Nucleo tematico: il numero

7

Le frazioni

1. Dai numeri naturali alle frazioni
2. La frazione come operatore
3. Frazioni proprie, improprie, apparenti
4. Rappresentazione di una frazione su una semiretta
5. Frazioni equivalenti
6. Semplificazione di frazioni
7. Classi di equivalenza
8. Riduzioni di frazioni al minimo comun denominatore
9. Confronto tra frazioni

Prerequisiti

- Eseguire le quattro operazioni e le potenze
- Calcolare M.C.D. e m.c.m.
- Rappresentare numeri naturali sulla semiretta

Obiettivi

Conoscenze

- Il significato di frazione
- La classificazione delle frazioni
- Il significato di frazione equivalente

Abilità

- Rappresentare le frazioni sulla semiretta
- Utilizzare le frazioni come operatori
- Individuare e determinare frazioni equivalenti
- Ridurre frazioni al minimo comun denominatore
- Confrontare e ordinare le frazioni in modo crescente e decrescente

1 Dai numeri naturali alle frazioni

ESERCIZI pagg. 303-307

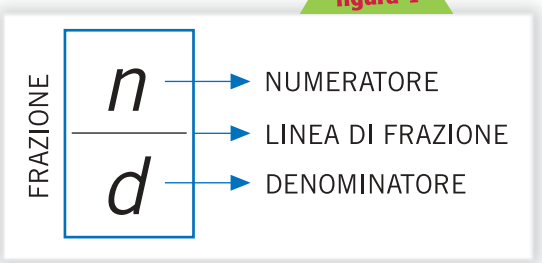
Quattro compagni di classe decidono di dividersi in modo uguale 3 focacce; devono quindi calcolare il quoziente della divisione 3 : 4.
Ma 3 non è un multiplo di 4, pertanto non esiste un numero naturale che moltiplicato per il divisore 4 dia il dividendo 3.
Questo problema può essere risolto procedendo nel seguente modo:
si divide ciascuna focaccia in 4 parti uguali, ottenendo in tutto 12 parti uguali ciascuna delle quali è $\frac{1}{4}$ di focaccia, dando a ognuno dei 4 alunni 3 di tali parti, cioè $\frac{3}{4}$ di focaccia, si risolve il problema.

Quindi si può scrivere:

$$3 : 4 = \frac{3}{4}.$$

La scrittura $\frac{3}{4}$ si dice **frazione**; i numeri 3 e 4 sono i **termini della frazione** e sono separati da una linea orizzontale detta **linea di frazione**; il numero sopra si chiama **numeratore**, il numero sotto **denominatore**.

figura 1



In generale si può affermare che:

Qualsiasi frazione rappresenta il quoziente esatto della divisione tra il numeratore e il denominatore.

ESEMPIO

a) $5 : 7 = \frac{5}{7}$ b) $15 : 8 = \frac{15}{8}$ c) $11 : 25 = \frac{11}{25}$

Da quanto enunciato derivano alcune conseguenze:

- $\frac{0}{3} = 0 : 3 = 0$ $\frac{0}{7} = 0 : 7 = 0$ ..... $\frac{0}{d} = 0$ con $d \neq 0$
- $\frac{11}{0}; \frac{5}{0}; \frac{7}{0}; \frac{0}{0}$ ..... $\frac{n}{0}$ non hanno significato

- $\frac{8}{1} = 8 : 1 = 8$ $\quad \frac{12}{1} = 12 : 1 = 12$ ..... $\frac{n}{1} = n : 1 = n$
- $\frac{5}{5} = 5 : 5 = 1$ $\quad \frac{11}{11} = 11 : 11 = 1$ ..... $\frac{n}{d} = 1$ se $n = d$

Le frazioni costituiscono un nuovo insieme numerico: l'insieme dei **numeri razionali assoluti**, che si indica con il simbolo $\mathbb{Q}^a$.

Razionale deriva dal latino **ratio** che significa "**calcolo**"; il simbolo $\mathbb{Q}$ è l'iniziale della parola **quoziente**.

