilizzando i numeri fissi

La relazione tra il lato e l'apotema di qualsiasi poligono regolare ha una applicazione che permette di calcolare le aree dei poligoni regolari utilizzando dei numeri fissi.

Vediamo alcuni esempi.

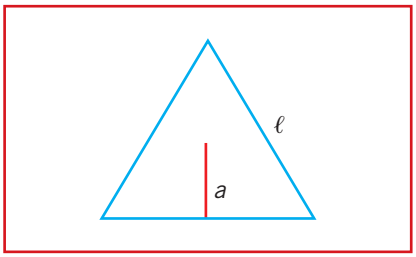
Per calcolare l'area di un triangolo equilatero usiamo

la formula $A=\frac{2p\times a}{2}$, in cui facciamo le seguenti sostituzioni

$2p = 3\times\ell$ e $a = \ell\times 0{,}289$

si ha: $A=\frac{3\times\ell\times\ell\times 0{,}289}{2}=\ell^2\times 0{,}433$ (approssimato ai millesimi)

da cui $\frac{A}{\ell^2}=0{,}433$.

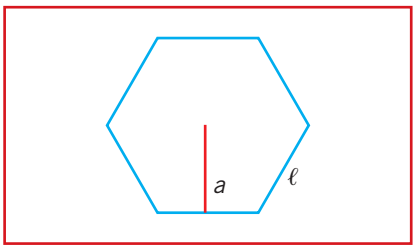


Per calcolare l'area di un esagono regolare, nella formula

$A=\frac{2p\times a}{2}$ facciamo la sostituzione

$2p = 6\times\ell$ e $a = \ell\times 0{,}866$.

Pertanto: $A=\frac{6\times\ell\times\ell\times 0{,}866}{2}=\ell^2\times 2{,}598$ da cui $\frac{A}{\ell^2}=2{,}598$.



Questo modo di procedere è valido per qualsiasi poligono regolare e in generale si ha che il rapporto tra l'area e il quadrato della misura del lato è un numero fisso il cui valore dipende solo dal numero dei lati: $\frac{A}{\ell^2}=F$ (numero fisso) (1).

In ogni poligono regolare il rapporto tra l'area e il quadrato della misura del lato è una costante il cui valore dipende solo dal numero dei lati.

Dalla formula (1) si ha $A = \ell^2\times F$

$$\text{da cui } \ell=\sqrt{\frac{A}{F}}.$$

Nella seguente tabella sono riportati i numeri fissi di alcuni poligoni regolari.

Poligono	Numero fisso (*F*)	Poligono	Numero fisso (*F*)	Poligono	Numero fisso (*F*)
Triangolo	0,433	Esagono	2,598	Ennagono	6,182
Quadrato	1	Ettagono	3,634	Decagono	7,694
Pentagono	1,720	Ottagono	4,828	Dodecagono	11,196

1. Completa la seguente tabella riferita a dei poligoni regolari.

Poligono	Lato (cm)	Area (cm^2)	Poligono	Lato (cm)	Area (cm^2)
Triangolo		10,825	Ottagono		77,248
Pentagono	8		Ennagono	10	
Esagono		314,358	Decagono		377,006
Ettagono	3		Dodecagono	9	

2. Calcola l'area di un pentagono regolare il cui lato misura 3,5 cm.

3. Calcola l'area di un esagono regolare il cui lato misura 15 dm.

4. Calcola il lato, l'apotema e l'area di un pentagono regolare il cui perimetro è di 60 cm.

5. Calcola il lato e l'apotema di un esagono regolare la cui area è 173,808 dm^2.

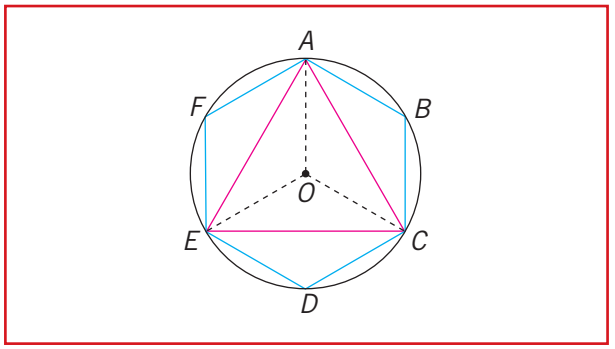
6. Calcola il lato e l'apotema di un decagono regolare la cui area è 769,4 dm^2.

7. L'area di un esagono regolare è 93,528 cm^2; calcola la misura del raggio del cerchio circoscritto. [6 cm]

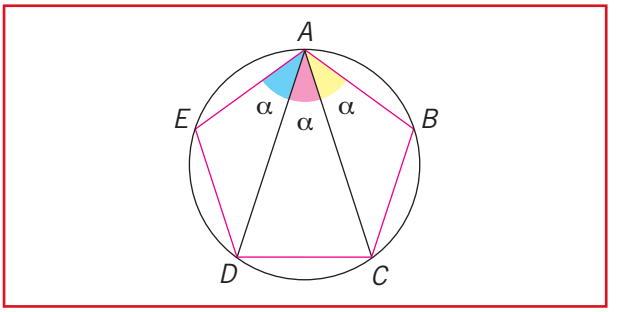
8. Un decagono regolare ha il perimetro lungo 100 cm. Calcola il perimetro di un rombo avente altezza di 15 cm, sapendo che il decagono è equivalente a $\frac{8}{3}$ del rombo. [76,94 cm]

9. Disegna un esagono regolare *PQRSTV* e le diagonali *PT*, *PR*, *QV*, *QS*, *RT*, *SV*. Individua all'interno di questo esagono un altro esagono regolare e coloralo.

10. Osserva la seguente figura (un esagono regolare al cui interno c'è un triangolo equilatero); verifica che l'esagono regolare occupa una superficie doppia di quella del triangolo equilatero. (*Ricorda che nell'esagono regolare il lato è congruente al raggio della circonferenza circoscritta, quindi, i 6 triangoli AOC, ABC……*).



11. Osserva la seguente figura e spiega perché le diagonali uscenti da un vertice di un pentagono regolare dividono l'angolo in tre parti congruenti.

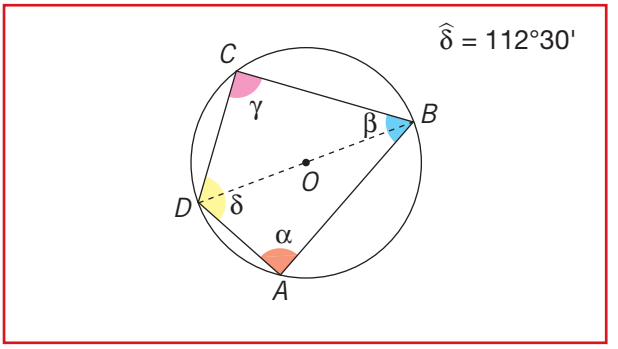


12. Disegna un pentagono regolare e traccia tutte le diagonali. Individua all'interno di questo pentagono un altro pentagono regolare e coloralo.

13. Due angoli consecutivi di un quadrilatero inscritto in una circonferenza sono uno i $\frac{2}{3}$ dell'altro; sapendo che la loro somma misura 150°, determina le ampiezze dei quattro angoli del quadrilatero. [60°; 90°; 120°; 90°]

14. Due angoli consecutivi di un quadrilatero inscritto in una circonferenza sono uno i $\frac{5}{4}$ dell'altro. Sapendo che la loro differenza misura 18°, determina le ampiezze dei quattro angoli del quadrilatero. [90°; 72°; 90°; 108°]

15. Determina le ampiezze degli angoli $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ e $\hat{\gamma}$.

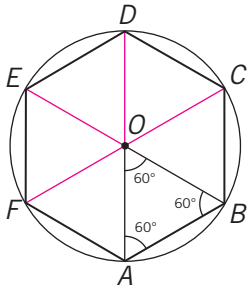


[67°30'; 90°; 90°]

16. Disegna un triangolo isoscele e costruisci la circonferenza inscritta e quella circoscritta ad esso. Verifica che i centri delle due circonferenze si trovano sull'altezza relativa alla base.

17. Disegna una circonferenza di centro *O* ed il triangolo equilatero *ABC* inscritto in essa. Conduci poi le tangenti alla circonferenza nei punti *B* e *C* ed indica con *D* il loro punto d'intersezione. Determina le misure degli angoli del quadrilatero *COBD*.

18. Osserva la seguente figura in cui un esagono regolare è stato suddiviso in 6 triangoli. Sai spiegare perché i sei triangoli sono equilateri? (*Considera i sei angoli che hanno il vertice nel centro O, ognuno di essi misura 360° : 6 = 60° quindi …*)



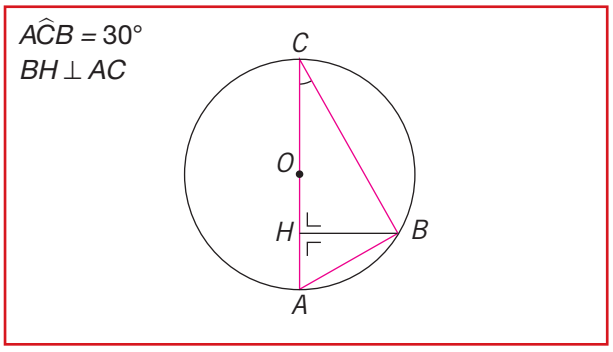
19. Di un trapezio isoscele circoscritto a una circonferenza si sa che la base minore è i $\frac{4}{9}$ della misura della maggiore e che il suo perimetro è di 208 dm. Determina il perimetro di un rombo sapendo che la misura del suo lato è i $\frac{2}{3}$ della misura della base maggiore del trapezio isoscele. [192 dm]

20. La base maggiore di un trapezio isoscele, circoscritto a una circonferenza il cui diametro è 32 cm, è i $\frac{9}{4}$ della base minore e ogni lato obliquo misura 78 cm. Calcola l'area del trapezio. C'è qualche dato del problema che è inutile? Qual è? [2496 cm^2]

21. Un triangolo *ABC*, isoscele sulla base *AB*, è inscritto in un cerchio. La base *AB* del triangolo misura 8 cm. Quanto misura l'altezza *CH*? In questo problema manca qualche dato? Se sì, indica qual è e, dopo aver scelto a piacere la sua misura, risolvi il problema.

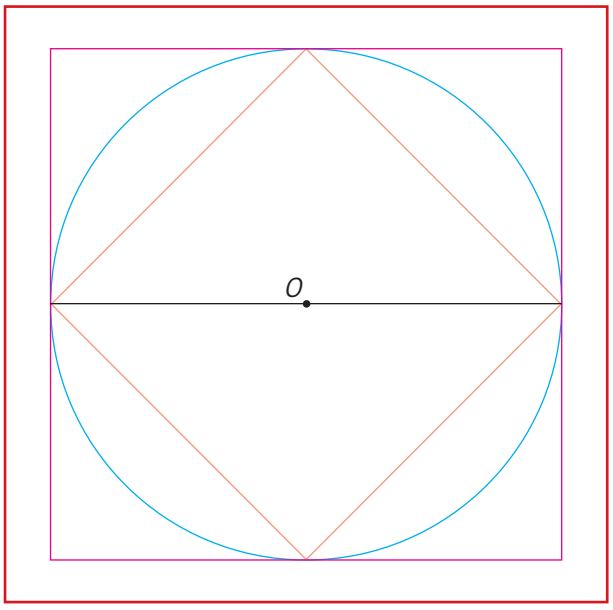
22. Inscrivi in una circonferenza un triangolo equilatero *ABC*. Segna i punti medi degli archi $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$, $\widehat{CA}$; le corde che uniscono questi punti sono lati di un triangolo equilatero? Giustifica la risposta.

23. Che cosa puoi dire del triangolo *ABC* della figura disegnata sotto? Quale dei suoi lati è anche lato di un triangolo equilatero inscritto nella circonferenza? Perché? Quale dei suoi lati è anche lato di un esagono regolare inscritto nella circonferenza? Perché?



24. Partendo dalla costruzione di un quadrilatero inscritto in una circonferenza, come puoi costruire l'ottagono regolare inscritto nella stessa circonferenza?

25. Osserva la seguente figura in cui sono rappresentati il quadrato inscritto e quello circoscritto ad una stessa circonferenza. Qual è il rapporto tra le superfici dei due quadrati? Motiva la tua risposta.



LABORATORIO DI MATEMATICA

1 Giochiamo con le aree

Competenze trasversali

- Comprendere ed interpretare informazioni e comunicare con linguaggi diversi.
- Formulare ipotesi.
- Mettere in relazione.
- Generalizzare.

Aree e nuclei tematici

- Geometria
- Introduzione al pensiero razionale

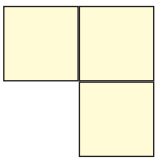
Abilità disciplinari

- Costruire figure equiestese
- Misurare l'area di una figura utilizzando unità di misura diverse
- Individuare relazioni tra gli elementi di un rettangolo
- Individuare relazioni tra gli elementi di un quadrato

1ª FASE I polimini

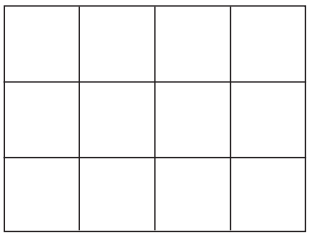
- I **polimini** sono figure geometriche composte dallo stesso numero di quadratini uguali tra loro, ma disposti in modo diverso. Ad esempio, con tre quadratini uguali si possono ottenere due diverse disposizioni (figura A e figura B):

A



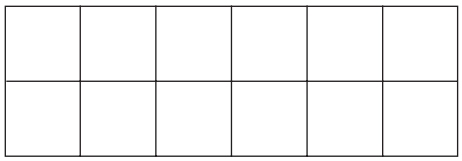
B

Considera il rettangolo
la cui area è uguale a 12 unità
e rispondi alle domande.



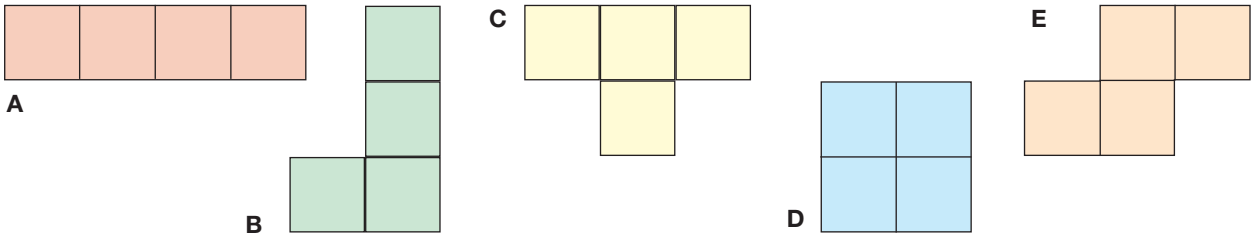
a) È possibile ricoprire completamente il rettangolo utilizzando solo il polimino A ? ……..… Quanti polimini occorrono? ……..…
b) È possibile ricoprire il rettangolo utilizzando solo il polimino B ? ……..…
Quanti polimini occorrono? ……..…
c) È possibile ricoprire completamente il rettangolo utilizzando i due polimini diversi tra loro ? ……..…
Quante soluzioni possibili ci sono? ……..…
d) È possibile ricoprire il rettangolo con 3 polimini di tipo A e 1 di tipo B ? ……..… E con 3 di tipo B e 1 di tipo A? ……..…

e) Le risposte date alle domande valgono anche se consideriamo quest'altro rettangolo di area 12 unità?
……..…

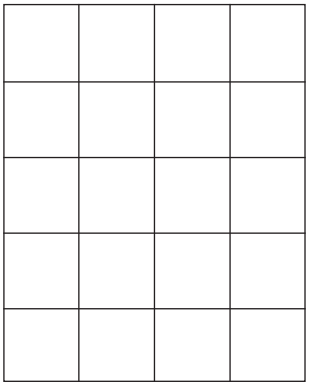


f) È possibile costruire dei rettangoli con un numero dispari di polimini diversi, ad esempio 3 di tipo B e 2 di tipo A oppure 4 di tipo B e 1 di tipo A?

- Utilizzando 4 quadratini uguali tra loro si possono costruire solo cinque tipi di polimini:



Considera, ora, un rettangolo la cui area è uguale a 20 quadratini:

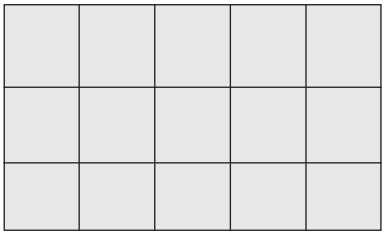


È possibile ricoprire tutto il rettangolo solo con polimini di tipo A ? ……..…
È possibile ricoprire tutto il rettangolo solo con polimini di tipo B ? ……..…
È possibile ricoprire tutto il rettangolo solo con polimini di tipo C ? ……..…
È possibile ricoprire tutto il rettangolo solo con polimini di tipo D ? ……..…
È possibile ricoprire tutto il rettangolo solo con polimini di tipo E ? ……..…
Prova a ricoprire il rettangolo con i cinque tipi di polimini, ognuno utilizzato una sola volta.
È possibile ? ……..…
Prova a ricoprire il rettangolo con polimini di tipo diverso, utilizzandoli anche più di una volta, ad esempio 4 di tipo B e 1 di tipo A. Individua il maggior numero di soluzioni possibili.

- Individua tutti i polimini di tipo diverso che si possono ottenere con 5 quadratini uguali.

2ª FASE Quadrilateri isoperimetrici o equiestesi.

- Considera il rettangolo di base uguale a 5 *u* e di altezza 3 *u*.

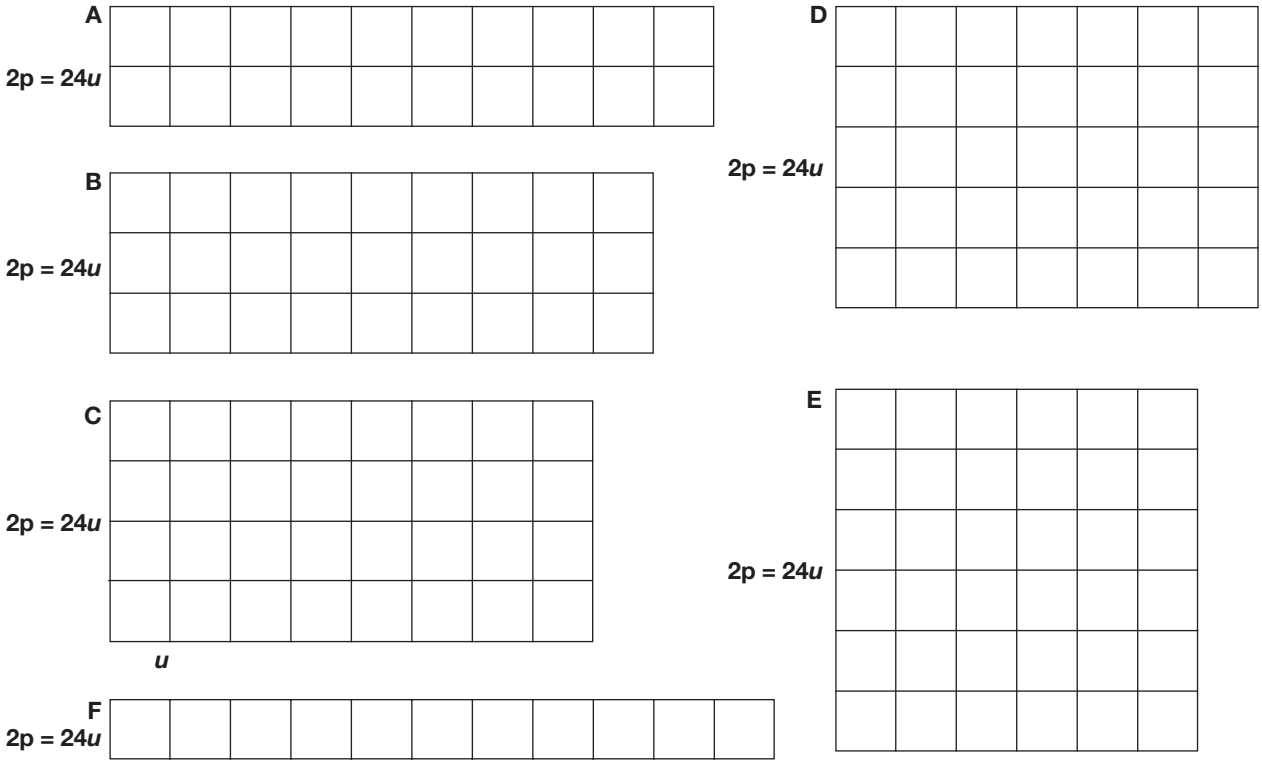


Disegna dei rettangoli aventi la **stessa base**, ma di altezza doppia, tripla, quadrupla ecc…….
Dopo aver calcolato l'area di ogni rettangolo completa la seguente tabella:

BASE (u)	ALTEZZA (u)	AREA (u^2)

Come cambia l'area al variare dell'altezza? .....
.....
Ripeti la stessa esperienza mantenendo la **stessa altezza**, ma raddoppiando, triplicando ecc. la base. Che cosa osservi? .....
.....

- Considera i seguenti rettangoli aventi uguale perimetro (isoperimetrici):



Completa la seguente tabella inserendo le misure richieste e poi rispondi alle domande.

