ISTITUTO COMPRENSIVO STATALE
VIQUARTERIO
di Pieve Emanuele (Mi)
Scuola media

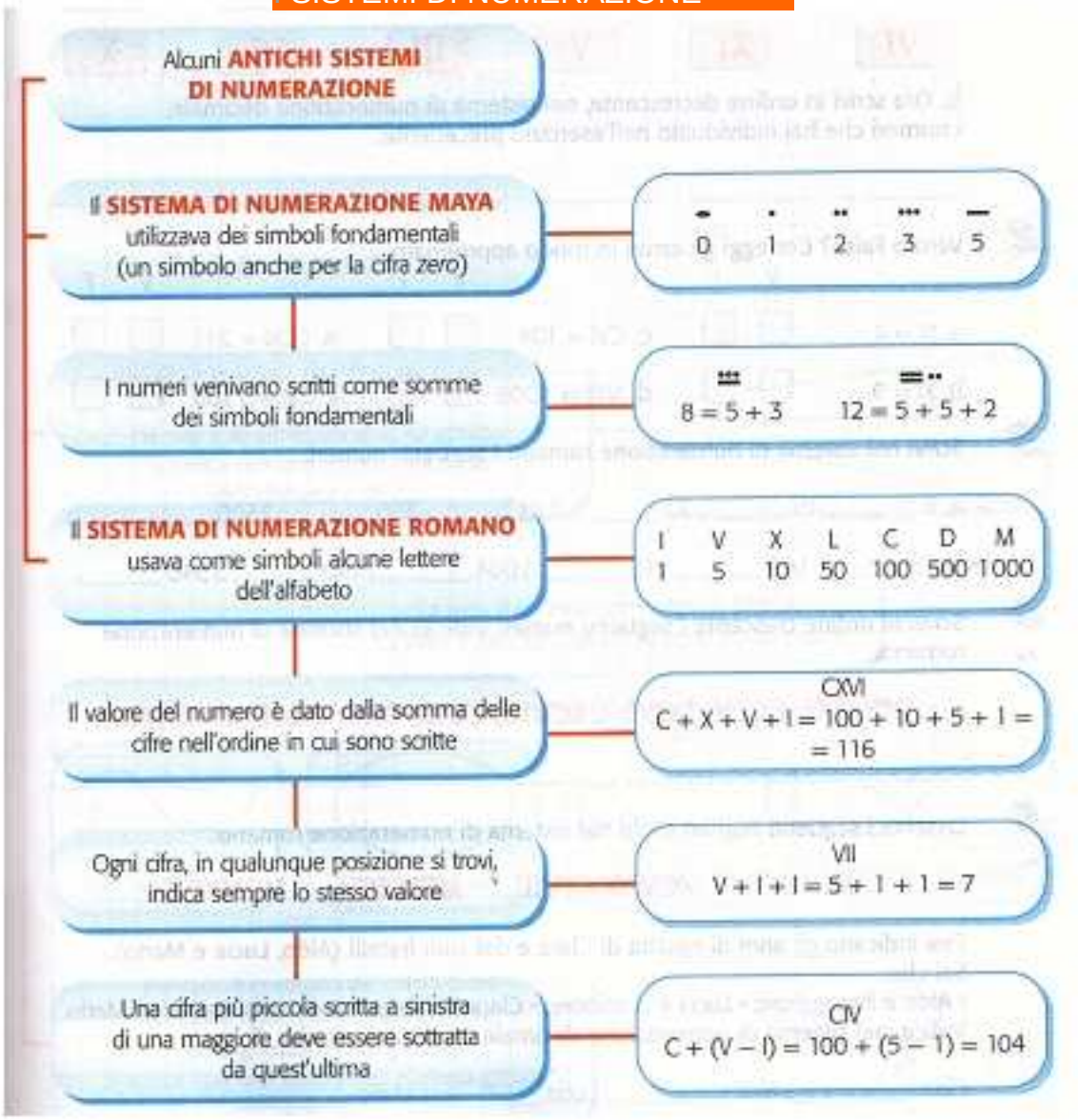
Compiti Vacanze 2012

Il presente fascicolo nasce dalla ricerca e successiva organizzazione di materiale di libero utilizzo

Indice

I sistemi di numerazione……. pag. 3
I numeri romani…….. pag. 3
La tavola pitagorica 40 x 20 …….. pag. 4
Proprietà dell'addizione…… pag. 5
Proprietà della sottrazione…….. pag. 5
Proprietà della moltiplicazione…….. pag. 6
Proprietà della divisione…… pag. 6
Il sistema metrico decimale……. pag. 7
Misure di lunghezza……. pag. 7
Misure di peso…… pag. 8
Misure di capacità…… pag. 8
Le espressioni aritmetiche…….. pag. 9
Le potenze……. pag. 9
Le potenze dei numeri 0-40……. pag. 10
Le proprietà delle potenze…… pag. 11
Risolvere un'espressione con le potenze…… pag. 11
Multipli e divisori……. pag. 11
Criteri di divisibilità ……... pag. 13
Numeri primi …… pag. 14
Il massimo comune divisore M.C.D…… pag. 15
Il minimo comune multiplio m.c.m…… pag. 15

I SISTEMI DI NUMERAZIONE



I NUMERI ROMANI

Ecco i segni usati dai romani per scrivere i numeri:

Numeri Romani	I	V	X	L	C	D	M
	1	5	10	50	100	500	1000

- I numeri (I X C M) non si scrivono più di tre volte di seguito per fare un numero.
- I numeri (V L D) non si scrivono più di una volta di seguito per fare un numero.
- Quando si incontra un simbolo seguito da un secondo simbolo di valore maggiore si ha come risultato la differenza tra i due (principio di differenza); esempi: IV = 4, IX = 9, XL = 40, XC = 90, VC= 95, IC = 99, CD = 400, CM = 900, LM = 950.
- Quando su un numero romano notiamo una linea sopra, quel numero si deve moltiplicare per 1000.ad esempio:

$\overline{L}$ = 50 * 1000= 50000

LA TAVOLA PITAGORICA 40X20

	X1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240
13	13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260
14	14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210	224	238	252	266	280
15	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300
16	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320
17	17	34	51	68	85	102	119	136	153	170	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340
18	18	36	54	72	90	108	126	144	162	180	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360
19	19	38	57	76	95	114	133	152	171	190	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380
20	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400
21	21	42	63	84	105	126	147	168	189	210	231	252	273	294	315	336	357	378	399	420
22	22	44	66	88	110	132	154	176	198	220	242	264	286	308	330	352	374	396	418	440
23	23	46	69	92	115	138	161	184	207	230	253	276	299	322	345	368	391	414	437	460
24	24	48	72	96	120	144	168	192	216	240	264	288	312	336	360	384	408	432	456	480
25	25	50	75	100	125	150	175	200	225	250	275	300	325	350	375	400	425	450	475	500
26	26	52	78	104	130	156	182	208	234	260	286	312	338	364	390	416	442	468	494	520
27	27	54	81	108	135	162	189	216	243	270	297	324	351	378	405	432	459	486	513	540
28	28	56	84	112	140	168	196	224	252	280	308	336	364	392	420	448	476	504	532	560
29	29	58	87	116	145	174	203	232	261	290	319	348	377	406	435	464	493	522	551	580
30	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360	390	420	450	480	510	540	570	600
31	31	62	93	124	155	186	217	248	279	310	341	372	403	434	465	496	527	558	589	620
32	32	64	96	128	160	192	224	256	288	320	352	384	416	448	480	512	544	576	608	640
33	33	66	99	132	165	198	231	264	297	330	363	396	429	462	495	528	561	594	627	660
34	34	68	102	136	170	204	238	272	306	340	374	408	442	476	510	544	578	612	646	680
35	35	70	105	140	175	210	245	280	315	350	385	420	455	490	525	560	595	630	665	700
36	36	72	108	144	180	216	252	288	324	360	396	432	468	504	540	576	612	648	684	720
37	37	74	111	148	185	222	259	296	333	370	407	444	481	518	555	592	629	666	703	740
38	38	76	114	152	190	228	266	304	342	380	418	456	494	532	570	608	646	684	722	760
39	39	78	117	156	195	234	273	312	351	390	429	468	507	546	585	624	663	702	741	780
40	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400	440	480	520	560	600	640	680	720	760	800