2 La frazione come operatore

ESERCIZI pagg. 303-307

2.1 La frazione applicata a un intero

Consideriamo due esempi:

A) "Versiamo l'acqua di una bottiglia da 1 litro in 5 contenitori identici, in modo che la quantità versata in ognuno di essi sia uguale. Quanti litri d'acqua conterrà ciascun contenitore?"

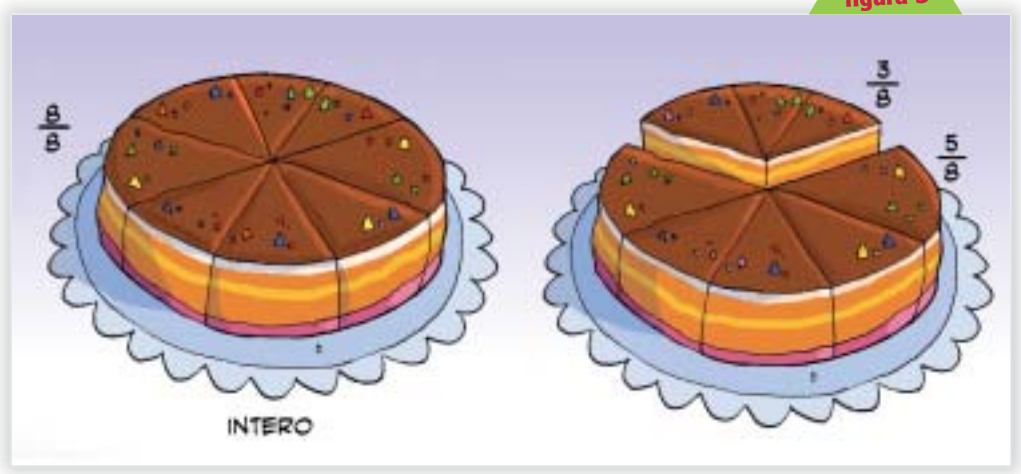
figura 2

Il litro d'acqua rappresenta l'intero da dividere e l'acqua di ogni contenitore rappresenta la quinta parte dell'intero; quindi, in ogni contenitore è contenuto un quinto del litro d'acqua, cioè $\frac{1}{5}$

Una sola delle parti uguali in cui è diviso l'intero viene detta unità frazionaria.

B) "Tagliamo una torta in 8 pezzi e ne mangiamo 3 fette; quante fette di torta restano?"

figura 3



Resteranno $\frac{5}{8}$ di torta, mentre ne abbiamo mangiato i $\frac{3}{8}$.

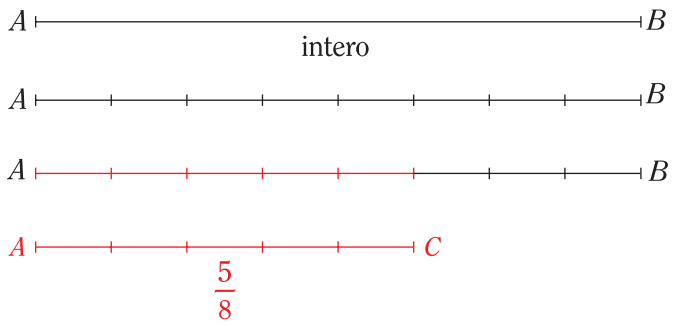
Da questi esempi possiamo capire che:

di una frazione applicata ad un intero, **il denominatore indica in quante parti viene suddiviso l'intero** (il litro d'acqua, la torta); il **numeratore indica il numero delle parti che occorre prendere in considerazione** (l'acqua contenuta in un contenitore, le fette di torta).

2.2 La frazione applicata a una misura o a un numero

"Quanto misurano i $\frac{5}{8}$ di un segmento AB lungo 24 cm?"

Dividiamo il segmento AB in 8 parti uguali e coloriamone 5. Il problema diventa: "quanto misura la parte colorata?"



Calcoliamo la misura di ogni parte → $= 24 : 8 = 3$ cm.

Calcoliamo la misura della parte colorata → $\overline{AC} = 3 \times 5 = 15$ cm.

Quindi, per trovare i $\frac{5}{8}$ di 24 occorre procedere nel seguente modo:

$$24 : 8 \times 5 = 15 \text{ cm}$$

In pratica, quando bisogna applicare una frazione a un numero o a una misura, si procede così:

1) Si divide il numero dato o la misura di una grandezza per il denominatore della frazione;
2) si moltiplica il risultato ottenuto per il numeratore.