FIGURA	BASE (u)	ALTEZZA (u)	AREA (u^2)
A			
B			
C			
D			
E			
F			

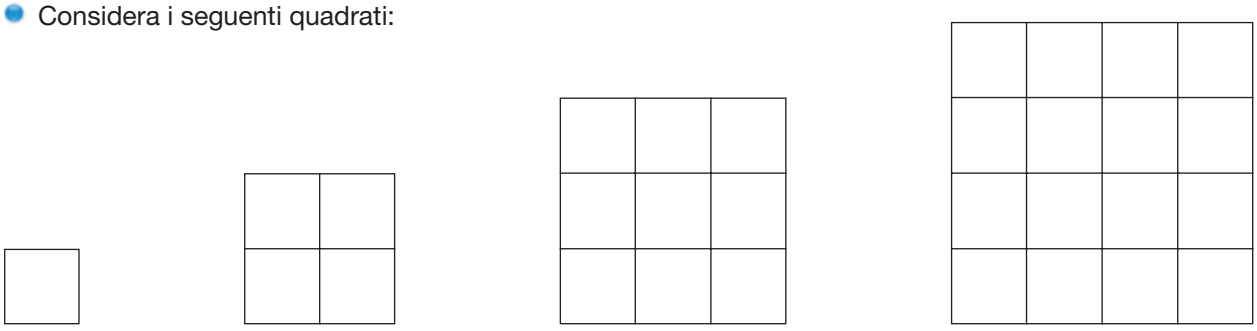
I rettangoli hanno uguale area? .....
Qual è il rettangolo di area massima ? .....

- Considera i seguenti rettangoli equiestesi di area 36 u^2, completa la tabella calcolando i valori mancanti e rispondi poi alle domande.

Base (u)	Altezza (u)	Perimetro (u)	Area (u^2)
1			36
2			36
	3		36
	4		36
6			36
	9		36
12			36
18			36
	36		36

I rettangoli hanno uguale perimetro? .....
Qual è il rettangolo di perimetro minimo? .....
Qual è il suo nome? .....

- Considera i seguenti quadrati:



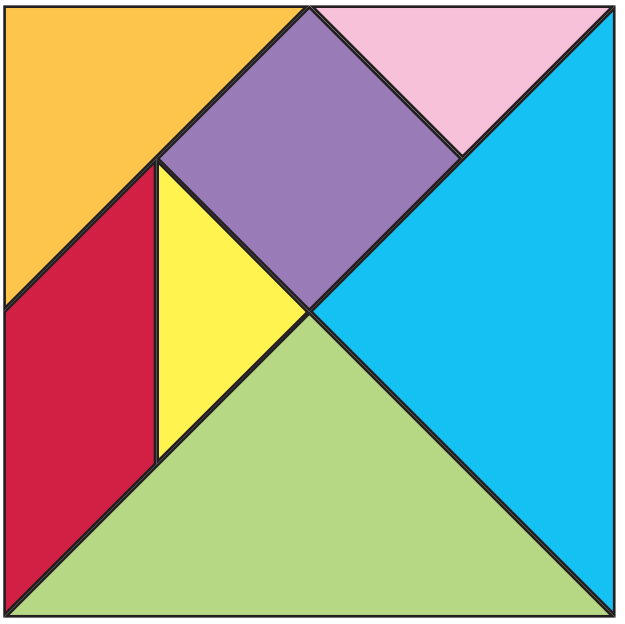
ℓ = **1*u*** ℓ = **2*u*** ℓ = **3*u*** ℓ = **4*u***

Completa la tabella e rispondi poi alle domande.

Quadrato	Lato (u)	Perimetro (u)	Area (u^2)
A	1		
B	2		
C	3		
D	4		
E	5		

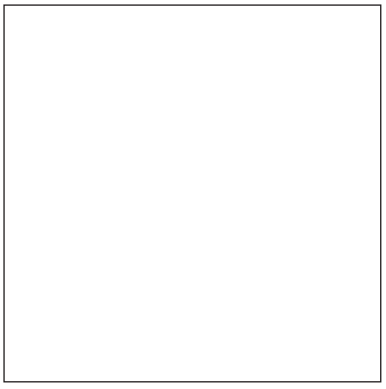
– Il lato del quadrato B è il doppio del lato del quadrato A.
Com'è il perimetro del quadrato B rispetto al quadrato A? .....
Com'è l'area del quadrato B rispetto a quella del quadrato A? ....
– Scrivi le tue osservazioni relative ai lati, ai perimetri e alle aree dei quadrati C e D rispetto al quadrato A: ...
.....
.....

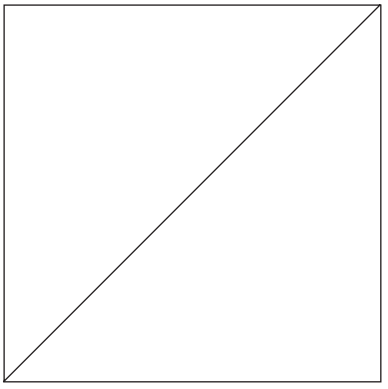
3ª FASE
Il Tangram

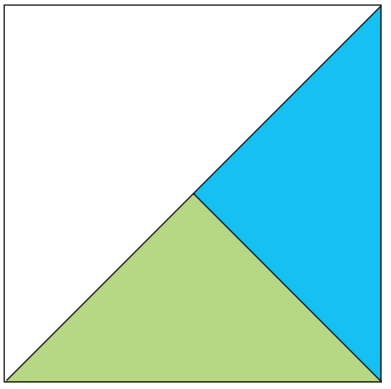


- Il Tangram è un antico gioco cinese in cui, con sette elementi geometrici (tan) che costituiscono un quadrato, si possono costruire in teoria infinite figure.
  Le regole da rispettare sono due:
  – devono essere utilizzati tutti e sette i pezzi;
  – non ci devono essere sovrapposizioni.

- Per costruire un Tangram si procede nel seguente modo:
  1) Procurati un pezzo di cartone robusto oppure di legno, di forma quadrata con il lato che misura 15 o 20 centimetri
  2) Taglia il quadrato a metà lungo una diagonale.
  3) Taglia nuovamente a metà uno dei due triangoli.

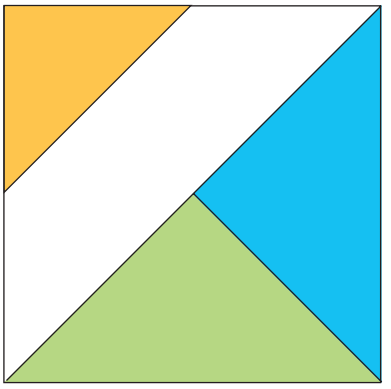
1)


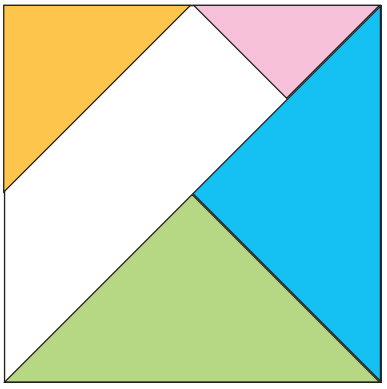
2)


3)


Dall'altro triangolo grande rimasto si ricavano 5 pezzi, in questo modo:

4) ritaglia un nuovo triangolo tagliando lungo la linea che unisce i punti medi dei due lati più corti (cateti) del triangolo rettangolo grande.

4)


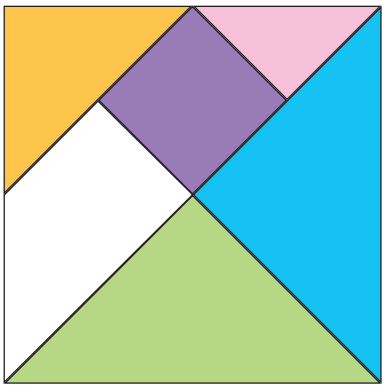
5)


5) Ottieni un altro triangolo piccolo tagliando lungo la linea perpendicolare che unisce un'estremo della base minore del trapezio a quella maggiore.

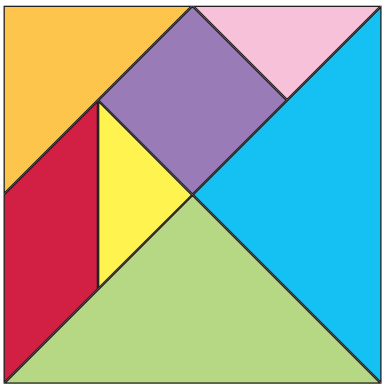
6) Si ottiene un quadrato tagliando lungo la perpendicolare che divide a metà la base minore del trapezio.

7) Si ottengono un altro triangolo e un parallelogramma tagliando lungo la linea parallela al lato obliquo del trapezio, tracciata a partire da un estremo della base minore.

6)

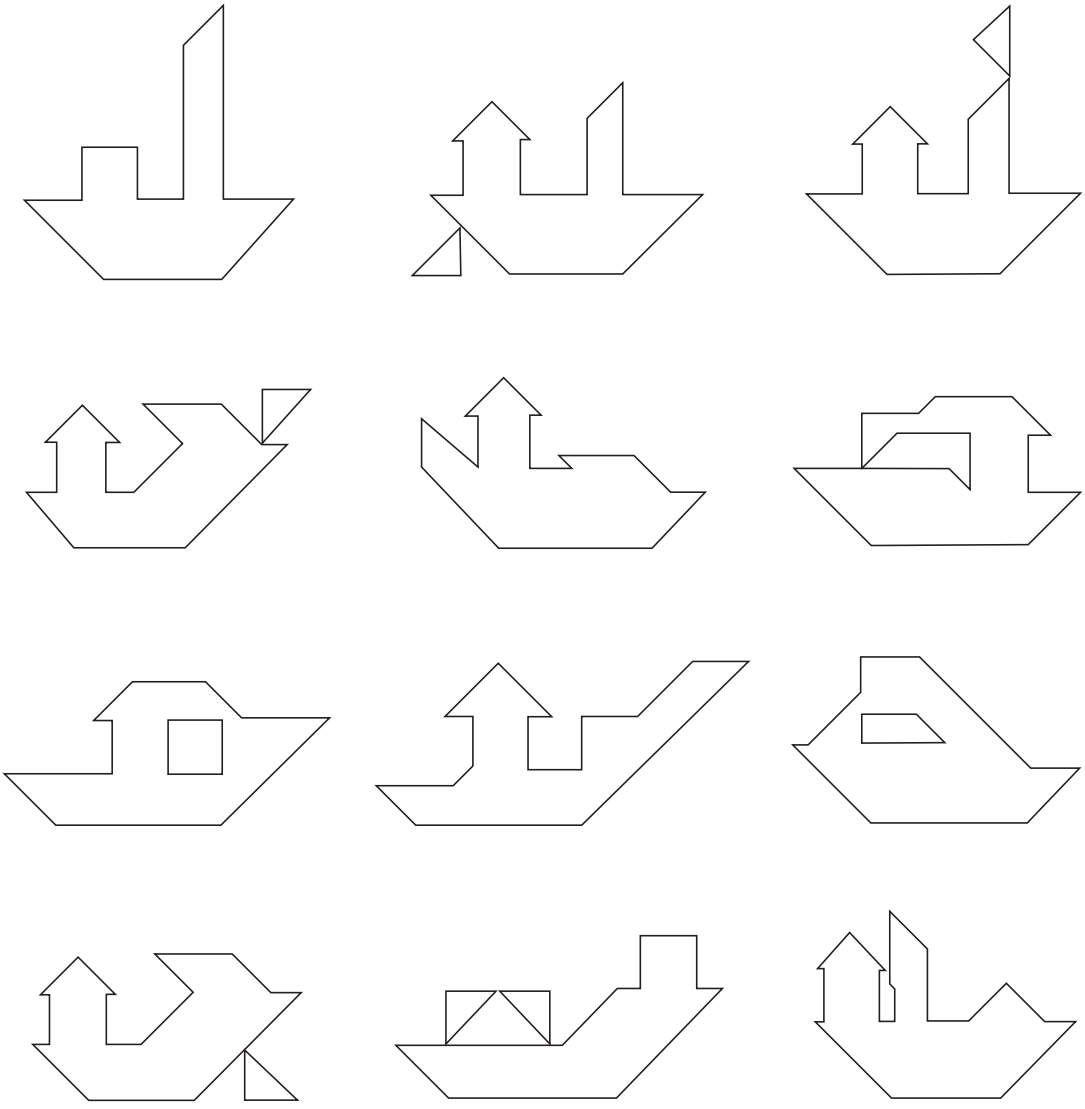


7)

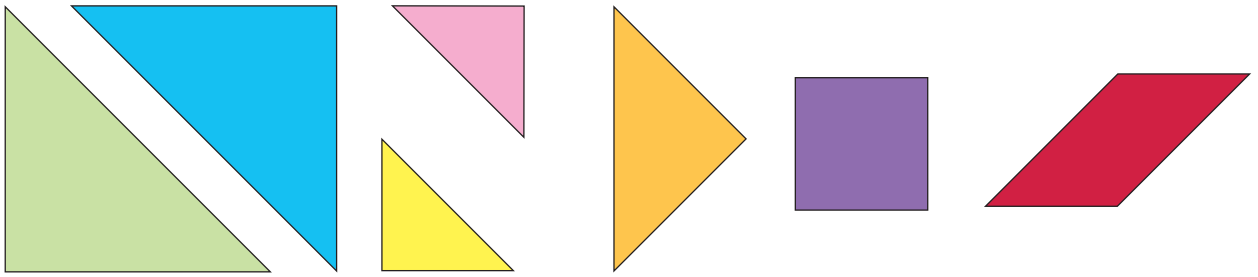


- Con il Tangram si possono comporre figure sempre nuove e scoprire analogie e somiglianze. Lo scopo del Tangram è quello di ricostruire figure utilizzando i 7 elementi di base senza limiti di numero e secondo la disposizione che si vuole. Con il Tangram non si costruiscono solo figure geometriche, ma anche, ad esempio, personaggi che danzano, che corrono o che sono seduti, uccelli che volano, pesci che nuotano, barche, case ecc.

  Di seguito sono presentate alcune figure di barche e navi che si possono costruire utilizzando i pezzi del Tangram. Prova a ricostruirle.

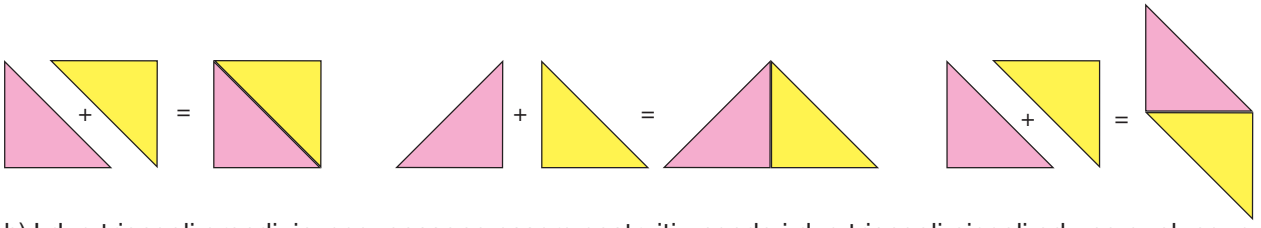


- Come abbiamo detto, il Tangram è una specie di puzzle composto da 7 figure geometriche: due triangoli grandi, due triangoli piccoli, un triangolo medio, un quadrato e un parallelogramma (vedi figure).

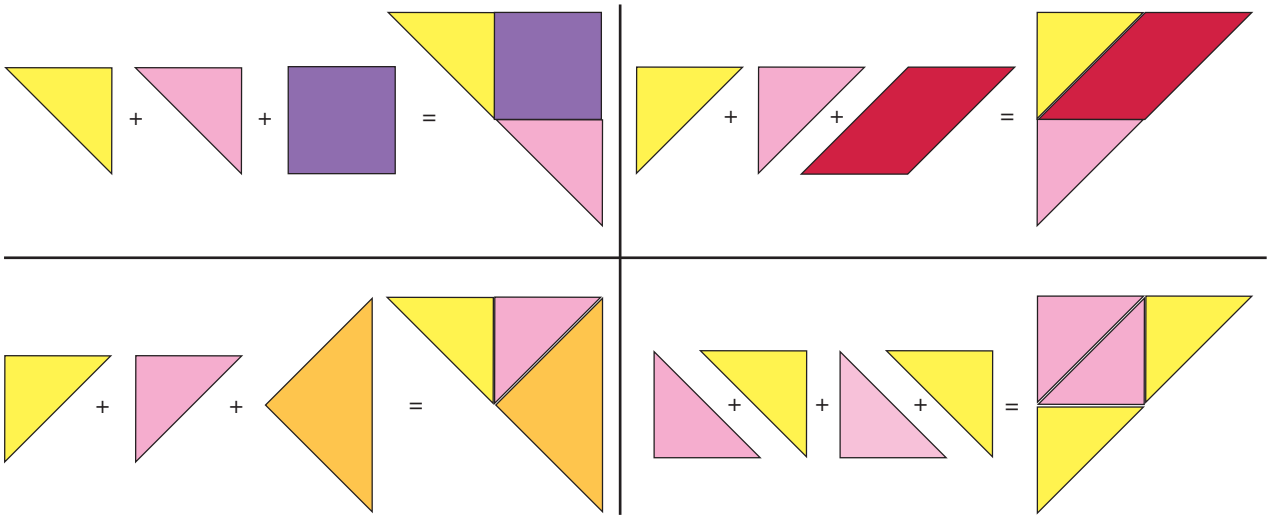


Costruisci le seguenti figure geometriche seguendo le indicazioni fornite dai disegni.

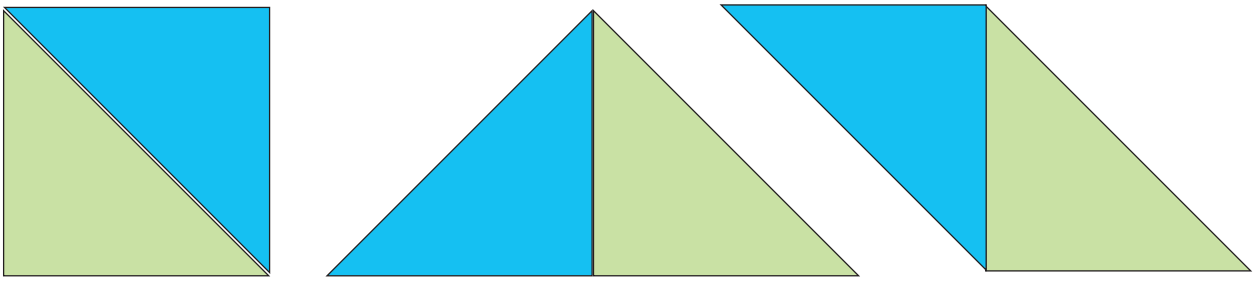
a) Usando due triangolini si possono formare i tre pezzi intermedi che hanno la stessa superficie: il quadrato, il triangolo medio e il paralelogramma.



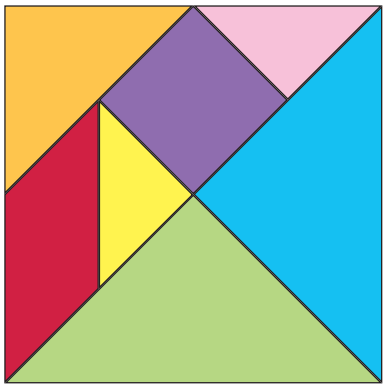
b) I due triangoli grandi, invece, possono essere costruiti unendo i due triangoli piccoli ad uno qualunque dei pezzi intermedi. Un triangolo grande equivale a 4 triangoli piccoli.

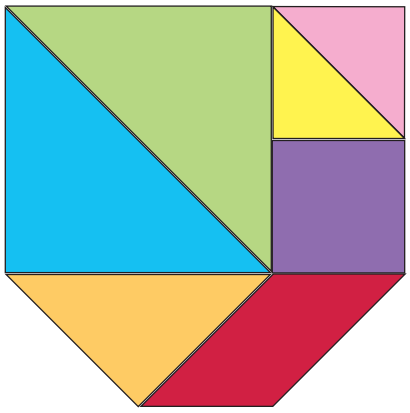


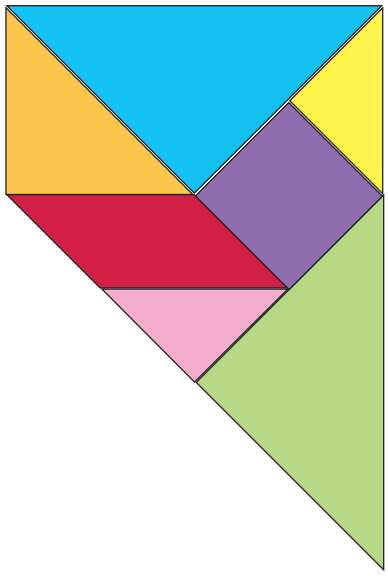
c) Si possono unire due triangoli grandi, ottenendo tre figure equiestese: un triangolo ancora più grande, un quadrato oppure un parallelogramma.

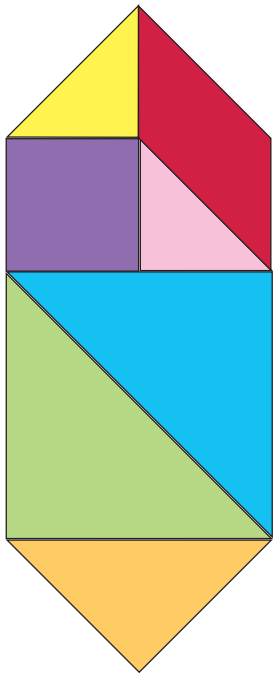


d) Con i pezzi del Tangram si possono costruire figure geometriche di forma diversa, ma che sono equiestese (equivalenti), come ad esempio le seguenti:









Verifica se hai capito

1) Utilizzando i sette pezzi del Tangram costruisci almeno 4 figure geometriche equivalenti tra loro.
2) Utilizzando 4 pezzi triangolari della stessa grandezza dimostra che le due diagonali di un quadrato lo dividono in quattro triangoli rettangoli congruenti tra loro.
3) Utilizzando due pezzi triangolari dimostra che l'area di un triangolo è la metà dell'area di un quadrato e di un parallelogramma.
4) Utilizzando 8 pezzi triangolari delle stesse dimensioni dimostra il teorema di Pitagora.