PROPRIETA' DELL'ADDIZIONE

L'**ADDIZIONE** è l'operazione con la quale a partire da due o più numeri si ottiene la loro **SOMMA**

$9 + 12 = 21$

addendi — somma

La somma di un qualsiasi numero naturale con lo 0 è il numero stesso

$0 + 6 = 6 + 0 = 6$

L'addizione gode delle **PROPRIETÀ**

- **COMMUTATIVA**: $8 + 3 = 3 + 8 = 11$
- **ASSOCIATIVA**: $3 + 5 + 8 = (3 + 5) + 8 = 3 + (5 + 8) = 16$
- **DISSOCIATIVA**: $12 + 7 = 10 + 2 + 7 = 19$

PROPRIETA' DELLA SOTTRAZIONE

La **SOTTRAZIONE** è l'operazione che, dati due numeri di cui il primo maggiore o uguale al secondo, consente di trovare un terzo numero che addizionato al secondo dà per risultato il primo

$29 - 15 = 14$

minuendo — sottraendo — differenza

La sottrazione è l'operazione inversa dell'addizione.
La prova della sottrazione si esegue addizionando la differenza al sottraendo

sottrazione	prova
29 −	14 +
15 =	15 =
14	29

La sottrazione gode della **PROPRIETÀ INVARIANTIVA**

$29 - 15 = 14$
$(29 + 1) - (15 + 1) = 30 - 16 = 14$
$(29 - 4) - (15 - 4) = 25 - 11 = 14$

PROPRIETA' DELLA MOLTIPLICAZIONE

La **MOLTIPLICAZIONE** è l'operazione che associa a una coppia di numeri (**FATTORI**) un terzo numero chiamato **PRODOTTO**

$6 \times 3 = 18$

moltiplicando — moltiplicatore — prodotto

Il prodotto di due o più fattori è sempre uguale a 0 se uno dei fattori è 0. Il numero 1 non ha influenza sul risultato di una moltiplicazione

$5 \times 0 = 0 \times 5 = 0$

$5 \times 1 = 1 \times 5 = 5$

La moltiplicazione gode delle **PROPRIETÀ**

- **COMMUTATIVA**: $8 \times 4 = 4 \times 8 = 32$
- **ASSOCIATIVA**: $3 \times 7 \times 2 = 42$; $(3 \times 7) \times 2 = 21 \times 2 = 42$; $3 \times (7 \times 2) = 3 \times 14 = 42$
- **DISSOCIATIVA**: $12 \times 15 = 180$; $12 \times 5 \times 3 = 60 \times 3 = 180$
- **DISTRIBUTIVA** rispetto all'addizione: $8 \times (10 + 2) = 8 \times 10 + 8 \times 2 = 80 + 16 = 96$
- **DISTRIBUTIVA** rispetto alla sottrazione: $8 \times (10 - 2) = 8 \times 10 - 8 \times 2 = 80 - 16 = 64$

PROPRIETA' DELLA DIVISIONE

La **DIVISIONE** è l'operazione che associa a una coppia ordinata di numeri (di cui il primo multiplo del secondo e il secondo diverso da 0) un terzo numero che, moltiplicato per il secondo, dà come risultato il primo

$42 : 7 = 6$

dividendo — divisore — quoto o quoziente esatto

La divisione è l'operazione inversa della moltiplicazione

$42 : 7 = 6$ perché $6 \times 7 = 42$

La divisione gode delle **PROPRIETÀ**

- **INVARIANTIVA**: $42 : 6 = 7$; **a.** $(42 \times 2) : (6 \times 2) = 84 : 12 = 7$; **b.** $(42 : 2) : (6 : 2) = 21 : 3 = 7$
- **DISTRIBUTIVA** rispetto all'addizione: $(24 + 32) : 8 = 24 : 8 + 32 : 8 = 3 + 4 = 7$
- **DISTRIBUTIVA** rispetto alla sottrazione: $(45 - 30) : 5 = 45 : 5 - 30 : 5 = 9 - 6 = 3$

IL SISTEMA METRICO DECIMALE

Le principali **UNITA' DI MISURA DECIMALI** sono

- per la lunghezza: il **METRO** — m
- per il peso: il **KILOGRAMMO** — kg
- per la capacità: il **LITRO** — l
- per la superficie: il **METRO QUADRATO** — m^2
- per il volume: il **METRO CUBO** — m^3

MISURE DI LUNGHEZZA

km	=	CHILOMETRO	dm	=	DECIMETRO
hm	=	ETTOMETRO	cm	=	CENTIMETRO
dam	=	DECAMETRO	mm	=	MILLIMETRO
m	=	METRO			

MISURE DI LUNGHEZZA

MOLTIPLICA → X

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
CHILOMETRO 1000	ETTOMETRO 100	DECAMETRO 10	METRO 1	DECIMETRO 10	CENTIMETRO 100	MILLIMETRO 1000

: ← DIVIDI

MISURE DI PESO

kg	=	CHILOGRAMMO	dg	=	DECIGRAMMO
hg	=	ETTOGRAMMO	cg	=	CENTIGRAMMO
dag	=	DECAGRAMMO	mg	=	MILLIGRAMMO
g	=	GRAMMO			

MISURE DI PESO

MOLTIPLICA → X

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
HILOGRAMMO	ETTOGRAMMO	DECAGRAMMO	GRAMMO	DECIGRAMMO	CENTIGRAMMO	MILLIGRAMMO
1000	100	10	1	10	100	1000

: ← DIVIDI

MISURE DI CAPACITÀ

hl	=	ETTOLITRO	dl	=	DECILITRO
dal	=	DECALITRO	cl	=	CENTILITRO
l	=	LITRO	ml	=	MILLILITRO

MISURE DI CAPACITÀ

MOLTIPLICA → X

hl	dal	l	dl	cl	ml
ETTOLITRO	DECALITRO	LITRO	DECILITRO	CENTILITRO	MILLILITRO
100	10	1	10	100	1000

: ← DIVIDI

LE ESPRESSIONI ALGEBRICHE

Per risolvere un'**ESPRESSIONE**

SENZA PARENTESI

a. si eseguono le **MOLTIPLICAZIONI** e le **DIVISIONI** nell'ordine in cui sono indicate
b. poi si eseguono le **ADDIZIONI** e le **SOTTRAZIONI** nell'ordine in cui sono indicate