ESEMPIO

a) $\frac{3}{5}$ di $75 = 75 : 5 \times 3 = 45$ b) $\frac{2}{7}$ di $91 = 91 : 7 \times 2 = 26$

CHECK POINT

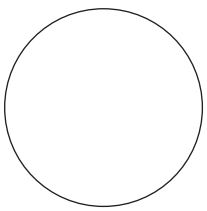
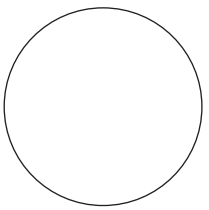
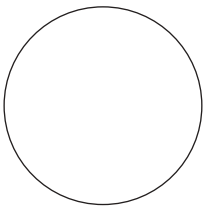
1. Completa le seguenti frasi.

Considera la frazione $\frac{4}{5}$; il 4 è detto ..... mentre il 5 è detto ..... .

Il trattino che separa il 4 dal 5 è detto ..... .

La linea di frazione rappresenta l'operazione di ..... .

2. Colora.

$\frac{1}{4}$  $\frac{3}{8}$  $\frac{4}{4}$ 

Quale di queste frazioni rappresenta l'unità frazionaria? .....

Quale di queste frazioni rappresenta l'intero? .....

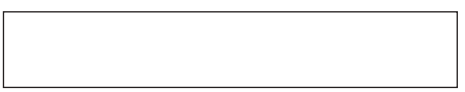
3. Applica le seguenti frazioni ai numeri indicati.

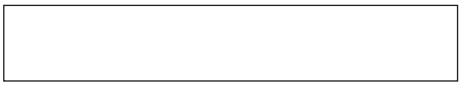
$\frac{3}{4}$ di $20 =$ ..... $: 4 \times 3 =$ ..... $\times 3 =$ ..... $\frac{3}{10}$ di $50 =$ .....

$\frac{2}{5}$ di $10 =$ ..... : ... $\times$ ... $=$ ..... $\times$ ... $=$ ..... $\frac{4}{7}$ di $21 =$ .....

$\frac{1}{2}$ di $18 =$ ..... $\frac{2}{3}$ di $15 =$ .....

4. Considera i seguenti rettangoli e colora la parte indicata.

 → $\frac{1}{6}$ → $\frac{3}{4}$

→ $\frac{1}{12}$  → $\frac{2}{3}$

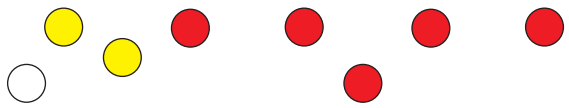
segue

continua

5. Risolvi il seguente problema.

Marco possiede 8 biglie colorate:
1 biglia è bianca, 5 biglie sono rosse, 2 biglie sono gialle.
Quali frazioni corrispondono alle biglie rosse, alle biglie gialle e a quella bianca?

Osserva la seguente rappresentazione grafica e completa:



L'intero che rappresenta l'insieme delle biglie in quante parti è diviso? .....

La biglia bianca rappresenta $\frac{\dots}{\dots}$ di tutte le biglie.

Le biglie rosse rappresentano $\frac{\dots}{\dots}$ di tutte le biglie.

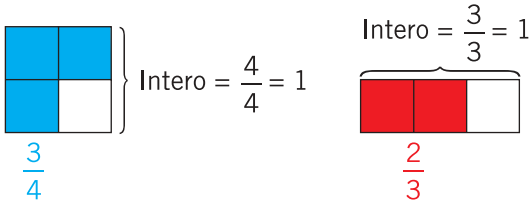
Le biglie gialle rappresentano $\frac{\dots}{\dots}$ di tutte le biglie.

3 Frazioni proprie, improprie, apparenti

ESERCIZI pagg. 307-310

Osserva le seguenti rappresentazioni di frazioni.