2 La similitudine

Competenze trasversali

- Comprendere ed interpretare informazioni e comunicare con linguaggi diversi.
- Mettere in relazione.
- Individuare e porre problemi, progettare soluzioni.

Aree e nuclei tematici

- Geometria
- Introduzione al pensiero razionale

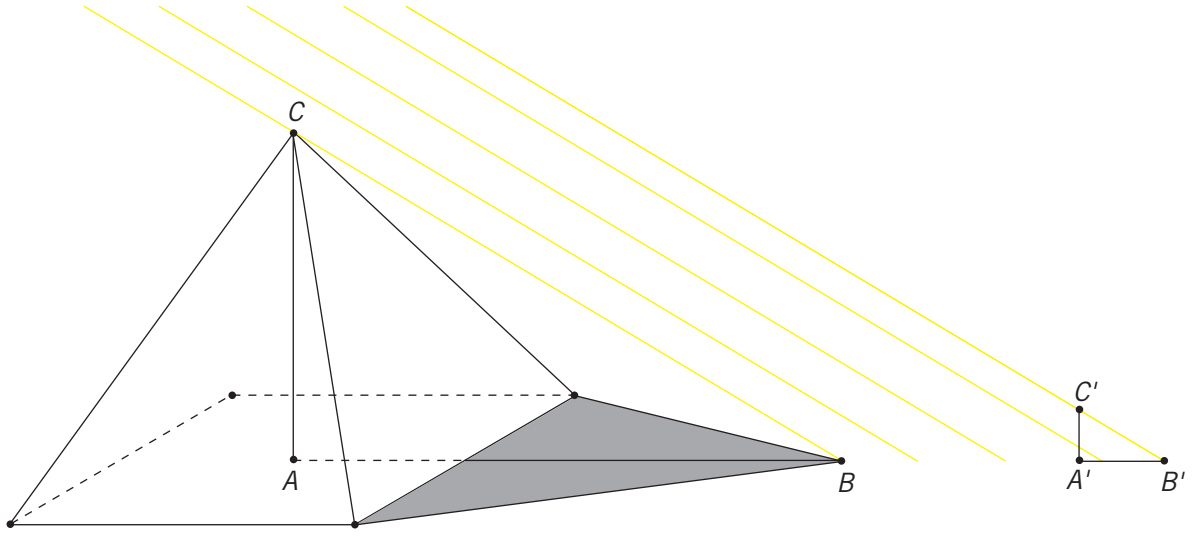
Abilità disciplinari

- Utilizzare la similitudine per risolvere problemi
- Disegnare figure omotetiche e figure simili

1ª FASE Misurare distanze

In questa prima fase di lavoro rivedi tutte le proprietà e le relazioni che riguardano la similitudine.

- Gli antichi Egizi avevano delle conoscenze geometriche molto ampie, ma sempre riferite a situazioni problematiche di carattere pratico. Per quanto riguarda la similitudine, non conoscevano teorie e criteri per individuare triangoli simili, tuttavia sapevano misurare altezze di oggetti utilizzando le ombre e la proporzionalità dei lati dei triangoli simili.
  Famoso è il metodo usato per misurare l'altezza della piramide di Cheope utilizzando la sua ombra e l'ombra di un bastone perpendicolare al terreno.



Data la grande distanza tra Terra e Sole, i raggi solari (linee gialle) sono tra loro paralleli, spiega perché i due triangoli rettangoli *ABC* e *A'B'C'* sono simili.

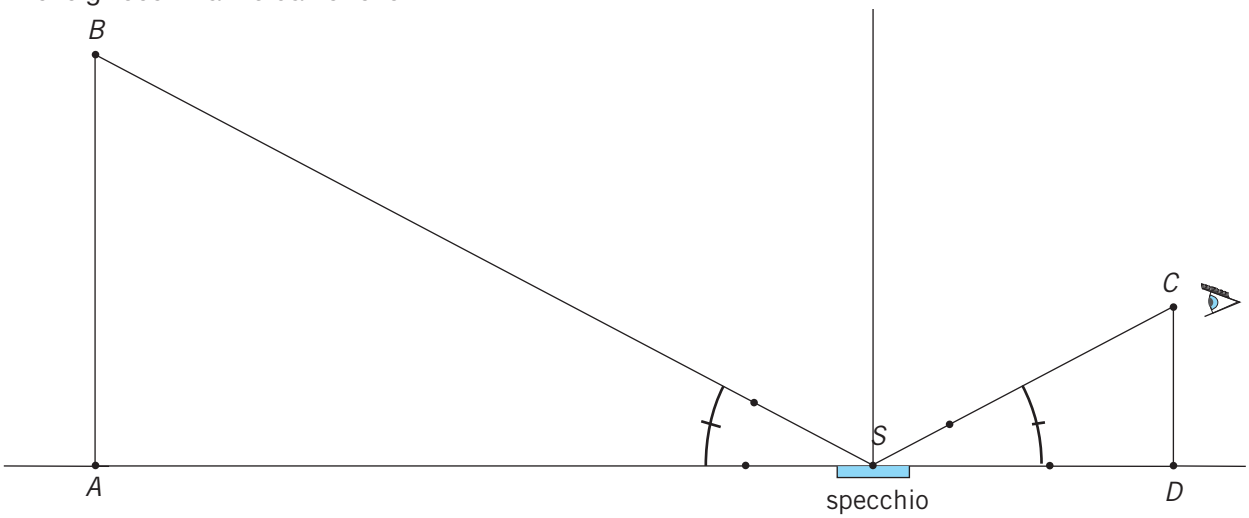
.....

.....

.....

Calcola l'altezza della piramide di Cheope sapendo che il suo lato di base è lungo 230,38 m e che, nel momento in cui un bastone (*A' C'*) lungo 1 metro proietta un'ombra di 1,6 m, l'ombra della piramide è di 119,35 m (*osserva che il cateto AB è solo in parte formato dall'ombra della piramide, pertanto la lunghezza di AB si ottiene sommando ..... alla lunghezza dell'ombra*).

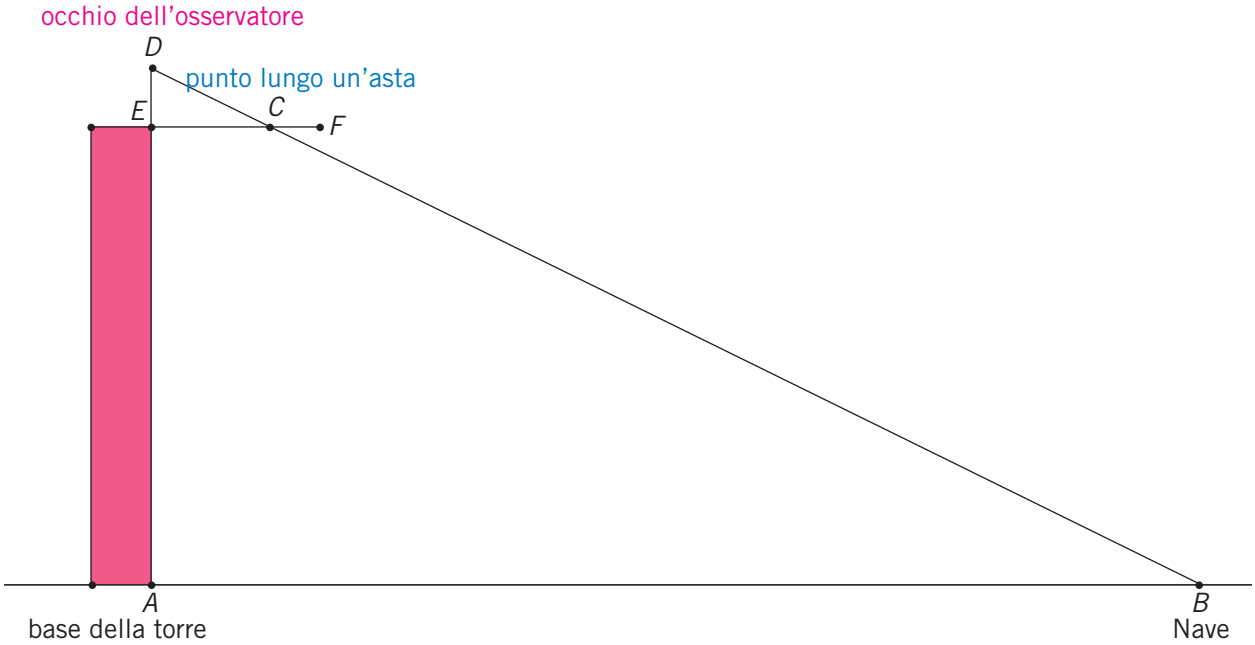
- Esiste un modo interessante per misurare alberi, pali e in genere oggetti non facilmente raggiungibili. Nella seguente figura l'altezza da misurare è stata schematizzata con il segmento *AB* e il metodo da utilizzare è il seguente: si dispone uno specchio orizzontalmente sul terreno ad una distanza nota (*AS*) dall'oggetto da misurare (*AB*); ci si allontana fino a trovare la posizione in cui si vede riflesso nello specchio il punto *B*. La luce si riflette sullo specchio in modo che gli angoli $B\hat{S}A$ e $C\hat{S}D$ risultano di uguale ampiezza (legge fisica della riflessione); il punto *C* è la posizione degli occhi di chi osserva e *CD* è la distanza che gli occhi hanno dal terreno.



Come sono i triangoli rettangoli *ASB* e *CSD*? .....
Motiva la risposta: .....
.....
.....

Supponi di conoscere le misure di *AS*, *DS* e *CD* che risultano rispettivamente 10 m, 4 m e 1,6 m, calcola l'altezza dell'oggetto schematizzato con il segmento *AB*.

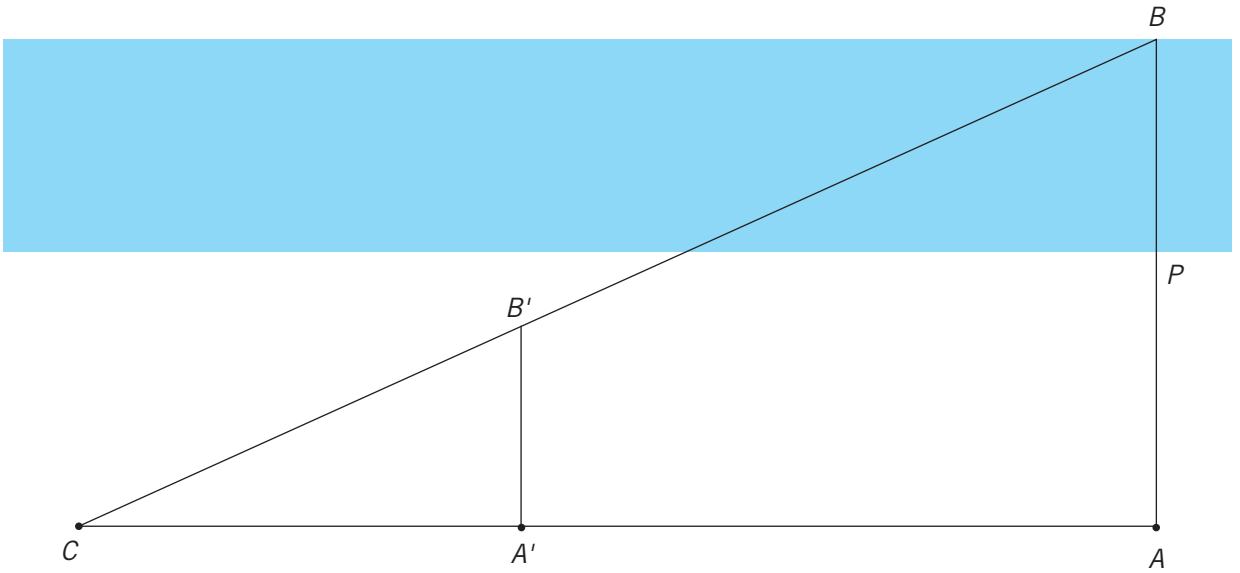
- Osserva la seguente figura che schematizza il metodo proposto da Talete di Mileto (III secolo a.C.) per misurare la distanza tra la base di una torre e una nave in mare.



I triangoli *ABD* e *ECD* sono simili? ..... Motiva la risposta: .....
.....
.....
.....

Determina la distanza *AB* della nave dalla base della torre, conoscendo le misure di *DE*, *EC* e *AE* che sono rispettivamente 1,5 m, 3 m e 18 m.

- È possibile utilizzare la similitudine anche per misurare la larghezza di un fiume. Il seguente disegno schematizza il procedimento:

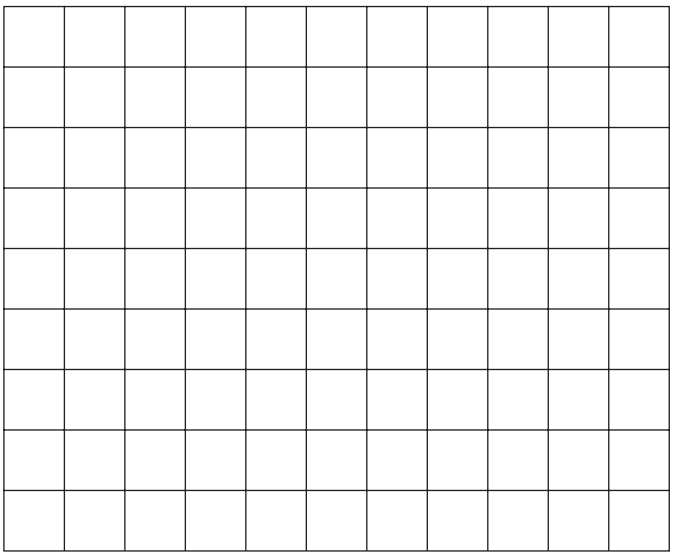


Si prende un punto di riferimento (*B*) sulla riva opposta rispetto a chi osserva, ad esempio un palo, un albero ecc. Ad una certa distanza (*AP*) dalla riva si fissa un paletto *A* in modo che la direzione *AB* sia il più possibile perpendicolare a quella del fiume. Poi si fissa un altro paletto *B'* sulla riva del fiume e ad una certa distanza da *P*. In direzione perpendicolare ad *AB* si parte da *A* e si procede fino ad arrivare al punto *C* da cui si possono vedere allineati l'oggetto posto nel punto *B* e il paletto posto nel punto *B'*. Dal punto *B'* si conduce la perpendicolare ad *AC* e si indica il piede dell'altezza con la lettera *A'*. Misurando *AC*, *A'C* e *A'B'* si può calcolare la larghezza del fiume (*BP*).
Spiega il procedimento di calcolo: .....
.....
.....
.....

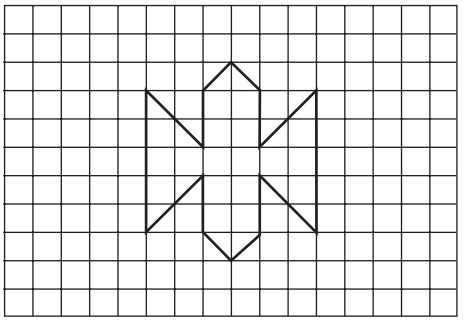
2ª FASE Ingrandimento e riduzione

- Nel reticolo B disegna una figura simile a quella data.

B

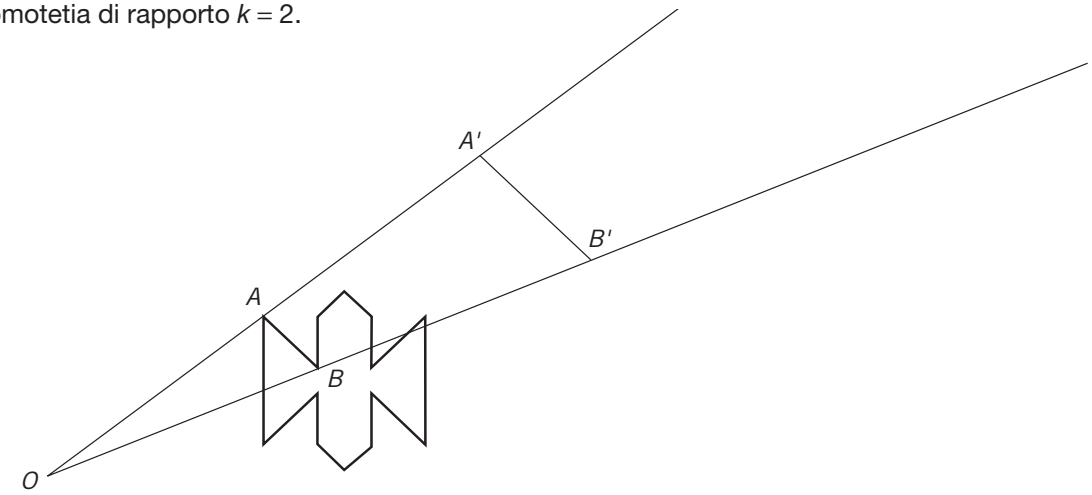


A



Determina il rapporto di similitudine, sapendo che i lati dei quadrati del reticolo B misurano 1 cm e quelli del reticolo A 0,5 cm.

- Disegna la corrispondente della figura data in una omotetia di rapporto $k = 2$.



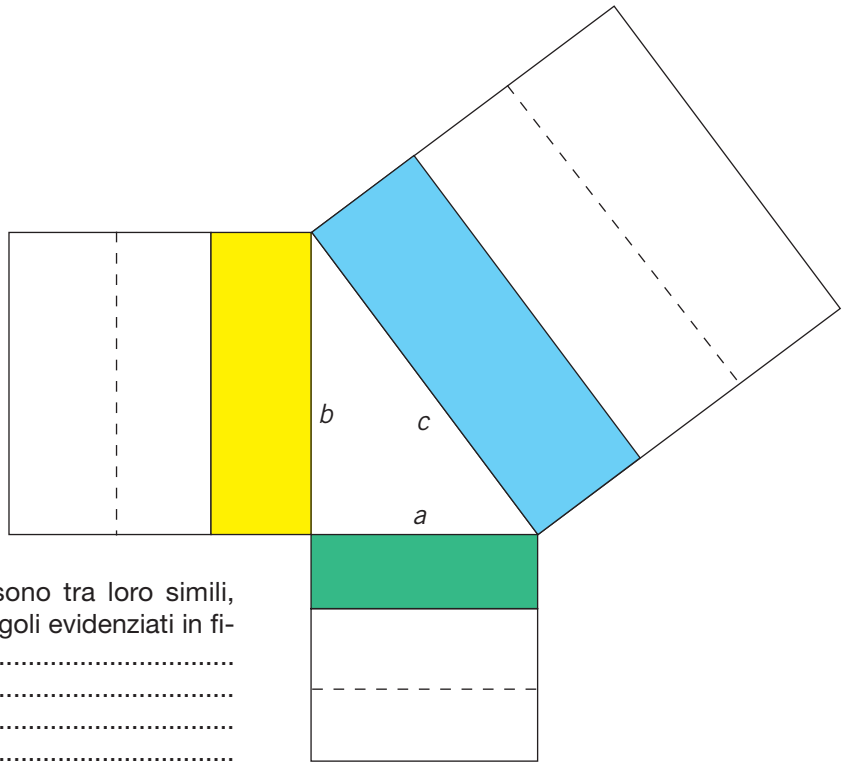
L'omotetia è un tipo particolare di similitudine? .....
Quali sono le analogie tra similitudine ed omotetia? .....
.....
.....
Qual è la differenza tra la similitudine e l'omotetia? .....
.....

- Ingrandire o ridurre in scala una figura (F) significa costruire una figura simile (F') più grande o più piccola. Nell'ingrandimento il rapporto di similitudine (k) che associa le figure F' e F è maggiore di 1, nella riduzione invece il rapporto di similitudine è minore di 1. Il rapporto d'ingrandimento o il rapporto di riduzione si può chiamare semplicemente scala.
  Per disegnare una riduzione o un ingrandimento si usa spesso il metodo della quadrettatura.
  Esegui le seguenti attività:
  a) Disegna su un reticolo con i quadretti di lato 12 mm una figura a piacere, disegna poi la stessa figura ridotta in scala 1 : 3 $\left(k = \frac{1}{3}\right)$, utilizzando una seconda quadrettatura tale che la lunghezza del lato di ogni quadretto sia un terzo rispetto a quella della prima quadrettatura.
  b) Disegna una figura a piacere su un reticolo i cui quadretti hanno il lato di 15 mm, disegna poi la stessa figura ingrandita in scala 4 : 3 $\left(k = \frac{4}{3}\right)$, utilizzando una seconda quadrettatura tale che la lunghezza del lato di ogni quadretto sia quattro terzi rispetto a quella della prima quadrettatura.
  c) La riduzione in scala è molto usata anche nelle carte geografiche. La scala indica il rapporto tra una distanza sulla carta e la distanza reale che essa rappresenta. Sulla carta geografica della tua regione o della tua provincia individua le principali città e collegale con dei segmenti . Dopo aver misurato le lunghezze di questi segmenti, utilizzando il rapporto di scala indicato sulla carta geografica, calcola le distanze reali in linea d'aria.
  d) Disegna su un foglio la tua camera ridotta in scala 1 : 20 ed usando la stessa scala disegna e poi ritaglia dei modellini dei mobili in essa presenti. Disponi i mobili a piacimento sul disegno della camera.