$35 - \underline{4 \times 8} + \underline{28 : 7}$

a. $\underline{35 - 32} + 4$
b. $\underline{3 + 4} = 7$

CON PARENTESI

a. si eseguono le operazioni che compaiono nelle **PARENTESI TONDE** (ricorda la regola di precedenza delle operazioni)
b. poi si eseguono le operazioni che compaiono nelle **PARENTESI QUADRE**
c. infine si eseguono le operazioni che compaiono nelle **PARENTESI GRAFFE**

$110 : \{35 - [3 + (\underline{4 + 3 \times 2})]\}$

a. $110 : \{35 - [\underline{3 + 10}]\}$
b. $110 : \{\underline{35 - 13}\}$
c. $\underline{110 : 22} = 5$

LE POTENZE

Si dice **POTENZA** di un numero il prodotto di più fattori tutti uguali a quel numero

$6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$

esponente

base

CASI PARTICOLARI

Se l'**ESPONENTE** è **1**, la potenza è uguale alla base

$9^1 = 9$

Se la **BASE** è **1**, la potenza è sempre uguale a 1, qualsiasi sia l'esponente

$1^4 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

Se l'**ESPONENTE** è **0** e la base è diversa da **0**, la potenza è uguale a 1.
Attenzione! 0^0 non ha significato

$8^0 = 1$

Se la **BASE** è **0**, la potenza è sempre uguale a 0, qualunque sia il valore dell'esponente

$0^3 = 0 \times 0 \times 0 = 0$

LE POTENZE DEI NUMERI 0-40

N	NUMERO AL QUADRATO
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100
11	121
12	144
13	169
14	196
15	225
16	256
17	289
18	324
19	361
20	400
21	441
22	484
23	529
24	576
25	625
26	676
27	729
28	784
29	841
30	900
31	961
32	1024
33	1089
34	1156
35	1225
36	1296
37	1369
38	1444
39	1521
40	1600

LE PROPRIETA' DELLE POTENZE

Le **PROPRIETÀ** delle **POTENZE** sono

PRODOTTO DI POTENZE CON LA STESSA BASE

$6^2 \times 6^1 = \underbrace{6 \times 6} \times \underbrace{6 \times 6 \times 6} =$
$= 6^{2+3} = 6^5$

QUOZIENTE DI DUE POTENZE CON LA STESSA BASE

$8^7 : 8^4 = 8^{7-4} = 8^3$
perché $8^3 \times 8^4 = 8^7$

POTENZA DI UNA POTENZA

$(4^2)^3 = 4^2 \times 4^2 \times 4^2 = 4^{2+2+2} =$
$= 4^{2\times3} = 4^6$

POTENZA DI UN PRODOTTO

$(9 \times 4)^2 = (9 \times 4) \times (9 \times 4) =$
$= 9 \times 9 \times 4 \times 4 = 9^2 \times 4^2$

POTENZA DI UN QUOZIENTE ESATTO

$(15 : 3)^3 = (15 : 3) \times (15 : 3) \times (15 : 3) =$
$= 15^3 : 3^3$

RISOLVERE UN'ESPRESSIONE CON LE POTENZE

Per risolvere un'**ESPRESSIONE** con le potenze

$[(4^3 \times 4 : 4^2) \times (18 : 3^2) + 8^0] - [(3^2 \times 2^2) : 12]$

si calcolano prima le potenze applicando, dove è possibile, le proprietà

$[4^3 \times 2 + 1] - [6^2 : 12]$
$[16 \times 2 + 1] - [36 : 12]$

poi si eseguono le moltiplicazioni e le divisioni nell'ordine indicato

$[32 + 1] - 3$

infine si eseguono le addizioni e le sottrazioni, sempre nell'ordine indicato

$33 - 3 = 30$

MULTIPLI E DIVISORI

I **MULTIPLI** di un numero naturale $n \neq 0$ si ottengono moltiplicando n per i numeri naturali. I multipli di n sono infiniti e fra essi ci sono sempre 0 e n

Multipli di 5
$M_5 = 0, 5, 10, 15, 20, ...$

I **DIVISORI** di un numero naturale $n \neq 0$ sono tutti i numeri naturali contenuti in n un numero intero di volte. I divisori di n sono un numero finito e fra essi ci sono sempre 1 e n

Divisori di 36
$D_{36} = 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36$

CRITERI DI DIVISIBILITA'

I **CRITERI DI DIVISIBILITÀ** affermano che un numero è divisibile

per **2** quando termina con una delle seguenti cifre: 0, 2, 4, 6, 8

20 72 254 788

per **3** quando la somma delle sue cifre è un multiplo di 3

5160
5 + 1 + 6 + 0 = 12

per **4** quando le ultime due cifre a destra formano un multiplo di 4 o sono due zeri

240 604 900 1716

per **5** quando termina per 0 e per 5

150 275 1025 3000

per **9** quando la somma delle sue cifre è un multiplo di 9

2160
2 + 1 + 6 + 0 = 9

per **10**, **100**, **1000**,... quando termina con uno, due, tre,... zeri

270 300 2000 90000

per **11** quando la differenza fra la somma delle cifre di posto pari e quella delle cifre di posto dispari, o viceversa, è un multiplo di 11 (0, 11, 22, 33,...)

3 0 5 8	9 1 9 6
• + • +	• + • +
3 + 5 = 8	9 + 9 = 18
0 + 8 = 8	1 + 6 = 7
8 − 8 = 0	18 − 7 = 11

per **25** quando le ultime due cifre a destra formano un multiplo di 25 oppure sono due zeri

175 950 1025 3000

NUMERI PRIMI E NUMERI COMPOSTI

NUMERO PRIMO è un numero che ammette come divisori solo 1 e se stesso

$D_3 = 1, 3$
$D_{11} = 1, 11$
3 e 11 sono numeri primi

NUMERO COMPOSTO è un numero che ammette altri divisori, oltre 1 e se stesso

$D_6 = 1, 2, 3, 6$
$D_{20} = 1, 2, 4, 5, 10, 20$
6 e 20 sono numeri composti

Ogni numero composto può essere scritto come prodotto di numeri primi per mezzo di un'operazione che si chiama **SCOMPOSIZIONE IN FATTORI PRIMI**

a sinistra si indicano i quozienti delle divisioni successive

126	2
63	3
21	3
7	7
1	

a destra si scrivono i successivi divisori primi

$126 = 2 \times 3^2 \times 7$

Math.it

FORMULARIO: tavola dei NUMERI PRIMI da 2 a 1000

	2	3	5	7	11	13	17	19	23
29	31	37	41	43	47	53	59	61	67
71	73	79	83	89	97	101	103	107	109
113	127	131	137	139	149	151	157	163	167
173	179	181	191	193	197	199	211	223	227
229	233	239	241	251	257	263	269	271	277
281	283	293	307	311	313	317	331	337	347
349	353	359	367	373	379	383	389	397	401
409	419	421	431	433	439	443	449	457	461
463	467	479	487	491	499	503	509	521	523
541	547	557	563	569	571	577	587	593	599
601	607	613	617	619	631	641	643	647	653
659	661	673	677	683	691	701	709	719	727
733	739	743	751	757	761	769	773	787	797
809	811	821	823	827	829	839	853	857	859
863	877	881	883	887	907	911	919	929	937

Il MASSIMO COMUNE DIVISORE M.C.D.