1)

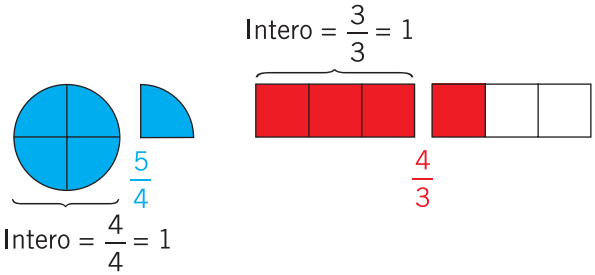


Le frazioni di questo tipo si dicono **proprie.**

In entrambi i casi considerati si ha

- *Il numeratore è minore del denominatore*: infatti $3 < 4$ e $2 < 3$.
- Le frazioni rappresentano una parte minore dell'intero, cioè sono *minori di 1.*

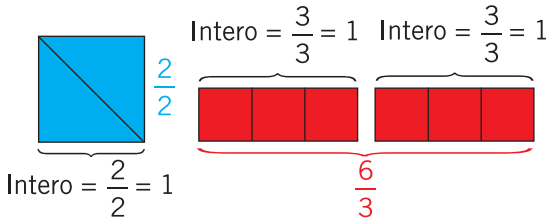
2)



Le frazioni di questo tipo si dicono **improprie.**

In entrambi i casi considerati si ha

- *Il numeratore è maggiore del denominatore*: infatti $5 > 4$ e $4 > 3$.
- Le frazioni rappresentano una parte maggiore dell'intero, cioè sono *maggiori di 1.*

3) 

Le frazioni di questo tipo si dicono **apparenti**.

Riassumendo:

In entrambi i casi considerati si ha

- *Il numeratore è multiplo del denominatore*: infatti $2 = 2 \times 1$ e $6 = 3 \times 2$.
- Le frazioni *corrispondono a numeri interi*, $2 : 2 = 1$ e $6 : 3 = 2$.

Le frazioni che hanno il numeratore minore del denominatore si chiamano proprie e rappresentano un numero minore di uno.

Le frazioni che hanno il numeratore maggiore del denominatore, ma non multiplo, si chiamano improprie. Queste frazioni rappresentano numeri maggiori di 1, ma non interi.

Le frazioni in cui il numeratore è multiplo del denominatore si chiamano apparenti. Queste frazioni rappresentano numeri interi.

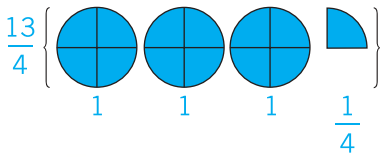
Nota bene

*Le **frazioni improprie** possono trasformarsi in **numeri misti**, cioè nella somma di un numero intero e una frazione propria.*

Per trasformare una frazione impropria, ad esempio $\frac{13}{4}$, *in numero misto, bisogna:*

- *dividere il numeratore per il denominatore* $\rightarrow$ $13 : 4 = 3$ *resto* **1**;
- *il quoziente è la parte intera del numero misto, il resto è il numeratore della parte frazionaria:*

$$\frac{13}{4} = 3 + \frac{1}{4}$$



ESEMPIO

a) $\frac{15}{6} \rightarrow$ poiché $15 : 6 = 2$ resto 3 allora $\frac{15}{6} = 2 + \frac{3}{6}$

b) $\frac{24}{5} \rightarrow$ poiché $24 : 5 = 4$ resto 4 allora $\frac{24}{5} = 4 + \frac{4}{5}$

CHECK POINT

1. Quali numeri interi rappresentano le seguenti frazioni apparenti?

$\frac{25}{5} = ...$ $\frac{27}{3} = ...$ $\frac{10}{1} = ...$ $\frac{0}{13} = ...$

2. Date le seguenti frazioni, cerchia con colori diversi le frazioni proprie, improprie ed apparenti.

$\frac{3}{4}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{8}{7}$ $\frac{18}{3}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{8}{1}$ $\frac{1}{8}$.

segue

continua

3. Esegui le divisioni indicate dalle seguenti frazioni.

$\frac{5}{2}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{15}{3}$

$\frac{5}{2} = 5 : 2 =$ ..... $\frac{1}{5} =$ ..... $\frac{15}{3} =$ .....

Quale tra queste rappresenta un numero minore di uno? .....

Perché? È una frazione .....

Quale tra queste rappresenta un numero maggiore di uno, ma non intero? .....

Perché? È una frazione .....