- Si usano ingrandimenti quando ciò che dobbiamo osservare ha dimensioni molto piccole oppure quando è molto lontano. In questi casi gli strumenti che ci consentono di distinguere meglio i dettagli sono il microscopio e il telescopio. Entrambe le parole derivano dal greco e significano rispettivamente " osservare le cose piccole" e " osservare le cose lontane ".
  Esegui le seguenti attività:
  a) Dai una spiegazione del motivo per cui sia nel caso di oggetti molto piccoli che di oggetti molto lontani è necessario ingrandire l'immagine.
  b) Spiega il significato delle scritture di tipo x10, x50, x 10000 ecc. che compaiono sui microscopi e sui telescopi.
  c) Cerca fotografie di cellule, pollini ecc. fatte con il microscopio e in cui sia indicata la scala d'ingrandimento. Determina poi le misure reali degli oggetti raffigurati, utilizzando la scala d'ingrandimento.
  d) Cerca fotografie di pianeti o altri corpi celesti in cui sia indicata la scala di riduzione e determinane poi la misura reale del diametro.

3ª FASE La similitudine e il teorema di Pitagora

- Disegna un triangolo rettangolo e sui suoi lati costruisci dei quadrati. Successivamente dividi ogni quadrato in tre rettangoli congruenti, come è indicato nella seguente figura.



Ricordando che tutti i quadrati sono tra loro simili, spiega il motivo per cui i tre rettangoli evidenziati in figura sono simili: .....
.....
.....
.....

Verificalo sapendo che $a = 3$ cm, $b = 4$ cm e $c = 5$ cm :

area rettangolo azzurro = $\left(5 \cdot \frac{5}{3}\right)\text{cm}^2 = \frac{25}{3}\text{cm}^2$

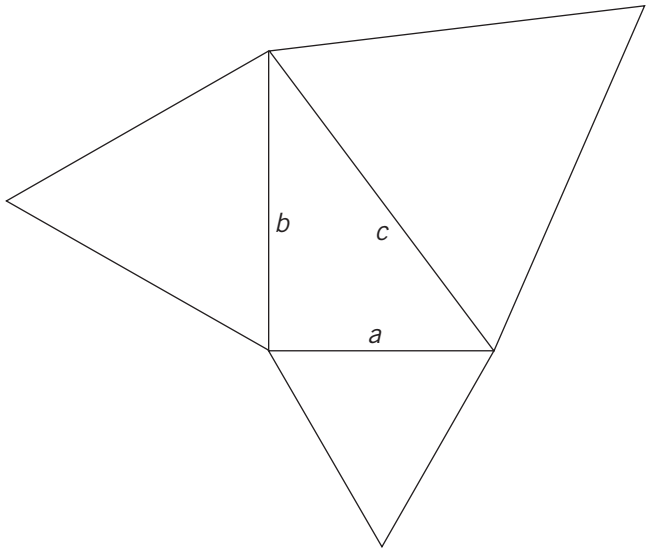
area rettangolo verde = ...

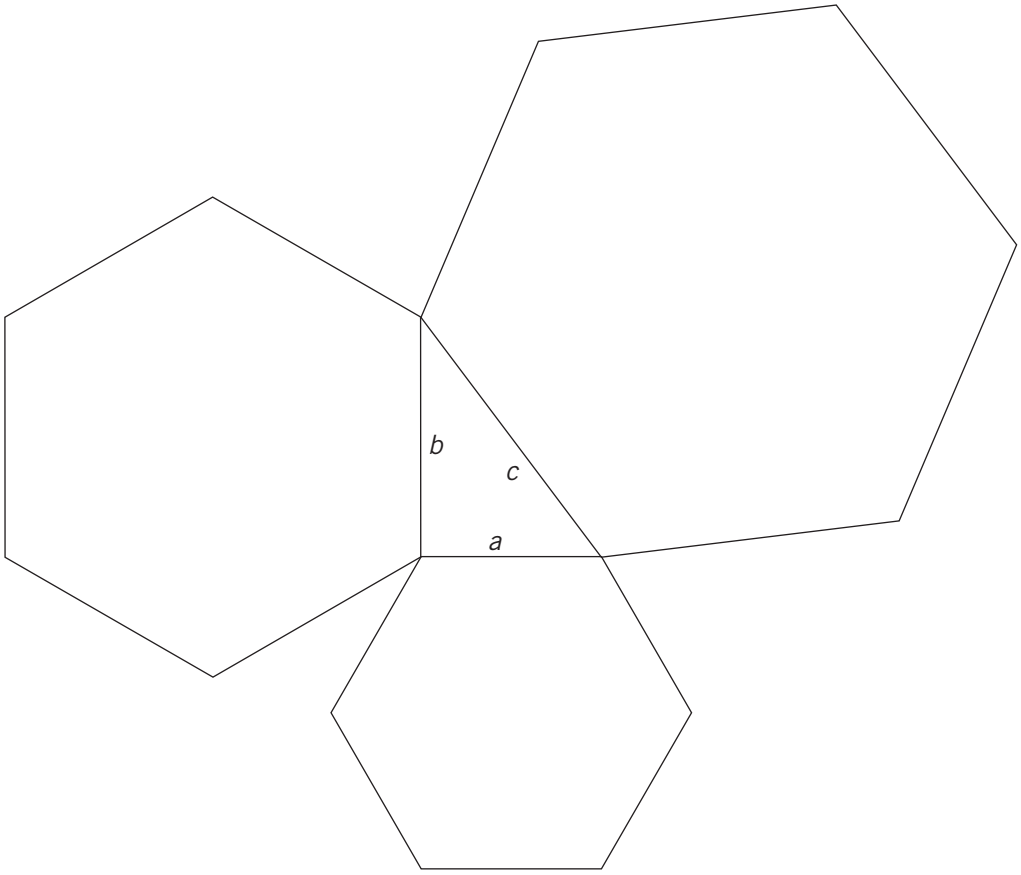
area rettangolo giallo = ...

area rettangolo verde + area rettangolo giallo = ...

- **Il teorema di Pitagora vale per tutti i poligoni simili costruiti sui lati di un triangolo rettangolo.**

Verificalo con i seguenti poligoni, sapendo che le misure dei lati del triangolo rettangolo sono:
$a = 3$ cm, $b = 4$ cm e $c = 5$ cm.




b
c
a

3 A tutto tondo

Competenze trasversali

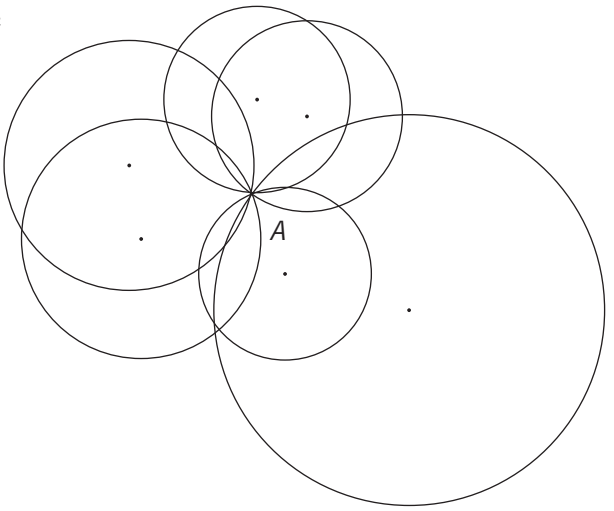
- Comprendere ed interpretare informazioni e comunicare con linguaggi diversi.
- Formulare ipotesi.
- Individuare e porre problemi, progettare soluzioni
- Generalizzare.

Aree e nuclei tematici.

- Geometria
- Le relazioni
- Introduzione al pensiero razionale

Abilità disciplinari.

- Conoscere le relazioni e le proprietà relative alla circonferenza
- Disegnare circonferenze secondo le istruzioni date



1ª FASE Quanti e quali punti sono necessari per individuare un cerchio?

- **Osserva le figure e completa le richieste.**

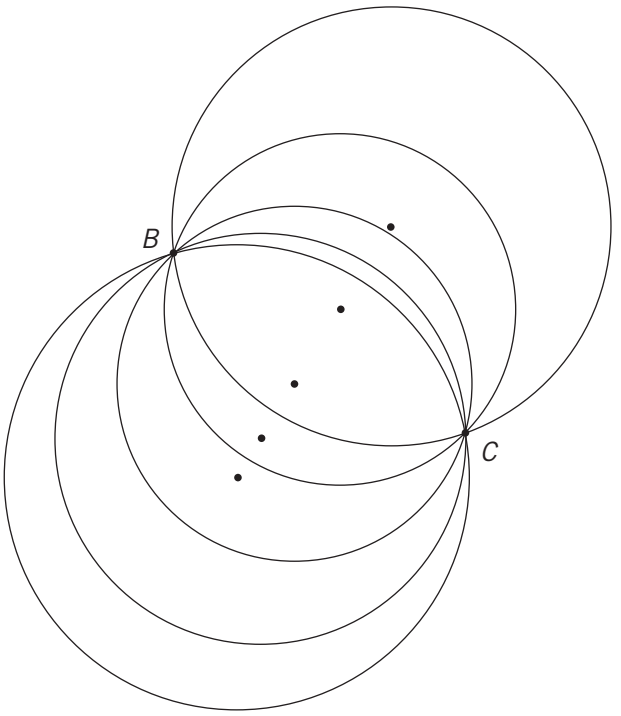
Quante circonferenze passano per il punto *A*? Ne potresti tracciare delle altre?

.....
.....
.....

Le circonferenze disegnate a lato hanno due punti in comune: quali? .....

– Disegna il segmento *BC* e unisci con una retta *r* i centri delle circonferenze.
– Che cosa puoi dire del punto di intersezione del segmento con la retta *r*? .....
.....
– Qual è la posizione della retta rispetto al segmento? .....
– Quindi puoi affermare che la retta *r* è l'asse del segmento *BC*.
– Individua la relazione che c'è tra i centri di tutte le circonferenze che passano per due punti e l'asse del segmento che unisce i due punti: ...
.....
.....
.....

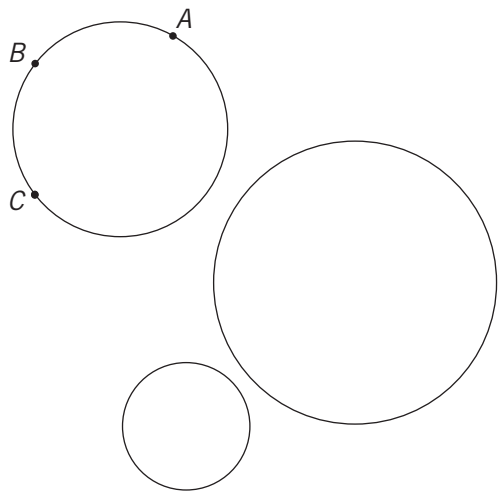
Per tre punti allineati può passare una circonferenza? .....



Disegna tre punti non allineati *A*, *B*, *C*, unisci *A* con *B* e *B* con *C*, disegna gli assi dei segmenti *AB* e *BC*. Chiama *O* il punto di intersezione degli assi.
Che relazione ha il punto *O* rispetto ai punti *A*, *B*, *C*? ....
.....
Che relazione c'è tra gli assi dei due segmenti e il centro di una circonferenza che passa per essi?
.....
.....
.....

- **Dati tre punti di una circonferenza, come si individua il centro della circonferenza stessa?**

Segui la seguente procedura:
– traccia le corde *AB* e *BC*;
– costruisci gli assi delle corde;
– il punto di intersezione è il centro della circonferenza;
– trova i centri delle altre due circonferenze.



- **Utilizzando carta, matita e compasso prova a rispondere alle seguenti domande.**

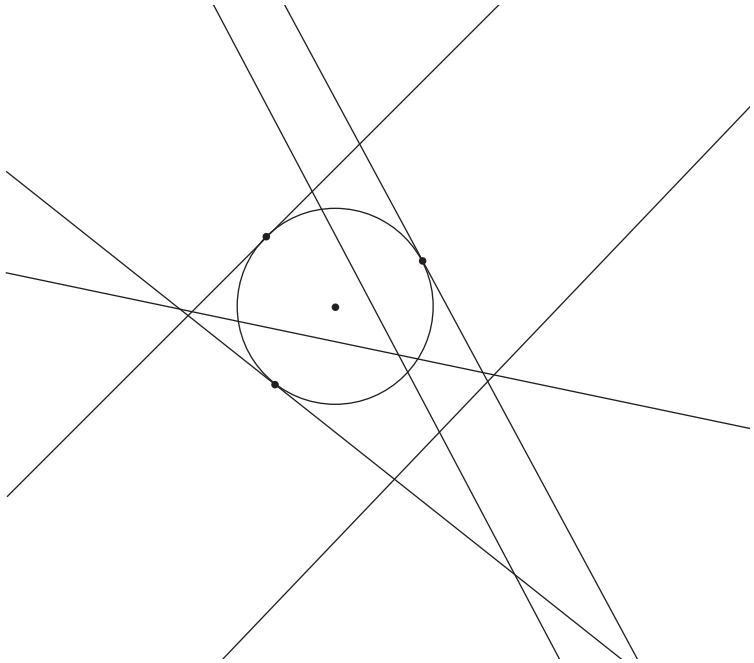
1) Avendo due soli punti di cui uno di questi è il centro della circonferenza, mentre l'altro punto è sulla circonferenza, quante circonferenze riesci ad individuare? .....
Perchè? .....

2) Avendo tre punti di cui uno di questi è il centro della circonferenza, mentre gli altri due punti sono sulla circonferenza, quale deve essere la posizione di questi altri due punti rispetto al primo? .....
..... Perché? .....

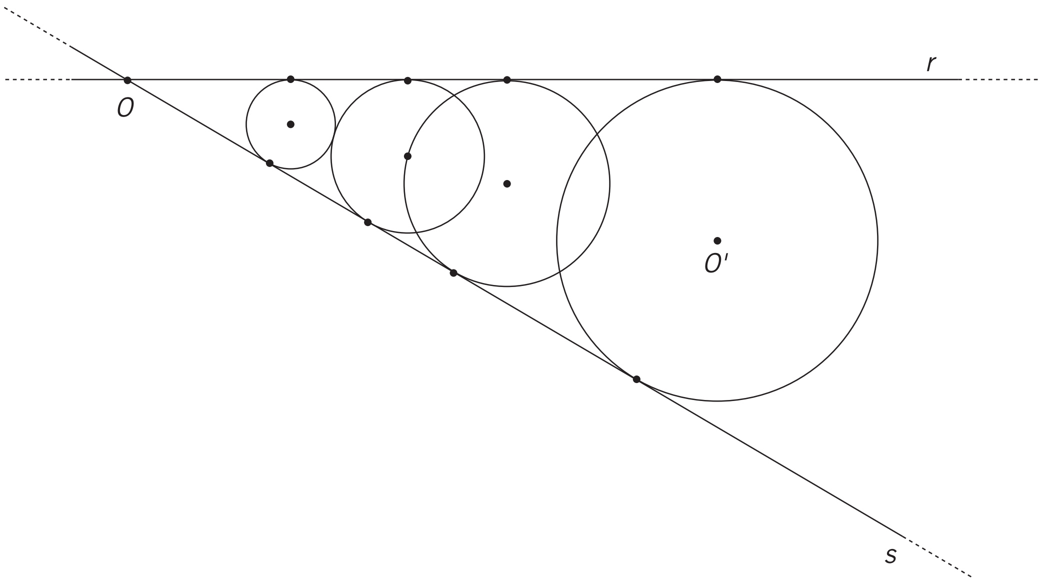
2ª FASE Rette tangenti la circonferenza

- Una retta è tangente la circonferenza quando ha un unico punto in comune con essa.

Ripassa con un pennarello colorato tutte le rette tangenti la circonferenza.

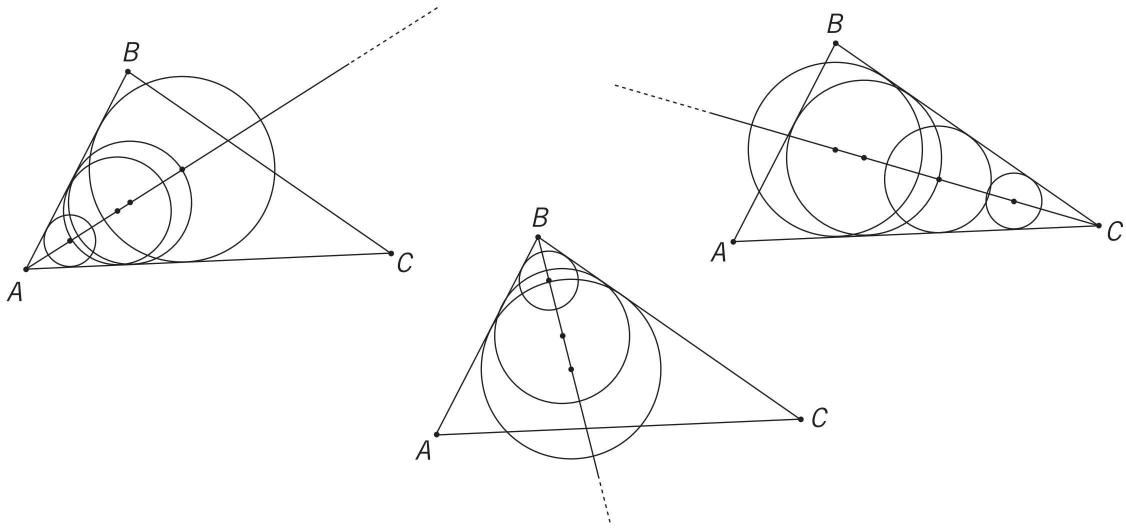


- Osserva la seguente figura: due rette *r* e *s* incidenti in *O* e tangenti a infinite circonferenze.



– Unisci il punto *O* con il centro *O*'; Che cosa puoi dire dei centri delle circonferenze tangenti? ....
....
– Unisci il centro *O*' con i punti di tangenza di quella circonferenza. I segmenti tracciati sono perpendicolari alle rette *r* e *s* ? .... Hanno uguale lunghezza? ....
– Il centro della circonferenza considerato è equidistante dalle due rette? ....
– Ripeti il procedimento su un' altra delle circonferenze tangenti.
– Che cosa puoi dire della retta passante per *O* e *O*'? ....

- Tre punti non allineati individuano, sul piano, un triangolo. Quante sono le circonferenze tangenti contemporaneamente a ciascuno dei lati del triangolo?
Per rispondere alla domanda osserva il disegno e completa le frasi relative.



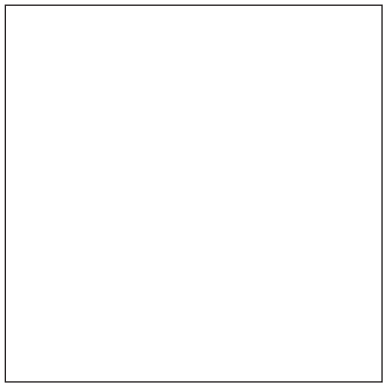
– Un triangolo ha .... angoli;
– l'angolo $\widehat{A}$ ha due lati .... e ...., ed esistono .... circonferenze tangenti ai due lati i cui centri appartengono alla .... dell'angolo $\widehat{A}$;
– l'angolo .... ha due lati .... e ...., ed esistono .... circonferenze tangenti ai due lati i cui centri appartengono alla .... dell'angolo ......
– l'angolo .... ha due lati .... e ...., ed esistono .... circonferenze tangenti ai due lati i cui centri appartengono alla .... dell'angolo ....
– Conclusione : ....
....
....

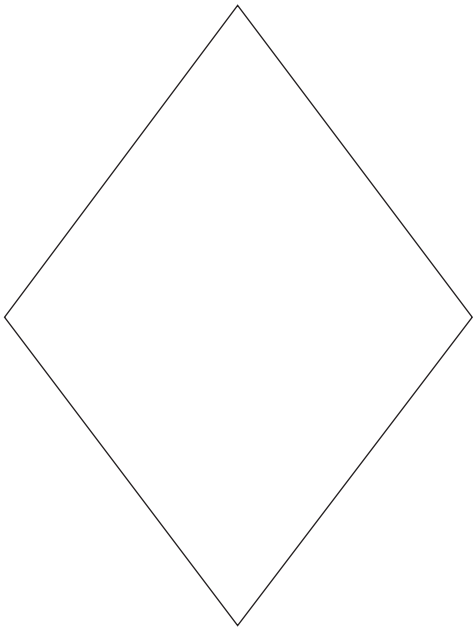
Verifica se hai capito

1) Disegna e rispondi:
se una circonferenza è tangente a due rette parallele, qual è la distanza tra le due rette?

2) Disegna e rispondi:
è possibile che tre rette, tangenti in punti diversi a una circonferenza, non formino un triangolo? Se sì, in quale caso?

3) Dato un quadrato, se esistono, quante sono le circonferenze tangenti contemporaneamente a ciascuno dei lati?
Dato un rettangolo, se esistono, quante sono le circonferenze tangenti contemporaneamente a ciascuno dei lati?
Dato un rombo, se esistono, quante sono le circonferenze tangenti contemporaneamente a ciascuno dei lati?





4 Successioni di numeri e figure

Competenze trasversali

- Mettere in relazione.
- Generalizzare.