Il **M.C.D.** fra due o più numeri è il **PIÙ GRANDE** fra i **DIVISORI COMUNI** ai numeri considerati

divisori di 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12
divisori di 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18

6 è il M.C.D. fra 12 e 18

Il M.C.D. si calcola con il metodo della **SCOMPOSIZIONE IN FATTORI PRIMI**:

a. si scompongono in fattori primi i numeri dati;
b. si moltiplicano i fattori comuni, ciascuno preso una sola volta e con l'esponente più piccolo

12	2	18	2
6	2	9	3
3	3	3	3
1		1	

$12 = 2^2 \times 3$ $\quad$ $18 = 2 \times 3^2$

M.C.D. $(12, 18) = 2 \times 3 = 6$

IL MINIMO COMUNE MULTIPLO m.c.m

Il **m.c.m.** fra due o più numeri è il **PIÙ PICCOLO** fra i **MULTIPLI COMUNI** ai numeri considerati

multipli di 8: 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56...
multipli di 12: 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84...

24 è il m.c.m. fra 8 e 12

Il m.c.m. si calcola con il metodo della **SCOMPOSIZIONE IN FATTORI PRIMI**:

a. si scompongono in fattori primi i numeri dati;
b. si moltiplicano i fattori comuni e non comuni, ciascuno preso una sola volta e con l'esponente più grande

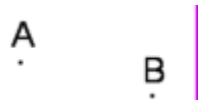
8	2	12	2
4	2	6	2
2	2	3	3
1		1	

$8 = 2^3$ $\quad$ $12 = 2^2 \times 3$

m.c.m. $(8, 12) = 2^3 \times 3 = 24$

Gli enti geometrici fondamentali: punto, retta, piano

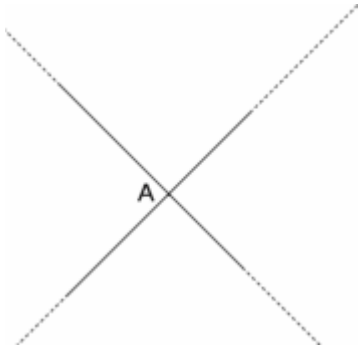
La geometria studia la forma, la grandezza e la posizione dei corpi materiali.
Gli **enti geometrici fondamentali** sono tre: il **punto**, la **retta** ed il **piano**. Essi costituiscono delle astrazioni.
Cominciamo dal **punto** geometrico: non ha alcuna grandezza, ma solo una posizione. Si indica con le lettere maiuscole dell'alfabeto.



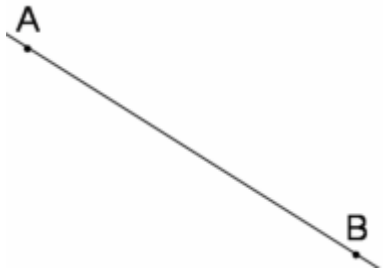
Un insieme infinito e continuo di punti che hanno sempre la stessa direzione costituisce una retta. Come già il punto, anche la retta non esiste nella realtà materiale perché non ha né spessore né larghezza. L'unica dimensione della retta è la lunghezza. Si indica con le lettere minuscole dell'alfabeto.

Vediamo ora il **piano**, anche questo non esistente nella realtà concreta, perché è **un insieme continuo ed infinito di rette**, privo di spessore, con due sole dimensioni: lunghezza e larghezza. Per indicarlo si usano le lettere minuscole dell'alfabeto greco (α, β, δ, ….).

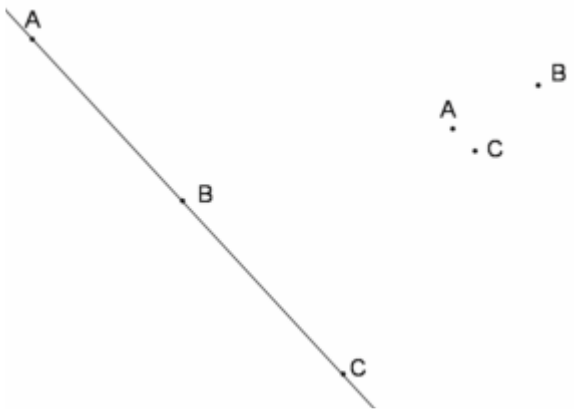
Cerchiamo di capire ora alcune *proprietà degli enti fondamentali.*
Per un punto A passano infinite rette.



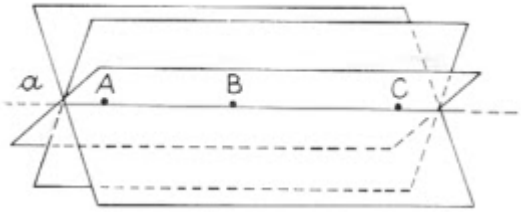
Per due punti distinti A e B passa una sola retta.



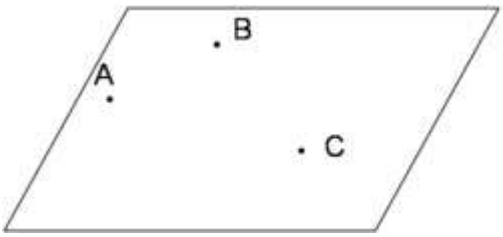
Per tre punti distinti passa una sola retta, solo se i tre punti sono allineati.



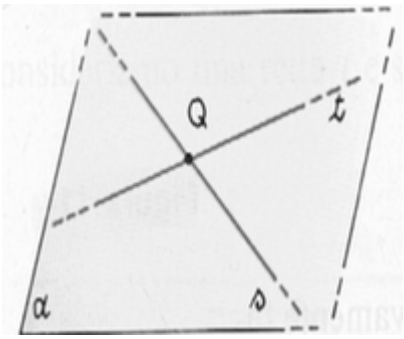
Per una retta passano infiniti piani



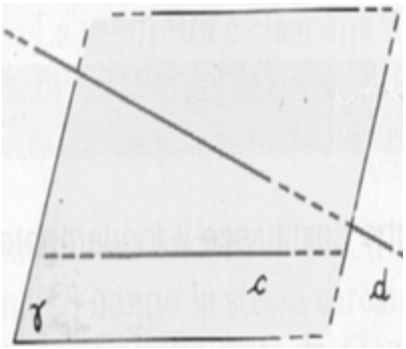
Per tre punti non allineati passa un solo piano.



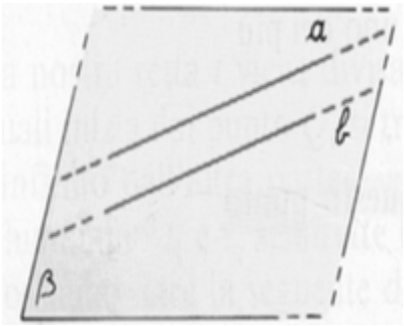
<u>Vediamo quali possono essere le posizioni reciproche di due rette.</u>



La retta *t* e la retta *s* appartengono al piano α ($s, t \in \alpha$). Infatti l'insieme dei punti della retta *s* e l'insieme dei punti della retta *t* sono inclusi nel piano α
$\{s\}\ \{t\} \subset \{\alpha\}$.
L'intersezione tra la retta *s* e la retta *t* (ciò che hanno in comune) è costituita dal punto Q.
$\{s\} \cap \{t\} = Q$.
Le due rette sono quindi **incidenti** perché appartengono allo stesso piano ed hanno un punto in comune.