Aree e nuclei tematici

- Le relazioni
- Introduzione al pensiero razionale

Abilità disciplinari

- Scoprire la legge che consente di trovare gli elementi di una successione
- Trovare gli elementi, nota la legge che regola una successione
- Esprimere e risolvere situazioni problematiche inerenti successioni di numeri e figure

1ª FASE Successioni numeriche

- Una successione di numeri si dice ordinata quando esiste una regola che consente di determinare tutti gli elementi della stessa.

  Per esempio, la successione dei numeri naturali (0, 1, 2, 3, 4, 5.....) è ordinata; esiste infatti una "regola" che permette di determinare tutti gli elementi: dato un numero qualsiasi della successione (*n*), il successivo si ottiene addizionando 1 ad esso:

  $$0 \xrightarrow{+1} 1 \xrightarrow{+1} 2 \xrightarrow{+1} 3 \xrightarrow{+1} 4 \ldots\ldots\ldots\ldots$$

  Il successivo di 2 è 2 + 1 = 3, il successivo di 9 è 9 + 1 = 10 ecc.

  Se vogliamo esprimere questa regola in modo generale (cioè che sia valida per qualsiasi numero naturale), non usiamo più i numeri, ma le lettere.

  Se indichiamo un numero naturale qualsiasi con la lettera ***n***, il suo successivo è ***n*** + **1**.
  La scrittura ***n*** + **1** è valida per tutti i numeri naturali e pertanto diciamo che esprime in modo generale la regola che ordina la successione dei numeri naturali.

  1) Osserva la seguente successione, completala e rispondi alle domande.

  $$3 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 9 \rightarrow \ldots\ldots \rightarrow \ldots\ldots \rightarrow \ldots\ldots$$

  Qual è la regola che permette di scrivere i numeri della successione?
  Il successivo di un numero qualsiasi di questa successione si ottiene .....
  .....
  Esprimi la regola in modo generale, indicando un numero qualsiasi con la lettera *n*: .....

- Osserva la seguente successione, completala e rispondi alle domande.

  $$4 \rightarrow 8 \rightarrow 16 \rightarrow 32 \rightarrow 64 \rightarrow \ldots\ldots \rightarrow \ldots\ldots$$

  Qual è la regola che permette di scrivere i numeri della successione?
  Il successivo di un numero qualsiasi di questa successione si ottiene .....
  .....
  Esprimi la regola in modo generale, indicando un numero qualsiasi con la lettera che vuoi: .....

- Osserva la seguente successione di numeri, completala e rispondi alle domande.

1 → 2 → 5 → 14 → 41 → ..... → .....

Qual è la regola che permette di scrivere i numeri della successione?

Il successivo di un numero qualsiasi di questa successione si ottiene moltiplicando per ..... e .....

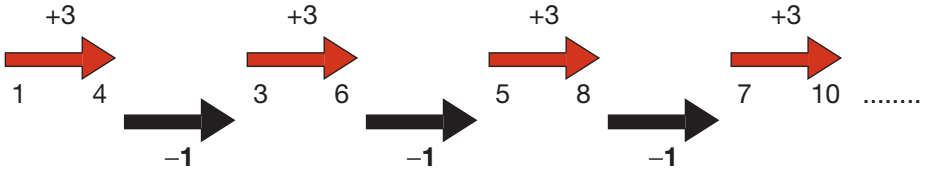
.....

Esprimi la regola in modo generalizzato usando il simbolo che preferisci: .....

- Completa le seguenti successioni di numeri e per ognuna di esse scrivi la regola con parole tue e in simboli (scrittura generalizzata).

2	6	18	54	.....	.....	.....	.....
3	5	9	17	33	.....	.....	.....
640	320	160	80	.....	.....	.....	.....
196	100	52	28	.....	.....	.....	.....
1	4	10	22	.....	.....	.....	.....
2	6	22	86	.....	.....	.....	.....
324	160	78	36	.....	.....	.....	.....

- La seguente successione di numeri ha due regole, la prima è indicata con la freccia rossa, la seconda con la freccia nera.



In simboli la regola indicata con la freccia rossa è $n + 3$, mentre quella della freccia nera è $n - 1$.

Osserva le seguenti successioni di numeri, completale e scrivi a parole e in simboli le "regole" indicate con le due frecce: rossa e nera.

a)

Qual è la regola indicata dalla freccia rossa? Si ..... per ..... il ..... precedente.

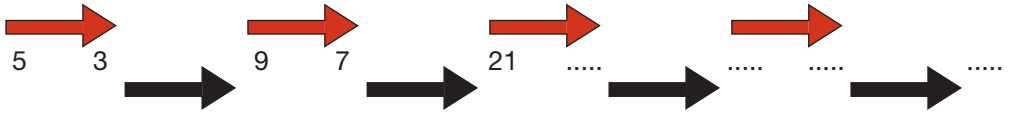
In simboli la regola è: .....

Qual è la regola indicata dalla freccia nera? .....

..... .

In simboli la regola è: ..... .

b)



Scrivi in simboli la regola indicata dalla freccia rossa e quella indicata dalla freccia nera: .....

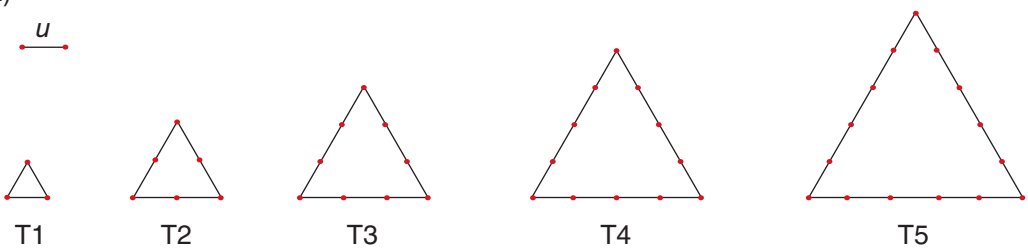
.....

- Inventa tre successioni di numeri e proponi ai tuoi compagni di classe di individuare le regole che permettono di determinare gli elementi delle successioni.

- Inventa tre successioni di numeri, in ognuna delle quali sono indicate due regole. Proponi ai tuoi compagni di classe di individuare le due regole che consentono di determinare gli elementi delle successioni.

2ª FASE Successioni di figure geometriche

- Osserva la seguente figura in cui sono riportati i primi cinque di una serie regolare di triangoli (T1, T2, T3 .....)



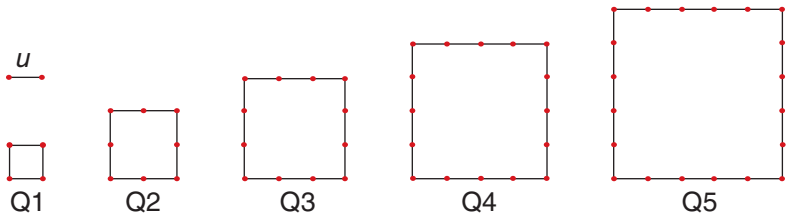
Calcola il perimetro di ogni triangolo della serie rispetto all'unità di misura u e completa la seguente tabella.

TRIANGOLI	T1	T2	T3	T4	T5	
PERIMETRI						

Nella successione di numeri costituita dalle misure dei perimetri dei triangoli si individua una regolarità: il successivo di un numero qualsiasi di questa successione si ottiene addizionando 3.
Completa.
Il perimetro di T1 è uguale a 3
Il perimetro di T2 è uguale a 3 + 3 = 6
Il perimetro di T3 è uguale a 6 + 3 = …
Il perimetro di T4 è uguale a … + 3 = …
Il perimetro di T5 è uguale a … + 3 = …
Molto più velocemente, il perimetro di ogni triangolo si calcola moltiplicando la misura del lato per 3: T1 = 1 × 3 = 3, T2 = 2 × 3 = 6, T3 = 3 × 3 = 9, T4 = 4 × 3 = 12 ecc.
Completa.
Il perimetro di T6 è uguale a .....
Il perimetro di T10 è uguale a .....
Il perimetro di T16 è uguale a .....

In generale, indicando con T*n* un qualunque triangolo di questa serie, la regola per calcolare il suo perimetro è: .....

- Osserva la seguente figura in cui sono riportati i primi cinque di una serie regolare di quadrati (Q1, Q2, Q3 .....)



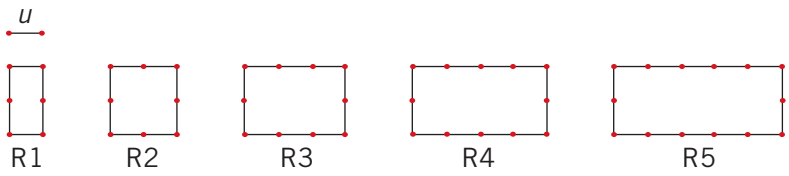
Calcola il perimetro di ogni quadrato della successione rispetto all'unità di misura *u* e completa la seguente tabella.

QUADRATI	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	
PERIMETRI						

Nella successione di numeri costituita dalle misure dei perimetri dei quadrati si individua una regolarità: il successivo di un numero qualsiasi di questa successione si ottiene addizionando 4.
Completa.
Il perimetro di Q1 è uguale a 4
Il perimetro di Q2 è uguale a 4 + 4 = 8
Il perimetro di Q3 è uguale a 8 + 4 = …
Il perimetro di Q4 è uguale a … + 4 = …
Il perimetro di Q5 è uguale a … + 4 = …

Molto più velocemente, il perimetro di ogni quadrato si calcola moltiplicando la misura del lato per 4: Q1 = 1 × 4 = 4, Q2 = 2 × 4 = 8, Q3 = 3 × 4 = 12, Q4 = 4 × 4 = 16 ecc.
Completa.
Il perimetro di Q8 è uguale a .....
Il perimetro di Q11 è uguale a .....
Il perimetro di Q15 è uguale a .....
In generale, indicando con Qn un qualunque quadrato di questa serie, la regola per calcolare il suo perimetro è: .....

- Osserva quest'altra figura in cui sono riportati i primi cinque di una serie regolare di rettangoli di uguale altezza (R1, R2, R3 .....)

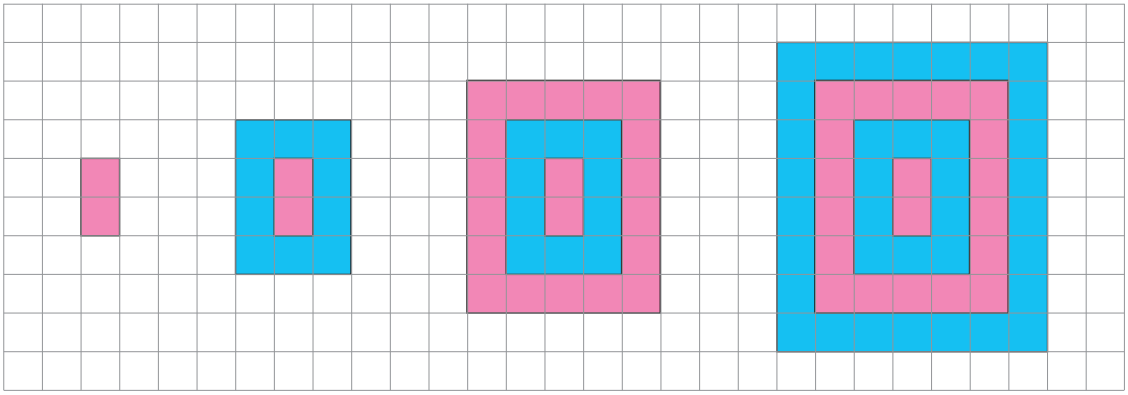


Calcola il perimetro di ogni rettangolo della serie rispetto all'unità di misura *u* e completa la seguente tabella.

RETTANGOLI	R1	R2	R3	R4	R5	.....
PERIMETRI	.....	.....	.....	.....	.....	.....

Nella successione di numeri costituita dalle misure dei perimetri dei rettangoli si individua una regolarità: il successivo di un numero qualsiasi di questa successione si ottiene addizionando 2.
Completa.
Il perimetro di R1 è uguale a 6
Il perimetro di R2 è uguale a 6 + 2 = 8
Il perimetro di R3 è uguale a 8 + 2 = ... oppure 6 + 2 + 2
Il perimetro di R4 è uguale a ... + 2 = ... oppure 6 + 2 + 2 + 2
Il perimetro di R5 è uguale a ... + 2 = ... oppure 6 + ...
Completa.
Il perimetro di R7 è uguale a .....
Il perimetro di R9 è uguale a .....
Il perimetro di R12 è uguale a .....

- Si sta costruendo un mosaico di forma rettangolare: al centro ci sono due piastrelle rosa, poi la prima cornice con 10 piastrelle blu, poi la seconda con 18 piastrelle rosa, poi ancora una cornice con 26 piastrelle blu e così via.

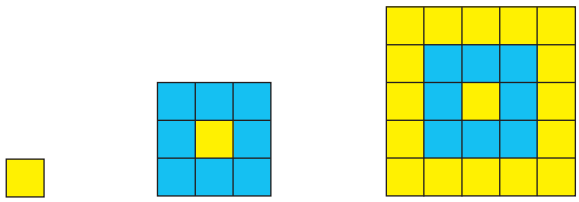


Completa la tabella.

CORNICE	1	2	3	4	5	
PIASTRELLE UTILIZZATE	10	18				

Osservi una regolarità? …… Esprimila con le tue parole: .....
.....
Di che colore sono le piastrelle della sesta cornice? …… Quante sono? ……
Di che colore sono le piastrelle della nona cornice? …… Quante sono? ……
Di che colore sono le piastrelle della dodicesima cornice? …… Quante sono? ……

- Osserva quest'altro mosaico di forma quadrata nel cui centro è stata posata una piastrella gialla, poi la prima cornice costituita da 8 piastrelle azzurre, poi la seconda cornice con 16 piastrelle gialle e così via.

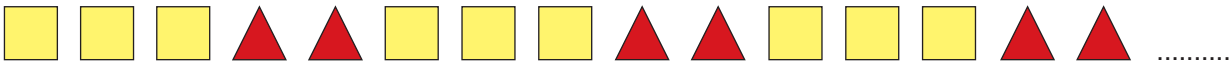


Completa la tabella.

CORNICE	1	2	3	4	5	
PIASTRELLE UTILIZZATE	8					

Osservi una regolarità? …… Esprimila con le tue parole: .....
.....
Di che colore sono le piastrelle dell'ottava cornice? …… Quante sono? ……
Di che colore sono le piastrelle dell'undicesima cornice? …… Quante sono? ……
Di che colore sono le piastrelle della quindicesima cornice? …… Quante sono? ……

- Una decorazione è composta da una sequenza di quadrati e di triangoli. Comincia con tre quadrati, poi due triangoli, poi ancora tre quadrati seguiti da due triangoli e così via.



Rispondi alle seguenti domande.
– Il sedicesimo elemento della successione è un quadrato o un triangolo? …… E il ventisettesimo? …… E il quarantottesimo? ……
– Il decimo triangolo quale posizione occupa nella successione? ……
– Il diciottesimo quadrato quale posizione occupa nella successione? ……
– Quale posizione occupa il trentesimo triangolo? ……
– Quali posizioni occupano i quadrati centrali in una successione formata da 50 elementi? .....
.....
– Se per la decorazione sono stati usati in tutto 150 elementi, quanti sono i quadrati? ……
Quanti i triangoli? ……
– Se per un'altra decorazione sono stati usati in tutto 198 elementi, quanti sono i quadrati? ……
Quanti i triangoli? ……

Schede storiche e curiosità

L'approssimazione: matematici perfetti o precisi?

La matematica una scienza perfetta? Chi ha mai detto questo!?! Tutt'al più precisa!
A dire il vero gli antichi Pitagorici avevano formato una scuola dalle ferree regole tutta dedita allo studio dei numeri con l'illusione di potere dimostrare che ogni cosa fosse esprimibile tramite numeri interi, e ciò dava ai calcoli una veste di perfezione. Non appena fu scoperto che **radice di due** non poteva essere espresso come rapporto di due numeri interi, grande fu l'agitazione dei maestri pitagorici perché ciò metteva in discussione i principi teorici dei loro insegnamenti, tanto da imporre il segreto in merito alla scoperta di questo nuovo numero. La leggenda narra che un allievo che aveva rivelato l'esistenza di queso nuovo numero fu ucciso dagli dei che lo fecero morire in un naufragio; un'altra leggenda dice che fu ucciso dagli stessi pitagorici.
Il problema era che un numero di tal genere era un **decimale illimitato non periodico**, un numero, cioè, le cui cifre dopo la virgola si succedono senza alcuna regolarità all'infinito, impossibile quindi anche da scrivere correttamente: bisognava ogni volta accontentarsi di una sua approssimazione che, per quanto il più possibile vicina al numero, era sempre una approssimazione.
Ben presto, intanto, ci si accorse che i nuovi numeri, non solo radice di due, ma tutti quelli che oggi noi chiamiamo irrazionali, avevano pieno titolo accanto agli altri insiemi numerici: il problema era decidere come utilizzarli.
I matematici, che sono precisi, hanno così creato la regola per l'approssimazione di un numero; è quella che già conosciamo e con l'introduzione dell'euro abbiamo utilizzato ogni qual volta occoreva fare una conversione da lire in euro: se la prima cifra della parte che viene trascurata è un numero minore di cinque, basta non trascrivere la parte da trascurare; se, invece, la prima cifra della parte che viene trascurata è un numero maggiore o uguale a cinque, è sufficiente aumentare di una unità l'ultima cifra. Così 3,748 approssimato alla prima cifra decimale diventa 3,7.
Con l'andare degli anni l'attività di approssimazione di un numero non venne utilizzata soltanto quando entravano in gioco i numeri irrazionali, ma ha coinvolto diversi campi. Quello che occorre tenere presente è che di volta in volta vengono fissati i limiti di approssimazione a seconda delle attività svolte. Un astronomo, che ha a che fare con l'infinitamente grande, utilizza una approssimazione dell'ordine di 10^{15}; un orologiaio preferisce un'approssimazione di 10^{-6}. In ogni caso, l'operatore sa che la sua misura non è perfetta ma sicuramente, nell'ambito del suo lavoro, la può ritenere sufficientemente precisa.
Per essere ancora più precisi, i matematici hanno costruito una branca della matematica che si chiama "teoria degli errori" e che studia come gli errori, compresi quelli di approssimazione, si propagano quando si svolgono le approssimazioni.

La radice quadrata

Una tavoletta del periodo babilonese antico della collezione conservata a Yale contiene il calcolo della radice quadrata di due numeri con due o tre cifre sessagesimali e la soluzione è scritta con un numero che, in caratteri moderni, può essere adeguatamente scritto come1;24,51,10, ove il punto e virgola è usato per separare la parte intera da quella frazionaria e la virgola viene usata per separare delle basi o cifre sessagesimali.
Così, il valore di $\sqrt{2}$ calcolato dai Babilonesi è uguale approssimativamente a 1,414222, valore che differisce di circa 0,000008 dal valore vero. Ai Babilonesi era relativamente facile raggiungere un notevole gradi di accuratezza nelle loro approssimazioni grazie alla loro notazione frazionaria, la migliore che sia stata mai creata da qualsiasi civiltà fino al Rinascimento.
Nonostante l'efficacia della loro regola per estrarre radici quadrate, sembra che i matematici babilonesi preferissero, come oggi si usa, ricorrere frequentemente alle tavole sempre a portata di mano. Infatti, buona parte della tavolette cuneiformi ritrovate sono raccolte comprendenti tavole di moltiplicazioni, tavole di reciproci e tavole di quadrati e cubi e di radici quadrate e cubiche, redatte, naturalmente, nella notazione sessagesimale cuneiforme.

I rapporti nella realtà quotidiana

Spesso, nella vita di tutti i giorni, si mettono in relazione due grandezze mediante un rapporto.

Vediamo alcuni esempi particolarmente significativi.

Siamo da un fotografo. Entra una signora e dice: «Mi dovrebbe riprodurre questa fotografia riducendola ad un quarto e quest'altra la vorrei ingrandita tre volte».

Evidentemente $\frac{1}{4}$ e 3 sono due rapporti tra le dimensioni delle relative riproduzioni e le fotografie originali, che altro non sono che **riduzioni in scala**.

Nella vostra classe ci sono tante carte geografiche ed in calce ad ognuna c'è un'indicazione di questo tipo:

«scala 1 : 1.000.000, scala 1 : 500.000 ecc.».

Queste diciture esprimono altrettanti rapporti; infatti, la **cartografia** si basa sul concetto di rapporto fra distanze sulla carta e distanze reali.

Ed i **titoli** di metalli preziosi lavorati quali l'oro e l'argento non sono forse rapporti? Sugli oggetti d'oro appare inciso uno di questi due numeri: 18 o 750, mentre sull'argento troviamo generalmente 800.

Questi numeri indicano rispettivamente gli antecedenti dei seguenti rapporti:

$$\frac{18}{24}, \frac{750}{1000} \text{ e } \frac{800}{1000}.$$

I primi due, che sono evidentemente uguali (entrambi equivalgono a $\frac{3}{4}$), indicano che su 24 parti di oro lavorato 18 sono di oro puro o, il che è lo stesso, che su 1000 parti di oro lavorato 750 sono di oro puro. Il terzo rapporto indica che su 1000 parti di argento lavorato 800 sono di argento puro.

Ed ancora le **quotazioni monetarie** esprimono altrettanti rapporti fra le monete quotate.

Ad esempio, se su una tabella che si riferisce ai **cambi**, vediamo scritto «euro/dollaro = 1,2876» significa che il valore dell'euro è 1,2876 quello del dollaro. Così tutte le **misure** di grandezze sono rapporti fra le grandezze da misurare e le rispettive unità di misura.

Sono pure rapporti le **percentuali** e così si potrebbe continuare a lungo perchè tutte le branche della scienza, dalla chimica alla fisica, dalla statistica all'ecologia ecc., utilizzano i rapporti, come avrete occasione di constatare nel corso dei vostri studi.