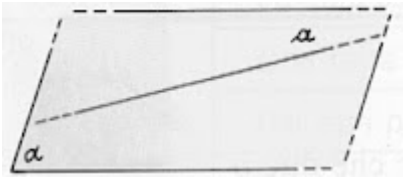
La retta *c* appartiene al piano γ mentre la retta *d* non appartiene al piano γ ($c \in \gamma$; $d \notin \gamma$). Infatti l'insieme dei punti della retta *c* è incluso nel piano γ mentre l'insieme dei punti della retta *d* non è incluso nel piano γ
$\{c\} \subset \{\gamma\}$; $\{d\} \not\subset \{\gamma\}$.
L'intersezione tra la retta *c* e la retta *d* (ciò che hanno in comune) è un insieme vuoto.
$\{c\} \cap \{d\} = \varnothing$.
Le due rette sono quindi **sghembe** perché non appartengono allo stesso piano e non hanno alcun punto in comune.



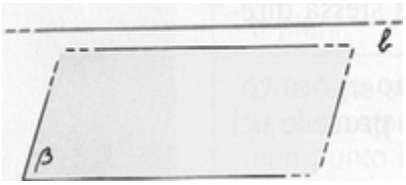
La retta *a* e la retta *b* appartengono al piano β ($a, b \in \beta$). Infatti l'insieme dei punti della retta *a* e l'insieme dei punti della retta *b* sono inclusi nel piano β

$\{a\}\ \{b\} \subset \{\beta\}$.
L'intersezione tra la retta *a* e la retta *b* (ciò che hanno in comune) è un insieme vuoto.
$\{a\} \cap \{b\} = \varnothing$.
Le due rette sono quindi **parallele** perché appartengono allo stesso piano e non hanno alcun punto in comune.
Il postulato delle parallele: **considerata una retta ed un punto non appartenente alla retta, per quel punto passa una sola retta parallela a quella data.**

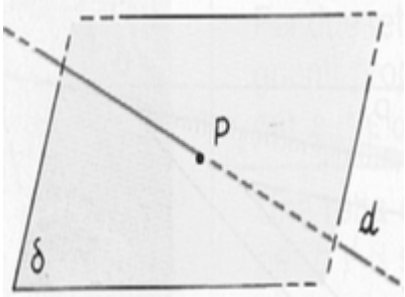
<u>*Se consideriamo una retta ed un piano e le loro posizioni reciproche*</u> possiamo avere queste situazioni:



La retta *a* **giace** nel piano α. La retta *a* appartiene al piano α ($a \in \alpha$). Infatti l'insieme dei punti della retta *a* è incluso nel piano α
$\{a\} \subset \{\alpha\}$.
L'intersezione tra la retta ed il piano (ciò che hanno in comune) è costituita dalla retta stessa $\{a\} \cap \{\alpha\} = a$.



La retta *b* è **parallela** al piano β. La retta *b* non appartiene al piano β ($b \notin \beta$). Infatti l'insieme dei punti della retta *b* non è incluso nel piano β
$\{b\} \not\subset \{\beta\}$.
L'intersezione tra la retta ed il piano (ciò che hanno in comune) è un insieme vuoto $\{b\} \cap \{\beta\} = \varnothing$.



La retta *d* è **incidente** al piano δ. La retta *d* non appartiene al piano δ ($d \notin \delta$). Infatti l'insieme dei punti della retta *d* non è incluso nel piano δ

$\{d\} \not\subset \{\delta\}$.
L'intersezione tra la retta ed il piano (ciò che hanno in comune) è il punto P $\{d\} \cap \{\delta\} = P$.

Semirette e segmenti

Che cos'è una **semiretta**?
Per fartene un'idea immagina una strada che non ha inizio né fine, una strada infinita. Noi ci troviamo su un punto di questa strada e possiamo quindi decidere di percorrerla in un verso o nell'altro: in ognuno dei due casi partiamo dal punto stabilito e possiamo proseguire all'infinito. Nella realtà concreta però non esiste la semiretta, è un'astrazione geometrica.
Prendiamo una retta r, stabiliamo su questa un punto O.

Il punto O divide la retta in due parti r_1 e r_2, ciascuna delle quali ha origine dal punto O e continua all'infinito. Queste due parti sono le semirette. Possiamo quindi dire che *un punto su una retta individua due semirette*, che possiamo così definire: **"la semiretta è una parte della retta che ha un punto di origine ed è infinita".**

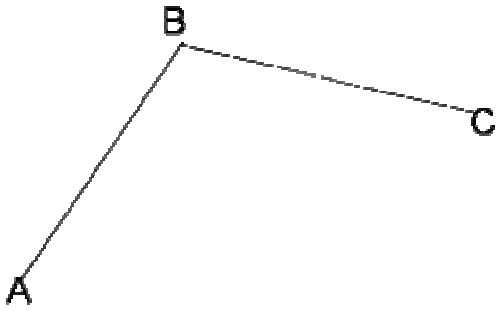
Consideriamo ora la stessa strada immaginaria ed infinita di prima. Su questa strada noi però possiamo muoverci solo tra due punti, quindi il nostro percorso ha un inizio ed una fine.
Vediamo la situazione geometrica con una rappresentazione grafica:

Notiamo che, individuando 2 punti sulla retta, questa resta divisa in 3 parti, le semirette r_1 e r_2 che già conosciamo e la parte di retta compresa tra i punti A e B. Questa parte di retta si chiama **segmento** e si indica

$$\overline{AB}$$

Per ragioni di tastiera d'ora in avanti indicheremo i segmenti senza il trattino sopra, solo col nome dei punti che lo delimitano: segmento AB. Possiamo quindi definire il segmento: **"è una parte di retta delimitata da 2 punti. Ha un inizio ed una fine."**

Due segmenti si dicono **consecutivi** quando hanno in comune solo un punto.



Due segmenti sono invece **adiacenti** se, oltre ad essere consecutivi, appartengono alla stessa retta.

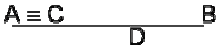
Il confronto di segmenti si opera mediante sovrapposizione, facendo coincidere almeno un estremo.
Dal confronto possono risultare queste situazioni:

- I due segmenti hanno la stessa lunghezza: sono **congruenti**

Possiamo dire che AB ≅ CD (il segmento AB è congruente al segmento CD
Il simbolo ≡ significa “coincide”
Se due segmenti non sono congruenti, uno sarà maggiore e l’altro minore

In questo caso AB > CD e quindi CD < AB

Proviamo ora a trovare il **segmento somma**, disegnando entrambi i segmenti in modo che siano adiacenti.



Il segmento somma è il segmento AD. Infatti AB + CD = AD

Troviamo infine il **segmento differenza**, sovrapponendo i due segmenti in modo che coincida un estremo.

Il segmento differenza sarà il segmento DB. Infatti AB – CD = DB

ESERCIZI

1. Completa
   Le unità del 1° ordine sono ……..
   Le unità del 2° ordine sono ……..
   Le unità del 3° ordine sono ……..
   Le unità del 4° ordine sono ……..
   Le unità del 5° ordine sono ……..
   Le unità del 6° ordine sono ……..
   Gli ordini si raggruppano per tre in gruppi chiamati ……..