Currency		Spot
USD	US dollar	1.4343
JPY	Japanese yen	129.27
BGN	Bulgarian lev	1.9558
CZK	Czech koruna	26.105
DKK	Danish krone	7.4415
EEK	Estonian kroon	15.6466
GBP	Pound sterling	0.88995
HUF	Hungarian forint	278.07
LTL	Lithuanian litas	3.4528
LVL	Latvian lats	0.7068
PLN	Polish zloty	4.2028
RON	New Romanian leu	4.2195
SEK	Swedish krona	10.4380
CHF	Swiss franc	1.5053
NOK	Norwegian krone	8.4050
HRK	Croatian kuna	7.2889
RUB	Russian rouble	44.1910
TRY	Turkish lira	2.1791
AUD	Australian dollar	1.6195
BRL	Brasilian real	2.5438
CAD	Canadian dollar	1.5389
CNY	Chinese yuan renminbi	9.7943
HKD	Hong Kong dollar	11.1261
IDR	Indonesian rupiah	13643.99
INR	Indian rupee	67.2490
KRW	South Korean won	1688.18
MXN	Mexican peso	18.3985
MYR	Malaysian ringgit	4.9304
NZD	New Zealand dollar	2.0194
PHP	Philippine peso	66.852
SGD	Singapore dollar	2.0126
THB	Thai baht	47.655
ZAR	South African rand	10.8197
ISK	Icelandic krona - The last rate was published on 3 Dec 2008.	

Gli Egiziani e il problema delle aree

Lo storico greco Erodoto ci dice che la cancellazione dei confini dei terreni per lo straripamento del Nilo rendeva pressante il bisogno di agrimensori. I risultati raggiunti dai "tenditori di corde" dell'antico Egitto suscitarono l'ammirazione di Democrito, esperto matematico e uno dei fondatori della teoria atomistica; oggi si ha l'impressione che tali risultati siano stati sopravvalutati, in parte a causa della stupefacente accuratezza nella costruzione delle piramidi.

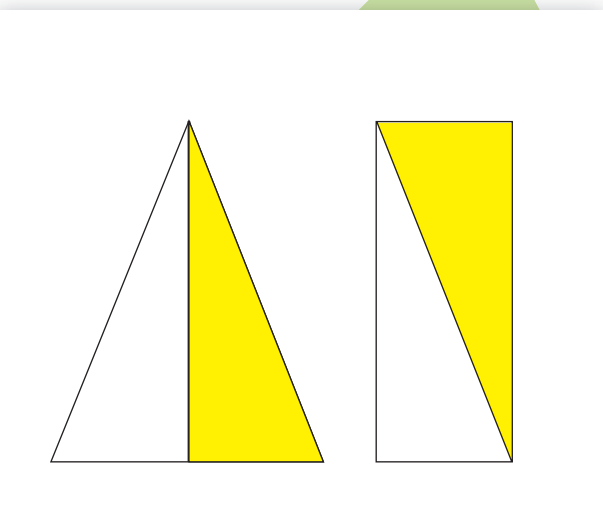
Viene spesso affermato che gli antichi Egiziani fossero a conoscenza del teorema di Pitagora, ma nei papiri che ci sono pervenuti non si riscontra alcun cenno di tale teorema. Nondimeno nel Papiro di Ahmes (dal nome dello scriba che lo trascrisse verso il 1650 a.C.) vi sono alcuni problemi geometrici. Il problema 51 mostra che l'area di un triangolo isoscele veniva trovata prendendo la metà di quella che noi chiameremo la base e moltiplicandola per l'altezza.

Ahmes giustificava il proprio metodo di trovare l'area osservando che il **triangolo isoscele poteva venire concepito come formato da due triangoli rettangoli, uno dei quali poteva venire spostato in modo che insieme i due triangoli formassero un rettangolo (figura 1).**

Il trapezio isoscele viene trattato in maniera simile nel problema 52, dove la base maggiore di un trapezio è 6, la base minore è 4 e la distanza fra esse è 20. Prendendo metà della somma della basi, "così da formare un rettangolo", Ahmes la moltiplicava per 20 per trovare l'area (figura 2).

In trasformazioni come queste, in cui triangoli e trapezi isosceli vengono convertiti in rettangoli, possiamo ravvisare gli inizi di una teoria della equivalenza di figure piane e l'affiorare dell'idea di dimostrazione geometrica. Ma gli Egiziani non svilupparono ulteriormente queste loro intuizioni.

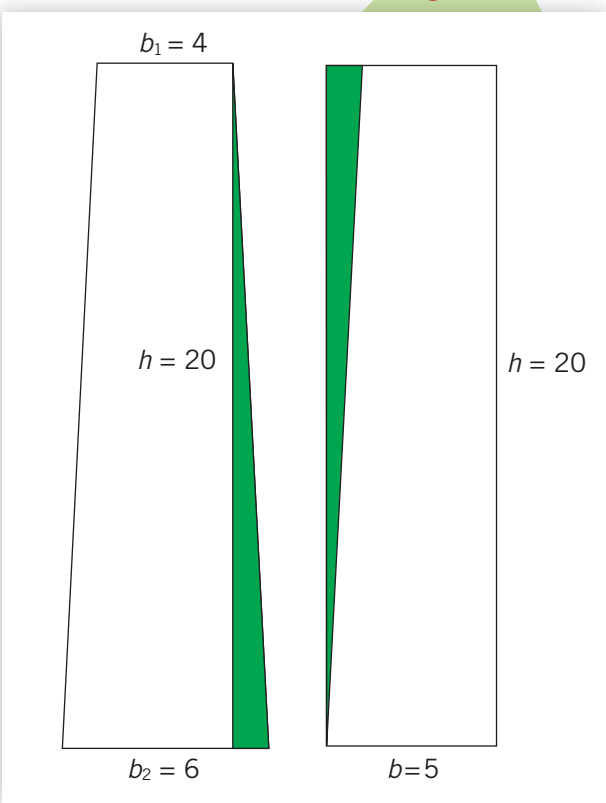
figura 1



Un grave difetto della loro geometria era costituito dalla mancanza di una netta distinzione tra relazioni esatte e relazioni soltanto approssimate. Un atto notarile rinvenuto a Edfu, risalente ad un periodo di circa 1500 anni posteriore al Papiro di Ahmes, presenta esempi di triangoli, trapezi, rettangoli e quadrilateri in senso più generale: la regola per trovare l'area di un quadrilatero qualunque consiste nel prendere il prodotto delle medie aritmetiche dei lati opposti. Per quanto poco precisa sia tale regola, l'autore dell'atto notarile ne deriva un corollario, secondo il quale l'area di un triangolo è uguale a metà della somma dei due lati moltiplicata per la metà del terzo lato.

Carl B. Boyer, *Storia della matematica*, ISEDI, Milano.

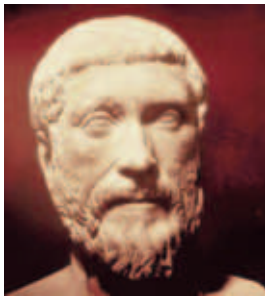
figura 2



Pitagora

UN GENIO MATEMATICO

"Voi avrete un figlio di grande bellezza e di straordinaria intelligenza; egli sarà uno degli uomini più sapienti di tutti i tempi": così disse la sacerdotessa del dio Apollo a Mnesarco e a sua moglie, due abitanti dell'isola di Samo (Mare Egeo). Era il 580 avanti Cristo: lo stesso anno i due sposi ebbero un figlio al quale dettero il nome di Pitagora. Sedici anni dopo, proprio come aveva predetto la sacerdotessa, egli era già famoso in tutta l'isola per le sue qualità singolari.

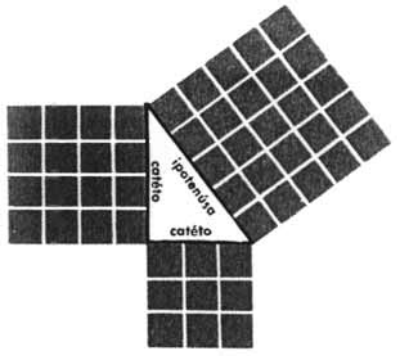


I suoi maestri, non essendo più in grado di rispondere alle sue domande, decisero di mandarlo alla scuola di Talete, il più celebre sapiente dell'epoca. In poco tempo, Pitagora riuscì a sbalordire anche Talete. Il grande sapiente greco non solo riconobbe di non aver più nulla da insegnare al suo allievo, ma si mise anzi a studiare le scoperte matematiche e geometriche di Pitagora.

Fu appunto in quegli anni che il giovane Pitagora ideò la famosa tavola numerica (detta da lui pitagorica), che consente di eseguire tutte le operazioni fondamentali coi primi nove numeri. E non basta. Sempre in quel periodo, enunciò parecchi teoremi di geometria: quello, per esempio, che la somma degli angoli di qualunque triangolo è uguale a due angoli retti; l'altro, secondo il quale l'area del quadrato costruito sul lato più lungo (ipotenusa) di un triangolo rettangolo è uguale alla somma delle aree dei quadrati costruiti sugli altri due lati (cateti), e altri ancora. Ma gli interessi di Pitagora non erano rivolti soltanto alla matematica e alla geometria. Desideroso di conoscere le scienze e le religioni dei popoli più progrediti, decise di intraprendere un lungo viaggio.

IN GIRO PER IL MONDO

Sembra che la prima tappa del suo viaggio sia stata la Siria. Là visse alcuni anni in un santuario per meditare sulla religione di quel popolo. Passò quindi in Arabia, poi nella Caldea, in Persia e fino in India. Ultima tappa, l'Egitto: e qui rimase per più di vent'anni, dal 547 al 525 a. C. Durante questo lungo soggiorno, egli non solo apprese le cognizioni scientifiche del popolo egiziano, ma riuscì anche a far parte del collegio dei sacerdoti per poter conoscere i misteri della loro religione. Ormai Pitagora poteva considerarsi l'uomo più sapiente dell'epoca: egli conosceva a fondo tutto lo scibile umano. Ma la sua sapienza non si arrestava qui. Grande genio qual era, egli si era andato formando delle teorie personalissime sulla religione e su tutte le scienze che aveva studiato (matematica, geometria, astronomia, musica, geografia, medicina). Ora a cinquantacinque anni, aveva un unico desiderio: rientrare in patria e fondare una scuola per insegnare le sue teorie. Ma soprattutto voleva accrescere il sentimento religioso del popolo greco e insegnare ai giovani a vivere austeramente.



Una dimostrazione del teorema di Pitagora: sommando i quadratini dei due quadrati minori, si nota che sono in numero uguale a quelli del quadrato maggiore.

LA SCUOLA DI CROTONE

Ma in patria non poté mettere piede. A Samo governava allora il tiranno Policrate, che aveva fatto chiudere templi e scuole. Allora Pitagora decise di stabilirsi a Crotone (Calabria), una città della Magna Grecia. Venuti a conoscenza dei suoi principi, i cittadini più autorevoli gli affidarono con entusiasmo l'educazione dei loro figli. Pitagora poté così fondare la sua scuola, che venne subito frequentata da centinaia di giovani. Egli stabilì per i suoi allievi delle regole molto rigide. Per prima cosa essi dovevano imparare ad ascoltare, obbedire e tacere. Ecco alcune norme che dovevano essere rispettate rigorosamente: "Onora sopra ogni cosa gli Dei — Onora il padre e la madre — Abituati a comandare alla fame, al sonno, alla pigrizia e alla collera".

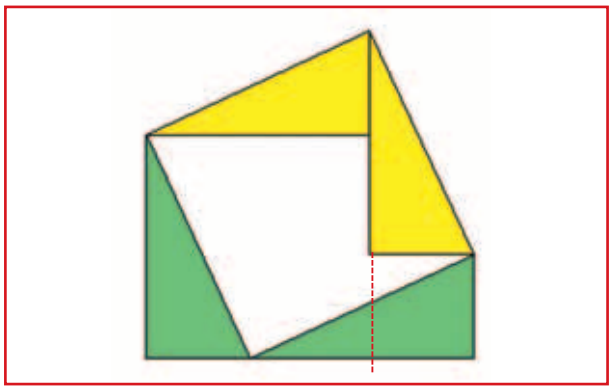
Le materie di insegnamento erano quattro: geometria, matematica, astronomia e musica. I corsi di studio duravano cinque anni. Assistere alle lezioni di Pitagora era ritenuto un sommo privilegio: lo potevano ottenere soltanto quegli studenti che riuscivano a superare i difficilissimi esami alla fine del terzo anno.

Gli allievi usciti dalla scuola di Pitagora furono molto apprezzati dal popolo di Crotone e riuscirono così ad occupare le più alte cariche del governo. Ma poiché essi appoggiarono il partito aristocratico, quello popolare si schierò contro di loro. Una sera, mentre Pitogora si trovava con una quarantina di discepoli nella casa di un suo amico, il popolo diede fuoco all'edificio. Quasi tutti trovarono la morte tra le fiamme. Si narra che Pitagora sia riuscito a scampare all'incendio, ma che, inseguito dai suoi nemici, sia stato catturato e ucciso. Stando a quanto dicono alcuni storici, era l'anno 500 avanti Cristo: Pitagora aveva quindi ottant'anni.

da: *Enciclopedia "Conoscere"*

Un'altra dimostrazione semplicissima del teorema di Pitagora

La **parte bianca** insieme ai due triangoli gialli forma il quadrato dell'ipotenusa, mentre insieme ai due triangoli verdi, uguali ai gialli, dà i quadrati dei cateti. Naturalmente, anche qui l'evidenza visiva deve essere accompagnata da una dimostrazione, che ognuno può fare da sé.
Sembra che la dimostrazione precedente sia stata trovata da G. B. Airy, astronomo dell'osservatorio di Greenwich dal 1836 al 1881, intorno al 1855. Nella parte bianca della figura, Airy scrisse la poesiola che segue:



I am, as you may see,
$a^2 + b^2 - ab$.

When two triangles on me stand,
Square of hypothenuse is plann'd;
But if I stand on them instead,
The squares of both sides are read.

la cui traduzione può essere:

Mi presento, signori, eccomi qui:
$a^2 + b^2 - ab$.

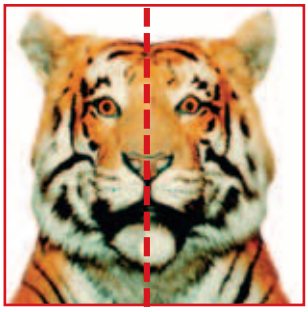
Con due triangoli sopra, chiedo scusa*
Ecco il quadrato dell'ipotenusa.
Ma se questi di sotto stanno quieti
Si formano i quadrati dei cateti.

*Di "chiedo scusa", amici, chiedo scusa, non ho la rima dell'ipotenusa...

http://www.math.unifi.it/archimede/archimede/pitagora/exh_pitagora/scheda3.html

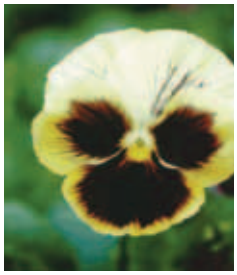
La simmetria negli esseri viventi

Il concetto di simmetria è di grande importanza negli esseri viventi. In Biologia si parla di simmetria per descrivere, secondo diversi modelli, la forma di varie categorie di animali. La simmetria di gran lunga predominante è la **simmetria bilaterale**, in assoluto la più comune, nella quale l'organismo è divisibile in modo simmetrico, o speculare, rispetto a un piano mediano (come avviene anche nell'uomo).



Anche nel mondo vegetale si può assistere alla simmetria bilaterale in cui i vari organi sono divisi da un solo piano di simmetria che li divide in due parti speculari. I fiori che rispondono a questa disposizione si chiamano zigomorfi (zigo = coppia)

Viola del pensiero



Orchidea

Nei fiori

Nelle foglie

In natura si parla invece di forme a **simmetria raggiata** quando le varie parti del corpo sono disposte intorno ad un asse centrale, come i raggi di una ruota intorno al mozzo. Se consideriamo una stella marina, possiamo individuare un punto centrale da cui si dipartono cinque raggi di simmetria, corrispondenti ai bracci della stella, che ruotando di un determinato angolo ricostruiscono la stella stessa.
Se i raggi sono in numero pari si parla di **simmetria centrale**; questa tuttavia è maggiormente presente nel regno vegetale.
Nel **mondo animale** esempi di simmetria raggiata si hanno nei **Celenterati** e negli **Echinodermi**.
La simmetria raggiata è una caratteristica della maggior parte degli animali fissi o fluttuanti nell'acqua o con movimenti molto lenti e senza una precisa direzione.
Tale caratteristica si rivela particolarmente adatta in questa situazione di immobilità: infatti il cibo può sempre essere catturato, da qualunque parte arrivi. Nessun animale a simmetria raggiata vive sulla terraferma, dove occorre spostarsi attivamente alla ricerca del cibo.
Anche nel **mondo vegetale** si parla di simmetria raggiata quando le parti che compongono un organo sono disposte intorno ad un centro.
I fiori che rispondono a questa disposizione vengono detti attinomorfi (attino = raggio).

Esempio di simmetria raggiata in cui una parte viene ripetuta 3 volte o un suo multiplo (**trimera**).

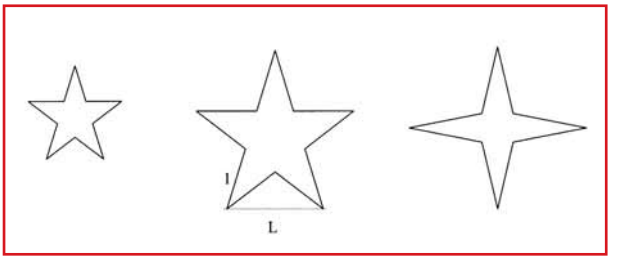
Esempio di simmetria raggiata in cui una parte viene ripetuta 5 volte (**pentamera**).

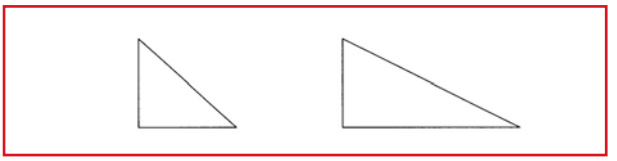
Esempi di tale simmetria si trovano anche nelle **Composite**, che sono infiorescenze i cui singoli fiorellini nella parte più esterna richiamano l'aspetto dei petali di un unico fiore.

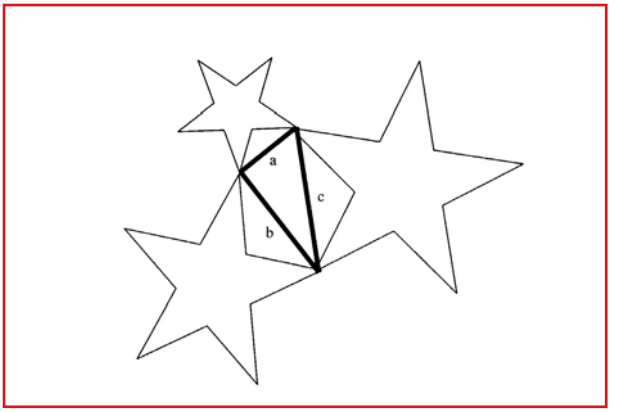
Se le parti sono ripetute un numero pari di volte si può parlare di **simmetria centrale**.

Figure simili

Nell'enunciato del teorema di Pitagora, i quadrati possono essere sostituiti da altre figure, come ad esempio triangoli, esagoni, o anche figure irregolari, purché simili tra loro.
Le figure simili sono quelle che differiscono solo per grandezza, ma non per forma. In altre parole, due figure simili sono l'una l'ingrandimento dell'altra. Ad esempio, le due stelle a cinque punte sono simili, mentre non sono simili una stella a cinque punte e una a quattro punte.
Analogamente, sono simili due triangoli con i lati doppi l'uno dell'altro, mentre non lo sono quelli nella figura al centro perché in questo caso l'ingrandimento si fa in una sola direzione. Osserviamo che tutti i quadrati sono simili tra loro, come pure tutti i cerchi e tutti i poligoni regolari con lo stesso numero di lati.
Una proprietà delle figure simili, che spiega perché si possono sostituire ai quadrati nel teorema di Pitagora, è che le loro aree sono proporzionali ai quadrati di segmenti corrispondenti.
Se prendiamo un triangolo rettangolo, e adattiamo tre stelle ai suoi tre lati, come nella figura a fianco, l'area della stella sull'ipotenusa è uguale alla somma delle aree delle stelle sui cateti.







LUNULE

Un caso interessante è quando le figure simili sono semicerchi. Ancora una volta la somma dei semicerchi sui cateti è uguale al semicerchio sull'ipotenusa (fig. 1). Se ora ribaltiamo quest'ultimo, e togliamo sia al semicerchio grande che ai due piccoli le parti rosse in comune, le figure che restano, cioè il triangolo e le due figure gialle a forma di luna (che si chiamano lunule, dal latino lunulae, piccole lune), avranno area uguale (fig. 2).

figura 1

Se poi il triangolo è isoscele, una lunula è equivalente a mezzo triangolo (fig. 3). Questo è il primo caso storicamente accertato (la dimostrazione è attribuita a Ippocrate di Chio) in cui si è dimostrato che una figura rettilinea (il triangolo) è equivalente a una curvilinea (la lunula).

http://www.math.unifi.it/archimede/archimede/pitagora/exh_pitagora/scheda6.htm

figura 2

figura 3

Costruzioni a pianta circolare

L'uomo fin dalla preistoria ha avvertito la necessità urgente di un ricovero. Di seguito vi presentiamo alcune immagini di antiche strutture-ricovero.