2. Indica il valore di ogni cifra effettuando la scomposizione polinomiale del numero:
   7 321 047

3. Scrivi qual è il numero espresso in forma polinomiale:
   - 4 + 8 x 10 + 6 x 100 + 2 x 1 000 + 9 x 10 000 + 2 x 100 000 = …….
   - 6 x 1 000 + 5 x 10 000 + 1 x 100 000 = …….
   - 3 + 5 x 10 + 6 x 10 000 + 4 x 100 000 = …….
   - 9 x 10 000 + 3 x 100 000 = …….

4. Dividi in classi i seguenti numeri e poi scrivili in lettere
   3433896 =
   6008472 =
   9107328 =
   6000708 =
   5310801270 =

5. Scrivi i numeri formati da:
   2 milioni, 8 centinaia, 4 decine e 9 unità =
   9 decine di migliaia, 6 migliaia, 7 decine =
   1 decina di migliaia, 5 migliaia, 1 centinaio, 7 decine e 3 unità =
   12 migliaia, 7 centinaia e 5 unità =
   28 centinaia, 4 decine e 6 unità =

6. Spiega che cos'è l'insieme N

7. Scegli qual è l'insieme corretto, se A = {n/n è un numero naturale con n < 10}
   - {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7, 8; 9}
   - {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7, 8; 9}
   - {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7, 8; 9; 10}
   - {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7, 8; 9; 10}

ESERCIZI

1. Indica se le seguenti potenze sono esatte e correggi quelle errate
   $10^3 = 1\ 000$
   $10^8 = 10\ 000\ 000$
   $10^5 = 10\ 000$
   $10^7 = 10\ 000\ 000$
   $10^{-3} = 0{,}0001$
   $10^{-2} = 0{,}01$
   $10^{-5} = 0{,}00001$

2. Indica se le seguenti uguaglianze sono corrette e procedi alla correzione di quelle sbagliate
   $6\ 804 = 6 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 4 \times 10^0$
   $30\ 482 = 3 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 2 \times 10^1$
   $870\ 000 = 8 \times 10^5 + 7 \times 10^4$
   $400\ 380 = 4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 8 \times 10^2$
   $42 \times 10^8 = 42\ 000\ 000$
   $8 \times 10^5 = 80\ 000$
   $32\ 000\ 000 = 32 \times 10^6$
   $54\ 000\ 000\ 000 = 54 \times 10^7$

3. Scrivi usando la notazione esponenziale i seguenti numeri
   843 000 =
   250 000 000 =
   6 100 000 000 000 =
   0,0008 =
   0,0000000006 =

4. Scomponi usando la notazione esponenziale
   6,236 =
   818,2 =
   3 804,27 =
   83,007 =

ESERCIZI

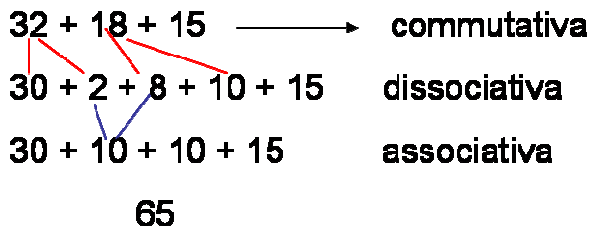
1. L'addizione è un'operazione interna all'insieme N?

2. La sottrazione è un'operazione interna all'insieme N?

3. Qual è l'insieme indicato dalla lettera Z?

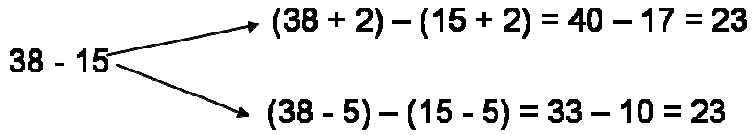
4. Quali proprietà trovi applicate nelle seguenti uguaglianze?
   - 8 + 7 + 2 = 8 + 2 + 7
   - 38 + 12 + 5 = 30 + 8 + 12 + 5
   - 30 + 6 + 9 = 36 + 9
   - 36 – 7 = (36 – 6) – (7 – 6)
   - 5 + 7 + 8 + 2 = 12 + 10
   - 6 + 3 + 4 = 6 + 4 + 3
   - 23 + 16 + 14 = 20 + 10 + 10 + 6 + 4 + 3

5. Esegui queste addizioni applicando le tre proprietà come vedi nell'esempio:
   - 32 + 15 + 18 =



   39 + 16 + 11
   43 + 8 + 27

6. Esegui queste sottrazioni applicando la proprietà invariantiva come vedi nell'esempio:
   - 38 - 15 =



   35 - 23
   68 – 22
   64 - 36

7. Metti in colonna e scrivi il risultato
   72, 154 + 7,003 + 3, 519 =
   61,84 + 1,5 + 2, 88 + 78,62 =
   3860,47 – 317,31 =
   9376 – 482,313 =

ESERCIZI

1. Se consideriamo due numeri naturali esiste sempre un terzo numero naturale che sia il loro prodotto?

2. L'insieme N è aperto o chiuso rispetto alla moltiplicazione?

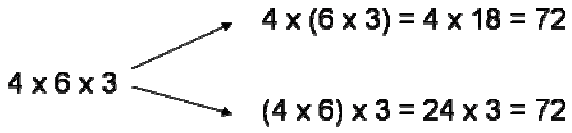
3. Enuncia la proprietà dissociativa della moltiplicazione ed illustrala con un esempio.

4. Quale enunciato spiega in modo corretto la proprietà associativa della moltiplicazione?
   - Il prodotto di tre o più fattori non cambia se si sostituisce un fattore con altri il cui prodotto sia uguale al fattore sostituito.
   - Il prodotto di due o più fattori non cambia cambiando l'ordine dei fattori.
   - Il prodotto di tre o più fattori non cambia sostituendo due o più di essi con un fattore uguale al loro prodotto.

5. Quali proprietà trovi applicate nelle seguenti uguaglianze?
   6 x 3 x 4 x 8 = 18 x 32
   20 x 15 = 5 x 4 x 3 x 5
   5 x 9 x 6 = 5 x 6 x 9
   7 x (8 – 2) = (7 x 8) – (7 x 2)

6. Esegui questa moltiplicazione applicando la proprietà commutativa:
   2 x 16 x 5 =

7. Esegui questa moltiplicazione applicando la proprietà associativa come vedi nell'esempio:
   4 x 6 x 3 =



   8 x 6 x 5 =

8. Esegui questa moltiplicazione applicando la proprietà distributiva come vedi nell'esempio:
   6 x 18 = 6 x (10 + 8) = (6 x 10) + (6 x 8) = 60 + 48 = 108
   8 x 23 =

9. Metti in colonna e scrivi il risultato
   172 x 5,2 =
   6,34 x 73 =
   112, 3 x 7,25 =
   4068 x 0,543 =

ESERCIZI

- Quando possiamo dire che un numero *a* è divisibile per un numero *b*?

- Quando possiamo dire che un numero *a* è sottomultiplo del numero *b*?

- Quando un numero si dice primo?

- Al posto dei puntini inserisci "è divisibile per" oppure "è divisore di"
  54 …… 9
  4 …… 32
  13 …… 26
  3 …… 18
  6 …… 24
  8 …… 4

- Quali tra questi numeri sono divisibili per 2?

8178 7393 6954 1778 7417 3130 9909 5976 7718 5045

- Quali tra questi numeri sono divisibili per 3? E quali sono divisibili contemporaneamente per 2 e per 3?

7431 818 2586 9021 8208 4171 8501 8515 3838 9113

- Quali tra questi numeri sono divisibili per 4?

3636 7072 533 8009 718 6630 6738 6008 1100 4612

- Quali tra questi numeri sono divisibili per 5? E quali sono divisibili contemporaneamente per 4 e per 5?

8500 2728 1935 1640 6382 6576 9815 6335 8803 9445

- Quali tra questi numeri sono divisibili per 11?

5577 4577 5500 3550 444 9119

- In questa serie di numeri quali sono i numeri primi?

21 76 3 57 65 92 100 7 89 13

ESERCIZI

1. **Scrivi se V (vero) o F (falso)**
   - La divisione è un'operazione interna all'insieme N ☐ ☐
   - L'insieme N è aperto rispetto alla divisione ☐ ☐
   - L'insieme N non è chiuso rispetto alla divisione ☐ ☐
   - Considerati due numeri naturali esiste sempre un terzo numero naturale che è il loro quoziente ☐ ☐

2. Di quali proprietà gode la divisione?

3. Quale proprietà è stata applicata nelle seguenti uguaglianze?
   - 36 : 4 = (36 : 2) : (4 : 2)
   - 15 : 5 = (15 x 4) : (5 x 4)
   - (24 + 40) : 8 = (24 : 8) + (40 : 8)
   - 120 : 6 = (120: 3) : (6: 3)
   - (39 – 18) : 3 = (39: 3) – (18 : 3)

4. Esegui applicando la proprietà invariantiva come nell'esempio
   Es.: 72 : 6
   (72 : 3) : (6 : 3) = 24 : 2 = 12
   (72 x 3) : (6 x 3) = 216 : 18 = 12

   27 : 9

   48 : 8

   42 : 6

5. Esegui applicando la proprietà distributiva
   (24 + 10) : 2
   (27 – 12) : 3
   (49 – 21 + 14) : 7

6. Esegui in colonna e scrivi il risultato
   45,44 : 8 =
   96,48 : 24 =
   3 444 : 0,6 =
   15,689 : 2,9 =
   9234 : 1,8 =

ESERCIZI

1. **Senza parentesi**
   6 + 4 x 7 – 8 + 36 : 9 – 11

2. **Con numeri decimali**
   5,6 : 1,4 + 3,5 : 0,7 – 1,3 x 4

3. **Con parentesi tonde**
   70 – (14,6 – 0,6) + (2,7 + 36,3 – 12,5) – 42,5 + 3

4. **Anche con parentesi quadre**
   [(25 x 2 – 7 x 5) : 3 + (44 – 4 x 10) : 2] x 2 – 32 : 4

5. **Con tutte le parentesi**
   {(8 + 3) x 3 x 6 : 18 + [17 – 5 + 24 : 2 – (6 x 5 – 120 : 4) : 6] : 8} x 3 + 2

ESERCIZI

$\{ 5^3 + 40 – [10^2 + 13^2 : 13 \times 5 – 55 + (5^2 \times 2^2 + 2^3 \times 10) : 4 – 20]\}$

$\{[(7^2 – 2^3 \times 6)^5 \times (8^2 – 63)^3 + (3^2 \times 5 – 14^8 : 14^7)] : 4^2 + 25 - 22\}^2$

$\{5^3 – 30 – 2 \times [5^2 – 4 \times (6^4 : 6^4 – 1 + 5)] + 7 \times 2\} + 4^3 : 4^3$

$[(3^2 – 2) \times 5 – 3^2] : 13 + [(3^4 : 3 + 5) : 2^4 + 16] : 18$

ESERCIZI

- Scomponi in fattori primi: 245 – 840 – 584 – 6130

245

840

584

6130

- Applica il criterio generale di divisibilità e, se la divisione è esatta, calcolane il quoziente 756 e 63

756

63

756				
63				
quoz				

- Applica il criterio generale di divisibilità e, se la divisione è esatta, calcolane il quoziente 7007 e 539

7007

539

7007				
539				
quoz				

- Applica il criterio generale di divisibilità e, se la divisione è esatta, calcolane il quoziente 41503 e 539

41503 | 539 |

41503			
539			
quoz			

- Applica il criterio generale di divisibilità e, se la divisione è esatta, calcolane il quoziente 3245 e 65

3245 | 65 |

3245				
65				
quoz				

ESERCIZI

- Che cos'è il M.C.D. fra due o più numeri?

- Quando due o più numeri si dicono primi tra loro?

- Calcola il M.C.D. dei seguenti gruppi di numeri, usando il metodo insiemistico:

  a) 70, 42, 98; *b)* 56, 42, 24;
  c) 32, 30; *d)* 18, 20, 30

  a)

  b)

  c)

  d)

- Calcola il M.C.D. dei seguenti gruppi di numeri usando il metodo della scomposizione in fattori primi:

  a) 60, 75; *b)* 252, 270;
  c) 3 150, 3 675; *d)* 72, 128, 216;
  e) 324, 729, 486; *f)* 190, 380, 684;
  g) 180, 300, 528, 672; *h)* 128, 220, 286, 308;

  a) 60, 75

60 = 75 =
M.C.D. (60, 75) =

b) 252, 270;

252 = 270 =

M.C.D. (252, 270) =

c) 3 150, 3 675;

3 150 = 3 675 =

M.C.D. (3 150, 3 675) =

d) 72, 128, 216;

72 = 128 = 216 =

M.C.D. (72, 128, 216) =

e) 324, 729, 486;

324 = 729 = 486 =

M.C.D. (324, 729, 486) =

f) 190, 380, 684;

190 = 380 = 684 =

M.C.D. (190, 380, 684) =

g) 180, 300, 528, 672;

180 = 300 = 528 = 672 =

M.C.D. (180, 300, 528, 672) =

h) 128, 220, 286, 308;

128 = 220 = 286 = 308 =

M.C.D. (128, 220, 286, 308) =

ESERCIZI

- Che cos'è il m.c.m. fra due o più numeri?