Queste semplici strutture-ricovero si riallacciano, come vedete, a forme geometriche note, ossia il cono, l'emisfero, il cilindro accoppiato al cono ed il tronco di cono, la cui pianta comune è il cerchio. Il cerchio, che abitualmente viene preso in considerazione dopo tutte le altre figure piane, sembra proprio aver fatto la sua comparsa per primo. Perché proprio al cerchio il privilegio di questa priorità?

Cercheremo di dare insieme una risposta ponendoci una serie di altre domande.

A quale esigenza fondamentale doveva soddisfare la costruzione di un ricovero?

Quali materiali aveva l'uomo primitivo a disposizione per questo? Aveva dei modelli a cui ispirarsi?

Possiamo dire senz'altro che l'esigenza primaria a cui doveva rispondere il ricovero era quella della stabilità della costruzione, della sua resistenza agli agenti atmosferici, quali pioggia, neve, grandine ecc. e da qui la ricerca della forma più rispondente a queste necessità.

Il materiale di cui l'uomo si poteva servire era ciò che la natura gli offriva, tronchi, rami, foglie, paglia, fango e pietre.

I modelli da seguire, se si escludono quelli naturali, quali le grotte, nessuno.

È stato quindi necessario provare e riprovare ed è stato attraverso numerosi insuccessi che sono nate forme stabili e relativamente sicure. Queste forme hanno, come già vi abbiamo fatto notare, una caratteristica comune: la pianta circolare. Su questa forma, spontanea e facilmente realizzabile, nascono le forme coniche, cilindro coniche ecc., forme ben equilibrate perché hanno un'altra importante caratteristica comune, la simmetria che è una delle leggi cui spesso obbedisce la natura nelle sue molteplici forme di vita.

Nuraghe (abitazione-fortezza)

Iglu

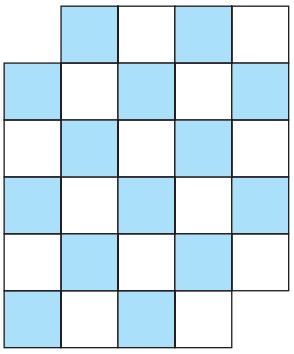
Capanna di pali e erba

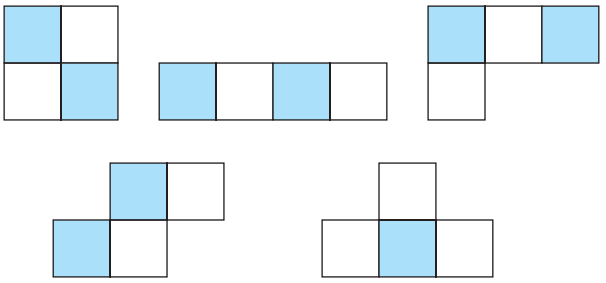
Capanna di pali e pelli

Giochi

Gioco 1

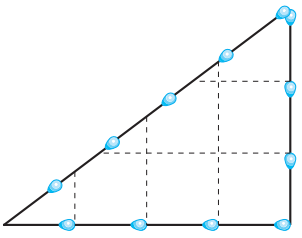
Per pavimentare la seguente superficie si hanno a disposizione piastrelle delle cinque forme illustrate. Utilizzando un tipo di piastrella anche più di una volta, in che modo potresti ricoprire la superficie? (***N.B.**: esistono più soluzioni*)





Gioco 2

Il seguente triangolo è formato da 12 fiammiferi, 5 costituiscono l'ipotenusa, 4 il cateto maggiore e 3 quello minore. L'area di questo triangolo è costituito da 6 quadretti aventi per lato un fiammifero ($4 \times 3 : 2 = 6$).
Spostando i fiammiferi costruisci altri due poligoni aventi lo stesso perimetro del triangolo rettangolo (cioè isoperimetrici), ma con area rispettivamente di 4 e 3 quadretti.



Gioco 3

Cancellando tutte le lettere che compongono le parole che corrispondono alle seguenti definizioni otterrai una frase. Le parole che corrispondono alle definizioni possono essere scritte in orizzontale, in verticale, in diagonale da destra a sinistra e, a volte, una stessa lettera può appartenere a due parole.

Definizioni

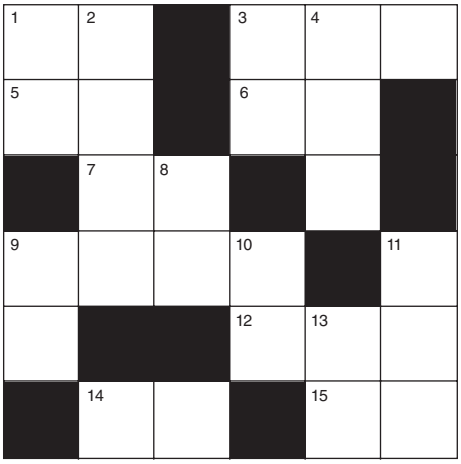
- lettera con cui si indica la variabile indipendente;
- numero delle cifre decimali nell'approssimazione ai millesimi;
- radice quadrata di 81;
- radice quarta di 1;
- la formula $m = \frac{I \cdot 1200}{C \cdot r}$ si usa per calcolare il tempo espresso in .....;
- radice cubica di ventisette;
- quadrilatero con quattro lati congruenti e gli angoli a due a due congruenti;
- estraendo la radice quadrata dell'area di un quadrato si ottiene la misura del suo .....;
- uguaglianza fra due rapporti;
- misura della superficie di un poligono;
- numero di cui si deve estrarre la radice;
- relazione che esprime una corrispondenza univoca tra due insiemi;
- proprietà che riguarda i medi e gli estremi di una proporzione;
- numero che esprime il rapporto tra l'apotema e il lato di un poligono regolare;
- somma dei lati di una figura piana;
- secondo oppure terzo termine di una proporzione;
- le frazioni costituiscono l'insieme dei numeri .....;
- segmento che congiunge due punti di una circonferenza;
- tre numeri a, b, c che soddisfano l'uguaglianza $a^2 = b^2 + c^2$ costituiscono una ..... pitagorica;
- cifra o gruppo di cifre decimali che si ripetono in modo illimitato;
- raggio di una circonferenza inscritta in un poligono;
- un lato del triangolo rettangolo.

P	E	R	I	O	D	O	A	T	E	O
A	R	E	A	R	E	M	E	D	I	O
R	A	O	R	T	E	M	I	R	E	P
A	D	M	P	T	A	F	L	S	E	E
Z	I	D	O	O	I	U	A	R	E	R
I	C	P	I	S	R	N	T	O	P	M
O	A	I	S	C	A	Z	O	M	T	U
N	N	O	U	O	N	I	I	B	N	T
A	D	A	N	R	R	O	X	O	E	A
L	O	G	O	D	E	N	V	R	N	R
I	O	R	C	A	T	E	T	O	A	E

Gioco 4

CRUCINUMERO

AREE DEI POLIGONI (tutte le misure sono riferite alla stessa unità di misura)

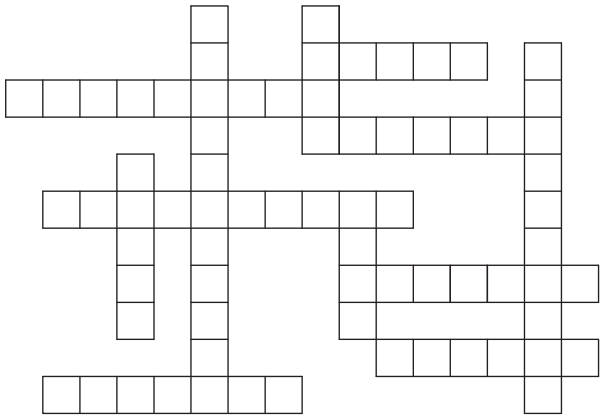


ORIZZONTALI. **1)** L'area del quadrato la cui diagonale misura 14. **3)** Il doppio dell'area di un rettangolo le cui dimensioni misurano 14 e 20. **5)** La misura del cateto di un triangolo rettangolo di area 624 e con l'altro cateto che misura 24. **6)** La base di un triangolo di area 729 e altezza 27. **7)** L'area di un triangolo, sapendo che ha la stessa base e la stessa altezza di un rettangolo la cui area è 104. **9)** L'area del trapezio la cui altezza è 24 e la base maggiore, che misura 54, è i $\frac{9}{5}$ di quella minore. **12)** L'area di un trapezio sapendo che la somma e la differenza delle basi sono rispettivamente 60 e 15 e che la base minore è i $\frac{5}{6}$ dell'altezza. **14)** La misura dei cateti di un triangolo rettangolo isoscele sapendo che l'area è uguale a 392. **15)** L'area di un rombo che ha le diagonali congruenti alle due dimensioni di un rettangolo la cui area è 54.

VERTICALI. **1)** La misura di una diagonale di un deltoide la cui area è di 1900 e l'altra diagonale misura 40. **2)** L'area del rettangolo in cui la somma della base e dell'altezza è 185 e una è i $\frac{15}{22}$ dell'altra. **3)** La misura del lato del quadrato con area uguale a 3025. **4)** L'area del trapezio in cui le due basi e l'altezza misurano 18, 14 e 40. **8)** La misura della base di un rettangolo, sapendo che l'area è uguale a 300 e l'altezza è $\frac{3}{4}$ della base. **9)** La misura della diagonale maggiore di un rombo sapendo che l'area è uguale a 108 e la diagonale minore è $\frac{2}{3}$ della maggiore. **10)** La misura del perimetro di un parallelogramma, sapendo che l'area è uguale a 412,50, un lato misura 27,5 e l'altezza relativa all'altro lato misura 25. **11)** L'area di un rombo, sapendo che la differenza tra le due diagonali è 17,2 e la diagonale minore misura 13,8. **13)** L'altezza di un triangolo, sapendo che l'area è uguale a 96 e la base misura 16.

Gioco 5

Reticolato.



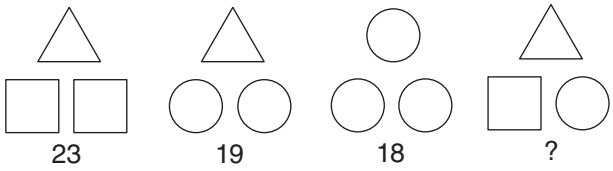
Inserisci opportunamente nelle caselle le lettere dei nomi che corrispondono alle seguenti definizioni:

- nel triangolo equilatero si calcola moltiplicando la misura del lato per 0,866;
- è costituita da tre numeri;
- parte di un radicale;
- nel quadrato è uguale alla misura del lato per $\sqrt{2}$;
- secondo termine di un rapporto;
- si usa per rappresentare graficamente i dati espressi in percentuale;
- il secondo e il terzo termine di una proporzione;
- misura della superficie di un poligono;
- insieme numerico costituito dall'unione dei numeri razionali e di quelli irrazionali;
- il primo e il quarto termine di una proporzione;
- proporzionalità che si esprime con la funzione $y = kx$;
- proporzionalità che si esprime con la funzione $y = x^2$.

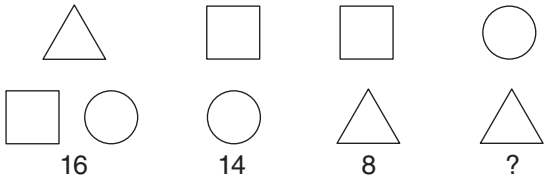
Gioco 6

Ogni quesito è formato da alcuni gruppi di figure geometriche. Sotto ogni gruppo c'è scritto un numero che rappresenta il valore complessivo dello stesso, ottenuto sommando i valori delle figure che formano il gruppo. A figure uguali corrispondono valori uguali. Determina il valore complessivo del gruppo sotto il quale c'è un punto interrogativo.

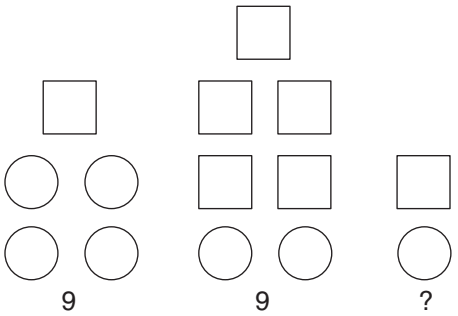
PRIMO QUESITO



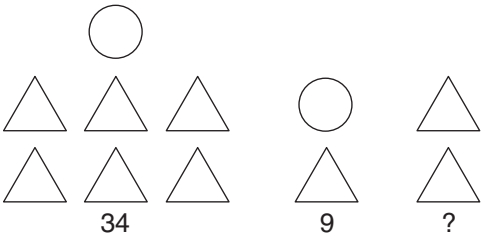
SECONDO QUESITO



TERZO QUESITO



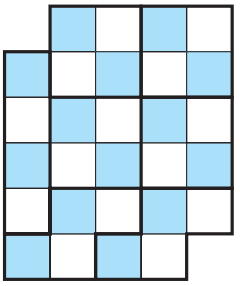
QUARTO QUESITO



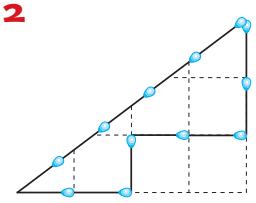
Soluzioni dei giochi

Gioco 1

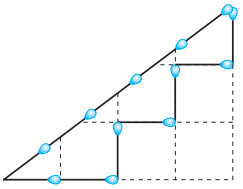
Una soluzione possibile è:



Gioco 2



l'area di questo poligono
è 6 – 2 = 4 quadretti



l'area di questo poligono
è 6 – 3 = 3 quadretti

Gioco 3

P	E	R	I	O	D	O	A	T	E	O
A	R	E	A	R	E	M	E	D	I	O
R	A	O	R	T	E	M	I	R	E	P
A	D	M	P	T	A	F	L	S	E	E
Z	I	D	O	O	I	U	A	R	E	R
I	C	P	I	S	R	N	T	O	P	M
O	A	I	S	C	A	Z	O	M	T	U
N	N	O	U	O	N	I	I	B	N	T
A	D	A	N	R	R	O	X	O	E	A
L	O	G	O	D	E	N	V	R	N	R
I	O	R	C	A	T	E	T	O	A	E

Gioco 4

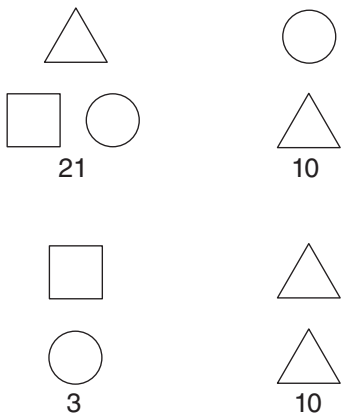
Reticolato.

1 9	2 8	■	3 5	4 6	0
5 5	2	■	6 5	4	■
■	7 5	8 2	■	0	■
9 1	0	0	10 8	■	11 2
8	■	■	12 8	13 1	0
■	14 2	8	■	15 2	7

Gioco 5

								C			A												
								O			R	E	A	L	I							Q	
D	I	A	G	O				N	A	L	E											U	
								S			A	L	T	E	Z	Z						A	
					T			E														D	
A	R				E	O		G	R	A	M	M	A									R	
					R			U				E										A	
					N			E				D	I	R	E	T						T	A
					A			N				I										I	
								T					I	N	D	I						C	E
E	S	T	R	E	M	I																A	

Gioco 6



Per prepararti alla “prova nazionale”

1. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Applicare le percentuali

Un capo di abbigliamento, che a giugno costava 70 euro, nel mese di luglio è stato messo in vendita con un aumento del 10% del prezzo iniziale. Nel mese di agosto, durante i saldi, il prezzo è stato diminuito del 10% rispetto a quello del mese precedente. Quale affermazione è vera?

A Il prezzo ad agosto è uguale a quello di giugno
B Il prezzo ad agosto è minore di quello di giugno
C Il prezzo ad agosto è maggiore di quello di giugno
D Il prezzo ad agosto è maggiore di quello di luglio

2. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Confrontare ed ordinare numeri

Dati i numeri $\sqrt{2}$, $1,\overline{41}$ e $1,4\overline{2}$, quale delle seguenti scritture è vera?

A $1,4\overline{2} > 1,\overline{41} > \sqrt{2}$
B $1,\overline{41} > \sqrt{2} > 1,4\overline{2}$
C $1,\overline{41} < \sqrt{2} < 1,4\overline{2}$
D $\sqrt{2} < 1,\overline{41} < 1,4\overline{2}$

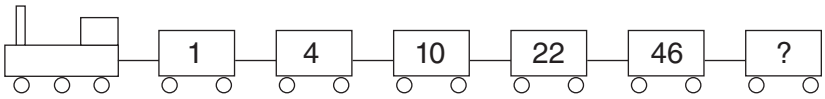
3. **Tipologia:** Dati e previsioni
Abilità: Calcolare la probabilità di un evento

In un sacchetto ci sono 40 gettoni: $\frac{1}{4}$ sono gialli, 16 sono rossi e i rimanenti sono verdi. La probabilità di estrarre un gettone verde dal sacchetto è:

A $\frac{2}{3}$
B $\frac{1}{3}$
C $\frac{7}{40}$
D $\frac{7}{20}$

4. **Tipologia:** Relazioni e funzioni
Abilità: Individuare la legge che regola una successione numerica

Qual è il numero dell’ultimo vagone del trenino?



A 48
B 94
C 72
D 88

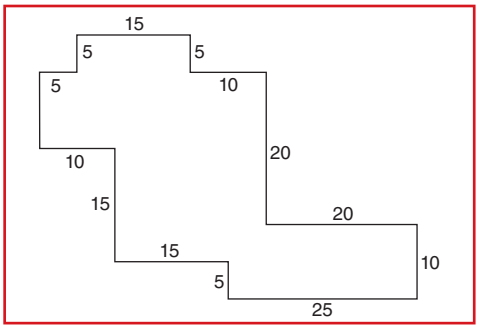
5. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Applicare le formule per calcolare le aree dei poligoni

La lunghezza di un campo rettangolare è di 90 m e l’area è di 3600 m^2. Qual è la lunghezza di un altro campo rettangolare la cui area e la cui larghezza sono entrambe la metà delle corrispondenti del primo campo?

A 40 m
B 20 m
C 90 m
D 45 m

6. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Calcolare le aree di figure piane

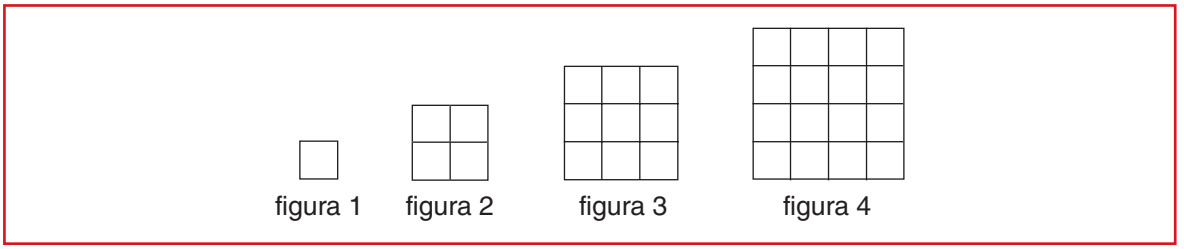
Un giardino ha la forma uguale a quella della figura disegnata a fianco. Le lunghezze dei lati sono espresse in metri e tutti gli angoli sono retti. L'area del giardino, in m^2, è uguale a:



A 700
B 900
C 750
D 850

7. **Tipologia:** Relazioni e funzioni
Abilità: Individuare la legge che regola una successione di figure

Le seguenti figure sono quadrati divisi in quadratini congruenti



Se si prolungasse la successione fino alla figura 9, quanti quadratini si potrebbero contare?

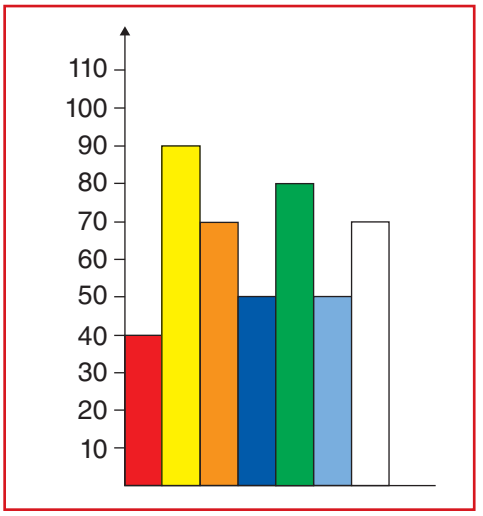
Risposta: .....

Indicando con *y* la misura del lato di un quadrato grande e con *x* il numero di quadratini che compongono il quadrato grande, qual è la relazione che intercorre tra le due grandezze?

Risposta: .....

8. **Tipologia:** Dati e previsioni
Abilità: Calcolare percentuali

Il diagramma a colonne disegnato di fianco rappresenta i risultati di un sondaggio sul colore preferito da 450 ragazzi.
Qual è la percentuale dei ragazzi che hanno scelto il colore giallo?

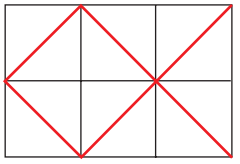


A 30%
B 35%
C 25%
D 20%

9. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Individuare figure equiestese

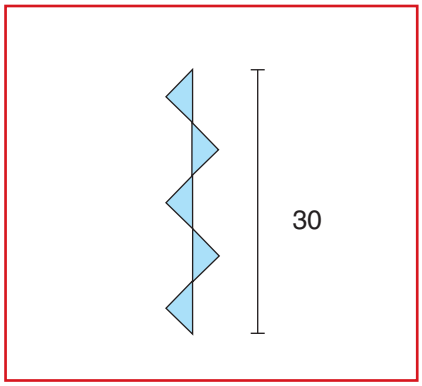
Il rettangolo disegnato è formato da 6 quadrati congruenti. Quanti dei triangoli individuabili nella figura sono equivalenti a ciascuno dei 6 quadrati che costituiscono il rettangolo?