- Calcola il m.c.m. dei seguenti gruppi di numeri, usando il metodo insiemistico:

a) 12, 24, 36; *b)* 12, 15, 60;
c) 15, 30, 45; *d)* 16, 32, 40;

a)

b)

c)

d)

- Calcola il m.c.m. dei seguenti gruppi di numeri usando il metodo della scomposizione in fattori primi:

a) 25, 40; *b)* 135, 315;
c) 350, 550, 770; *d)* 315, 216, 504;

a)

25 =
40 =
m.c.m (25, 40) =

b)

135 =
315 =
m.c.m (135, 315) =

c)

350 =
550 =
770 =
m.c.m (350, 550, 770) =

d)

315 =
216 =
504 =
m.c.m (315, 216, 504) =

- Calcola il M.C.D. ed il m.c.m. dei seguenti gruppi di numeri usando il metodo della scomposizione in fattori primi:

a) 360, 450, 720; *b)* 270, 405, 540;

a)

360 =
450 =
720 =
M.C.D. (360, 450, 720) =
m.c.m (360, 450, 720) =

b)

270 =
405 =
540 =
M.C.D. (270, 405, 540) =
m.c.m (270, 405, 540) =

ESERCIZI

1. La potenza 3^4 indica:
- Il prodotto di 3 fattori tutti uguali a 4
- Il prodotto di 3 e 4
- Il prodotto di 4 fattori tutti uguali a 3

2. In una potenza la base indica:
- quante volte bisogna moltiplicare l'esponente
- i fattori (uguali) che bisogna moltiplicare tra di loro
- il fattore che bisogna moltiplicare per l'esponente

3. In una potenza l'esponente indica:
- quante volte bisogna moltiplicare la base per se stessa
- i fattori (uguali) che bisogna moltiplicare tra di loro
- il fattore che bisogna moltiplicare per la base

4. Calcola le seguenti potenze:
- $6^3 =$
- $4^2 =$
- $8^4 =$
- $5^3 =$
- $7^1 =$
- $9^0 =$

5. Quali uguaglianze sono esatte?
- $4^3 = 4 \times 4 \times 4$
- $6^2 = 6 \times 6$
- $3^4 = 3 \times 4$
- $4^2 = 4 \times 4$
- $7^5 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$
- $2^5 = 5 \times 5$

6. Scrivi il risultato
- $6^3 \times 6^6 =$
- $8^5 : 8^3 =$
- $6^3 \times 2^3 \times 3^3 =$
- $(2^3)^4 =$
- $45^4 : 9^4 =$

7. Esegui i seguenti calcoli
- $(6^5 \times 6^4) : 6^3 =$
- $(4^2)^4 \times (4^2)^3 =$
- $(7^8 : 7^3) \times 7^4 =$
- $(3^2)^5 : (3^3)^3 =$
- $[(5^3 \times 8^3 \times 2^3) \times (8^5 \times 2^5 \times 5^5)] : (40^3 \times 2^3)^2 =$

ESERCIZI

- La somma di due numeri è 28 e la loro differenza è 12. Quali sono i due numeri?

- In una cassetta vi sono mele e pere per un numero complessivo di 65 frutti; le mele sono 19 in più delle pere. Calcola il numero delle mele e delle pere.

- Ad una gara podistica partecipano complessivamente 280 atleti fra uomini, donne e ragazzi. Le donne sono 20 in più dei ragazzi e gli uomini 60 in più delle donne. Calcola il numero degli uomini, delle donne e dei ragazzi che partecipano alla gita.

- Marco, Luigi e Alice sono 3 fratelli. Marco e Luigi hanno complessivamente 57 anni; Marco ed Alice 46, Luigi ed Alice 41. Qual è l'età di ognuno dei tre fratelli?

ESERCIZI

- Un agricoltore ha raccolto 150 kg di mele, 110 kg di pere e 200 kg di arance. Vuole sistemare la frutta raccolta in cassette che abbiano tutte lo stesso peso e che contengano ciascuna lo stesso tipo di frutta. Quale sarà il peso di ogni cassetta? Quante cassette serviranno per ogni tipo di frutta? Quante cassette potrà riempire in totale?

- Le signore Anna, Fiorenza e Rosanna iniziano oggi, 18 aprile, ad andare in palestra. Per la prima volta vanno insieme, successivamente Anna potrà andare in palestra ogni 3 giorni, Fiorenza andrà ogni 4 giorni, mentre Rosanna potrà andare solo ogni 6 giorni. Quale sarà la data in cui si troveranno nuovamente insieme in palestra?

- 4 ferrovieri si incontrano, durante i loro viaggi in treno, alla stazione di Milano il 1° settembre. Se ritornano a Milano rispettivamente ogni 3, 5, 10, 6 giorni, dopo quanti giorni si incontreranno nuovamente? Quante volte si incontreranno a Milano in un anno?

- In una biblioteca sono arrivati dei nuovi libri: 60 libri di storia, 45 libri di geografia e 40 libri di scienze. Si decide di sistemarli in parti uguali nel maggior numero possibile di scaffali che contengano ciascuno i tre tipi di libri. Quanti scaffali si dovranno usare? In ogni scaffale quanti libri di storia, geografia e scienze si dovranno mettere?

ESERCIZI

1. Quante e quali dimensioni ha la retta?

2. Quante rette passano per un punto?

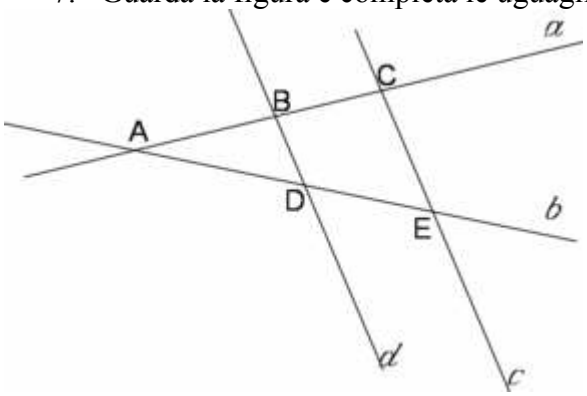
3. Quante rette passano per due punti?

4. Quante e quali dimensioni ha il piano?

5. Disegna tre punti A, B e C in un piano δ, in modo che ci sia una sola retta che li unisca. Come devono essere i tre punti?

6. Disegna tre rette *a, b, c* appartenenti allo stesso piano e che godano di queste proprietà
   $a \cap b \cap c = \varnothing$
   Come sono tra loro le rette?

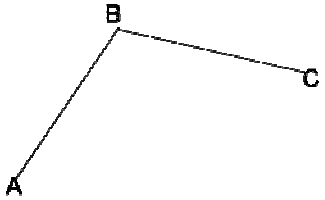
7. Guarda la figura e completa le uguaglianze



$a \cap b =$ …..
$d \cap c =$ …..
$a \cap d =$ …..
$b \cap c =$ …..

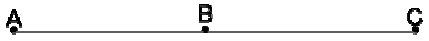
ESERCIZI

1. Come sono tra loro questi segmenti?

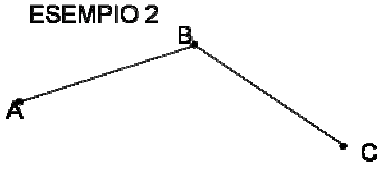


2. Per quale dei due esempi è vera la frase: AB e BC sono segmenti adiacenti

ESEMPIO 1



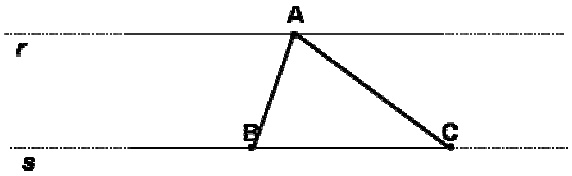
ESEMPIO 2



3. Prova a dare una definizione di semiretta

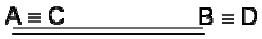
4. Per due punti quanti segmenti possono passare?

5. Osserva e confronta



AB …….. BC
AC …….. AB

Quanti segmenti vedi? Colorali di verde.
Quante semirette vedi? Colorale di rosso

6. 

Quale affermazione è vera?

AB > CD
AB ≅ CD
AB < CD

http://matemedie.blogspot.com