A 3
B 7
C 5
D 4



10. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Calcolare le aree dei poligoni

La figura disegnata di fianco è costituita da 5 triangoli rettangoli isosceli congruenti.
Calcola l'area della parte colorata.



A 45 cm^2
B 40 cm^2
C 36 cm^2
D 54 cm^2

11. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Applicare il concetto di rapporto

Per preparare un dolce si devono unire 1 parte di zucchero con 5 parti di farina. Per errore Giovanna ha mescolato 5 parti di zucchero con 1 di farina, ottenendo 3 etti di miscuglio. Aggiungendo una opportuna quantità di farina Giovanna può ottenere un miscuglio in cui sono rispettate le proporzioni stabilite. Quanti etti di farina le basta aggiungere?

A 6,5 **B** 12,5 **C** 12 **D** 6

12. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Calcolare il termine incognito di una proporzione

Il valore di x nella proporzione $x : \sqrt{1296} = \sqrt{16} : x$ è:

A 36 **B** 12 **C** 144 **D** 72

13. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Confrontare ed ordinare i numeri

Dati numeri $2,\overline{2}$; $2,235$; $\sqrt{5}$ e $2,\overline{23}$, in quale delle seguenti scritture i numeri sono ordinati in modo crescente?

A $\sqrt{5}$; $2,235$; $2,\overline{23}$; $2,\overline{2}$
B $2,235$; $2,\overline{23}$; $\sqrt{5}$; $2,\overline{2}$
C $2,\overline{23}$; $2,\overline{2}$; $2,235$; $\sqrt{5}$
D $2,\overline{2}$; $2,\overline{23}$; $2,235$; $\sqrt{5}$

14. **Tipologia:** Relazioni e funzioni
Abilità: Individuare la funzione che rappresenta la corrispondenza tra due grandezze

Qual è la funzione che rappresenta la corrispondenza tra il numero x di biglietti d'ingresso al cinema e la spesa totale y per acquistarli, sapendo che ogni biglietto costa 5,50 euro?

A $y = 5,50 \cdot x$ **B** $x = 5,50 \cdot y$ **C** $xy = 5,50$ **D** $y = 5,50 : x$

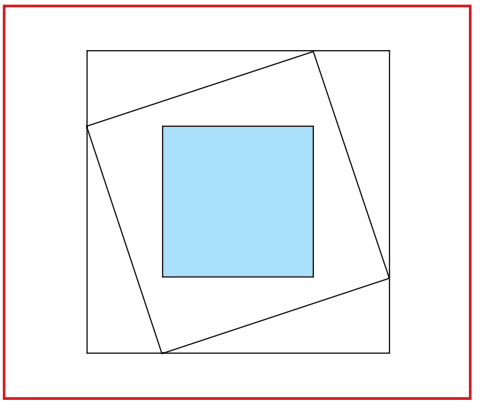
15. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Applicare il concetto di percentuale

Quali delle seguenti affermazioni è vera, sapendo che il 23% di una bevanda è succo di pompelmo?

A $\frac{1}{23}$ è succo di pompelmo
B Su 1 litro di bevanda 230 dl sono succo di pompelmo
C Su mezzo litro di bevanda 115 cl sono succo di pompelmo
D Su mezzo litro di bevanda 115 ml sono succo di pompelmo

16. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Calcolare l'area dei poligoni

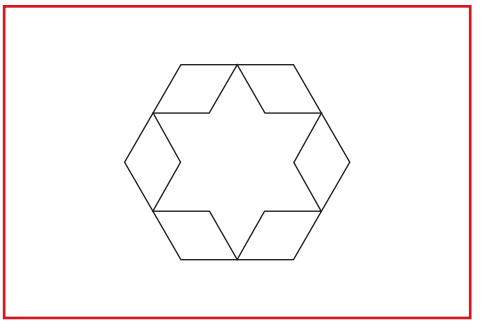
Il quadrato più grande ha area 32 cm^2, il più piccolo ha area 8 cm^2. Qual è l'area del quadrato in posizione obliqua?



A 12 cm^2
B 20 cm^2
C 24 cm^2
D 18 cm^2

17. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Calcolare l'area di figure geometriche

La stella disegnata a lato è stata realizzata unendo i punti medi dei lati di un esagono regolare con i punti medi dei raggi della circonferenza circoscritta all'esagono. Se l'area della stella è 12 cm^2, qual è l'area dell'esagono?



A 48 cm^2
B 12 cm^2
C 36 cm^2
D 24 cm^2

18. **Tipologia:** Relazioni e funzioni
Abilità: Individuare gli elementi di una successione

Una collana è formata da una sequenza di perline colorate: tre rosse, quattro gialle, tre blu, e poi ancora tre rosse, quattro gialle, tre blu e così via per un totale di 485 perline.

Di che colore è l'ultima perlina? .....

Quante sono in tutto le perline rosse? .....

Quante sono in tutto le perline blu? .....

19. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Utilizzare le scale di riduzione di una carta geografica

La distanza in linea d'aria tra due città è di 650 km. Sapendo che la scala di riduzione della carta geografica è 1:2 500 000, a quanto corrisponde la distanza grafica tra le due città?

A 13 cm
B 26 cm
C 30 cm
D 24 cm

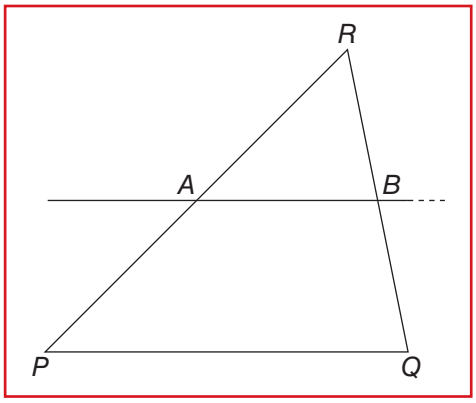
20. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Utilizzare le proporzioni per risolvere problemi

Da 100 kg di uva si ottengono 70 litri di vino. Quanti quintali di uva occorrono per ottenere 2800 litri di vino?

A 45 q
B 20 q
C 35 q
D 40 q

21. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Risolvere problemi inerenti a triangoli simili

Nel triangolo *PQR* i punti *A* e *B* sono rispettivamente punti medi dei lati *PR* e *QR*.
Qual è il perimetro del triangolo *ABR*, sapendo che $\overline{PR} = 24$ cm, $\overline{QR} = 16$ cm e $\overline{PQ} = 20$ cm?



A 40 cm **B** 25 cm
C 30 cm **D** 50 cm

22. **Tipologia:** Dati e previsioni
Abilità: Applicare il concetto di media aritmetica

Data la serie di numeri 16, 28, 30 e 18, quale valore occorre aggiungere alla serie, affinché la media aritmetica della sequenza sia 22,8?

A 22 **B** 21,5 **C** 22,4 **D** 21,8

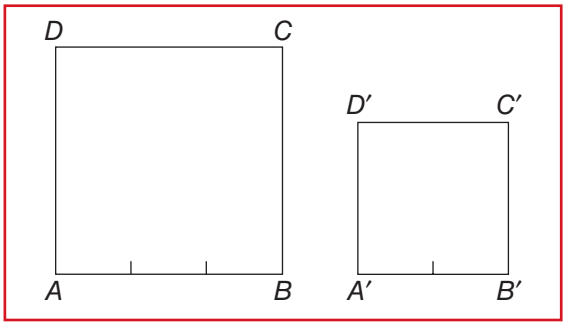
23. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Calcolare le percentuali

Un'indagine condotta tra 375 studenti di scuola secondaria di 2° grado sul mezzo di trasporto utilizzato prevalentemente per recarsi a scuola, ha dato i seguenti risultati:
- 180 utilizzano solo mezzi di trasporto pubblici (treno, pullman etc.)
- 60 utilizzano sia mezzi di trasporto pubblici che mezzi propri (in auto con i genitori, bicicletta etc.)
Qual è la percentuale di quelli che utilizzano solo mezzi propri?

A 40% **B** 36% **C** 35% **D** 38%

24. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Calcolare le aree di figure simili

Il rapporto di similitudine tra i quadrati *A'B'C'D'* e *ABCD* è $\frac{2}{3}$. L'area di *A'B'C'D'* è di 240 cm^2; quanto è l'area di *ABCD*?



A 360 cm^2 **B** 160 cm^2
C 450 cm^2 **D** 540 cm^2

25. **Tipologia:** Relazioni e funzioni
Abilità: Individuare la legge che esprime la corrispondenza tra due grandezze

La tabella a lato esprime una relazione tra *x* e *y*, Quale tra le seguenti funzioni esprime la relazione tra *x* e *y*?

x	y
1	24
2	12
3	8
4	6

A $y = 24 \cdot x$ **B** $x = 24 \cdot y$
C $y = \frac{24}{x}$ **D** $\frac{y}{x} = 24$

26. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Applicare il concetto di similitudine

Un palo della corrente elettrica alto 18 metri proietta un'ombra di 4,5 metri.
Quanto è alto un altro palo che, alla stessa ora, proietta un'ombra di 3 metri?

A 8 m **B** 10 m **C** 12 m **D** 15 m

27. **Tipologia:** Dati e previsioni
Abilità: Ottenere dati utilizzando rappresentazioni grafiche

In un areogramma il settore di ampiezza 60° rappresenta i 4 alunni di una classe che hanno ottenuto il voto 7 nell'ultima verifica di matematica. Quanti sono gli alunni di tutta la classe?

A 20 **B** 24 **C** 25 **D** 22

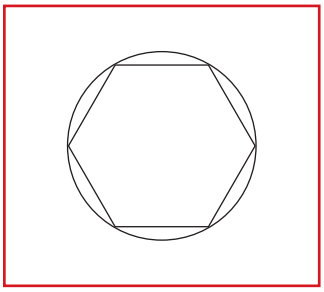
28. **Tipologia:** Dati e previsioni
abilità: Applicare il concetto di media aritmetica

Il peso medio di quattro arance è 125 grammi. Aggiungendo una quinta arancia il peso medio aumenta di 2 grammi. Quanto pesa l'ultima arancia?

A 129 g **B** 130 g **C** 127 g **D** 135 g

29. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Applicare le relazioni tra circonferenza e poligoni inscritti e circoscritti

Il perimetro di un esagono inscritto in una circonferenza è 90 cm. Quanto misura il diametro della circonferenza circoscritta all'esagono?



A 30 cm **B** 24 cm
C 28 cm **D** 15 cm

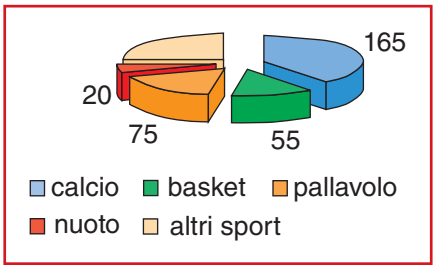
30. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Calcolare il medio proporzionale

Il medio proporzionale tra $\left(14+\frac{2}{5}\right)$ e $\left(1-\frac{1}{10}\right)$ è

A $\frac{14}{5}$ **B** $\frac{16}{5}$ **C** $\frac{12}{5}$ **D** $\frac{18}{5}$

31. **Tipologia:** Dati e previsioni
Abilità: Ottenere dati utilizzando rappresentazioni grafiche

L'areogramma a lato rappresenta i risultati ottenuti da un'indagine sullo sport che prevalentemente praticano i 420 alunni di una scuola.
Qual è la percentuale degli studenti che praticano prevalentemente sport che non siano il calcio, il basket, la pallavolo e il nuoto?



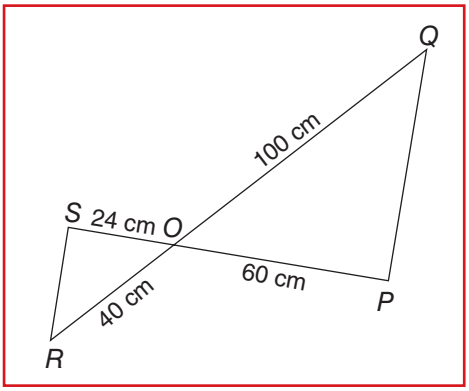
A 20% **B** 15% **C** 25% **D** 30%

32. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Calcolare il rapporto delle aree di figure simili

La figura a lato rappresenta due triangoli rettangoli (*RSO* e *PQO*) e le misure di alcuni loro lati.

I due triangoli sono simili? .....

Qual è il rapporto tra le loro aree?



A $\frac{5}{2}$ **B** $\frac{25}{4}$
C $\frac{3}{2}$ **D** $\frac{9}{4}$

33. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Applicare le proporzioni

Una lampadina di un'insegna luminosa si accende 24 volte in 2 minuti.
Quanto tempo impiegherà per accendersi 40 volte?

A $3^m\ 30^s$ **B** $3^m\ 40^s$ **C** $2^m\ 40^s$ **D** $3^m\ 20^s$

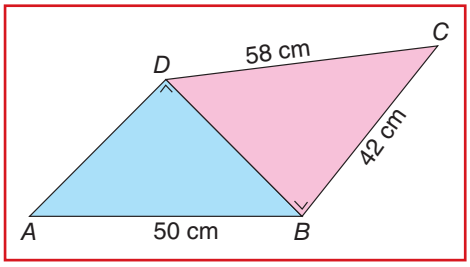
34. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Applicare formule per il calcolo delle aree dei poligoni

In un triangolo rettangolo isoscele un cateto misura 16 cm. Qual è l'area del triangolo?

A 128 cm^2 **B** 256 cm^2 **C** 64 cm^2 **D** 512 cm^2

35. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Applicare il teorema di Pitagora per risolvere i problemi

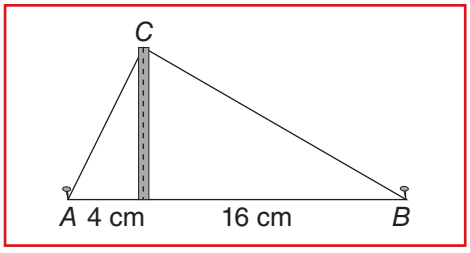
Il quadrilatero *ABCD* è formato da due triangoli rettangoli che hanno il lato *BD* in comune.
L'area del quadrilatero è:



A 1840 cm^2 **B** 2040 cm^2
C 2880 cm^2 **D** 1440 cm^2

36. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Applicare i teoremi di Euclide per risolvere i problemi

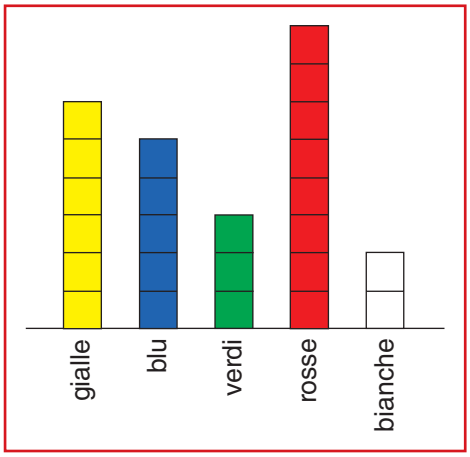
Per mantenere un palo in posizione verticale si utilizzano due tiranti (*AC* e *BC*) che tra di loro formano un angolo retto ($A\hat{C}B = 90°$). Quanto è alto il palo, sapendo che dista 4 m e 16 m dagli attacchi a terra dei due tiranti?



A 10 m **B** 8 m
C 6 m **D** 7 m

37. **Tipologia:** Dati e previsioni
Abilità: Calcolare la probabilità di un evento

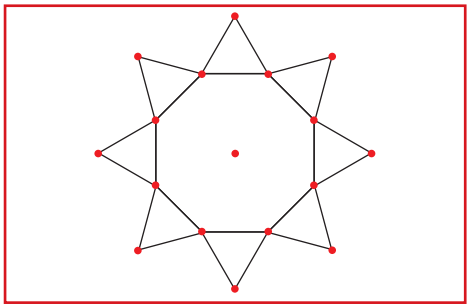
Il grafico a lato mostra il numero di biglie colorate contenute in un sacchetto. Qual è la probabilità di estrarre a caso dal sacchetto una biglia rossa?



A $\frac{2}{3}$ **B** $\frac{1}{3}$
C $\frac{1}{4}$ **D** $\frac{3}{4}$

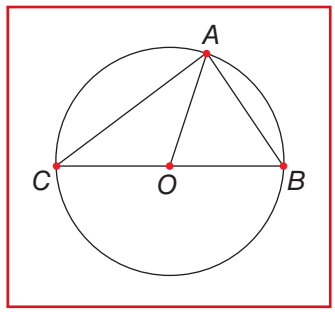
38. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Individuare gli assi di simmetria di una figura

Quanti assi di simmetria possiede la figura disegnata a lato?



Risposta: .....
.....

39. **Tipologia:** Geometria
Abilità: Applicare le proprietà di angoli al centro e angoli alla circonferenza



Quanto è ampio l'angolo $A\hat{O}C$, sapendo che $C\hat{A}O = \frac{7}{11} B\hat{A}O$?

A 110° **B** 35°
C 70° **D** 120°

40. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Individuare proporzioni

Indica quale tra i seguenti gruppi è formato da numeri che, nell'ordine dato, formano una proporzione.

A 8; 15; 16; 4 **B** 5; 4; 20; 15 **C** 7; 21; 9; 27 **D** 2; 9; 4; 16

41. **Tipologia:** Numeri
Abilità: Calcolare le percentuali

Laura aggiunge 3 grammi di sale a 17 grammi di acqua. Qual è la percentuale di sale nella soluzione ottenuta?

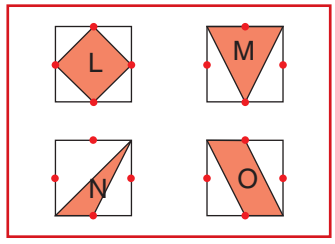
A 16% **B** 15% **C** 16,5% **D** 7,6%

42. **Tipologia:** Numeri e geometria
Abilità: Calcolare aree di poligoni e calcolare rapporti

Qual è il rapporto tra l'area di un esagono regolare di lato 1 e l'area di un triangolo equilatero di lato 3?

A $\frac{3}{4}$ **B** 2 **C** $\frac{2}{3}$ **D** 1

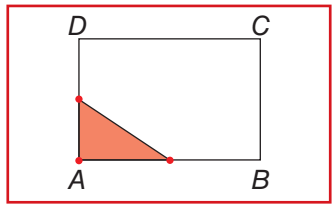
43. **Tipologia:** Relazioni e geometria
Abilità: Stabilire relazioni tra figure geometriche



I quattro quadrati della figura a lato sono congruenti e in essi sono stati evidenziati i punti medi dei lati.
In ogni quadrato è stata colorata una certa porzione e con le lettere *L*, *M*, *N*, *O* sono state indicate le aree delle porzioni. Quale delle seguenti relazioni è vera?

A $N < O < L = M$ **B** $N < L = M = O$ **C** $N < L = O < M$ **D** $O < N < L < M$

44. **Tipologia:** Numeri e geometria
Abilità: Calcolare rapporti tra figure geometriche



Il triangolo colorato si è ottenuto congiungendo i punti medi di due lati consecutivi del rettangolo *ABCD*.
Qual è il rapporto tra le aree del triangolo colorato e del rettangolo?

A $\frac{1}{4}$ **B** $\frac{2}{5}$ **C** $\frac{3}{8}$ **D** $\frac{1}{8}$

Risultati degli esercizi per la "prova nazionale"

1. B; **2.** C; **3.** D; **4.** B; **5.** C; **6.** B; **7.** 81, $y = x^2$; **8.** D; **9.** C; **10.** A; **11.** C; **12.** B; **13.** D; **14.** A; **15.** D; **16.** B; **17.** D; **18.** gialla, 147, 144; **19.** B; **20.** D; **21.** C; **22.** A; **23.** B; **24.** D; **25.** C; **26.** C; **27.** B; **28.** D; **29.** A; **30.** D; **31.** C; **32.** B; **33.** D; **34.** A; **35.** D; **36.** B; **37.** B; **38.** otto; **39.** A; **40.** C; **41.** B; **42.** C; **43.** B; **44.** D.

Indice

pag.

ARITMETICA

1. I numeri razionali 3
2. La radice quadrata 13
3. Rapporti e proporzioni 19
4. La proporzionalità 27
5. Statistica e probabilità 39

GEOMETRIA

6. Equiestensione ed area dei poligoni 45
7. Teorema di pitagora 55
8. Trasformazioni non isometriche 63
9. Circonferenza, cerchio e loro parti 73
10. Poligoni inscritti e circoscritti 79

LABORATORIO DI MATEMATICA

1. Giochiamo con le aree 85
2. La similitudine 93
3. A tutto tondo 99
4. Successioni di numeri e figure 103

SCHEDE STORICHE E CURIOSITÀ

1. L'approssimazione: matematici perfetti o precisi? 108
2. La radice quadrata 108
3. I rapporti nella realtà quotidiana 109
4. Gli Egiziani e il problema delle aree 110
5. Pitagora 111
6. Un'altra dimostrazione semplicissima del teorema di Pitagora 112
7. La simmetria negli esseri viventi 112
8. Figure simili 113
9. Costruzioni a pianta circolare 114

GIOCHI 115

PER PREPARARTI ALLA "PROVA NAZIONALE" 118