Quale tra queste rappresenta un numero intero? .....

Perché? È una frazione .....

4. Trasforma le seguenti frazioni improprie in numeri misti.

$\frac{15}{4} \rightarrow 15 : 4 =$ ..... resto ..... quindi $\frac{15}{4} =$ ..... $+ \frac{.....}{4}$

$\frac{5}{2} = 2 + \frac{...}{2}$ $\frac{36}{5} = ... + \frac{1}{5}$ $\frac{12}{7} = 1 + \frac{...}{...}$ $\frac{23}{7} = 3 + \frac{...}{...}$

$\frac{15}{6} =$ ..... $\frac{27}{13} = ... + \frac{1}{13}$ $... + \frac{4}{7} = \frac{32}{7}$ $4 + ... = \frac{17}{4}$

4 Rappresentazione di una frazione su una semiretta

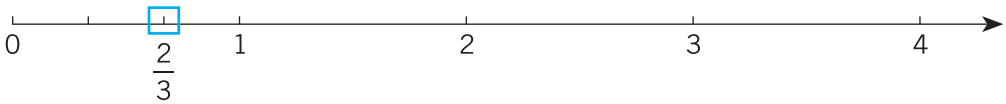
ESERCIZI pagg. 310-311

Come abbiamo già visto per i numeri naturali, anche le frazioni si rappresentano su una semiretta. Si presentano i seguenti casi.

La frazione è propria

Essendo minore di 1, la sua collocazione è nello spazio compreso tra zero e uno.

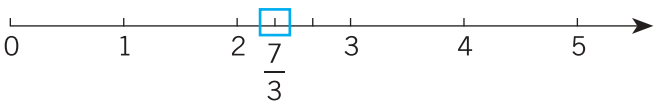
Ad esempio, la posizione della frazione $\frac{2}{3}$ si trova dividendo lo spazio tra zero e uno in tre parti uguali e considerando due di queste parti.



La frazione è impropria

Conviene allora trasformarla nel numero misto corrispondente.

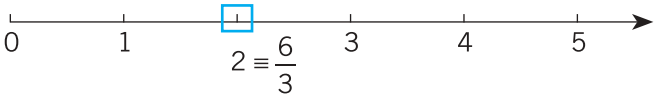
Ad esempio, la frazione $\frac{7}{3}$ trasformata in numero misto diventa $\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$; la sua posizione sulla semiretta è, quindi, tra i punti che rappresentano 2 e 3; più precisamente: lo spazio che rappresenta la terza unità deve essere diviso in tre parti uguali e di queste se ne considera una.



La frazione è apparente

La sua collocazione coincide con i punti che rappresentano i numeri naturali.

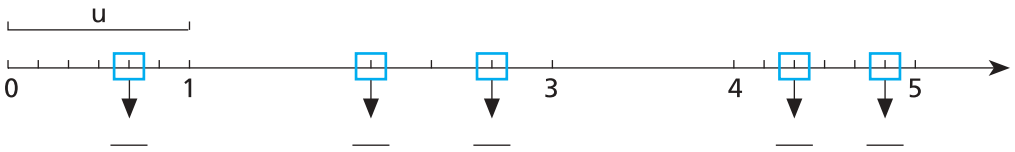
Ad esempio, la posizione della frazione $\frac{6}{3}$, poiché $6 : 3 = 2$, coincide con quella del numero 2.



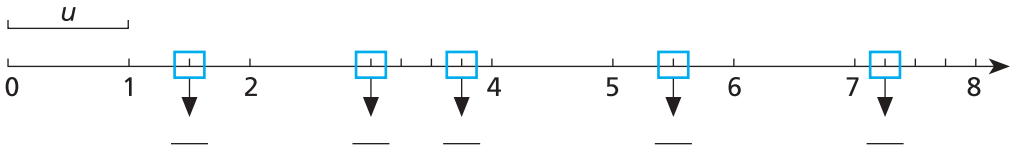
CHECK POINT

Riporta i seguenti numeri frazionari nelle rispettive semirette, dopo aver trasformato le frazioni improprie in numeri misti.

1. $\frac{26}{6} =$ ..... $\frac{29}{6} =$ ..... $\frac{2}{1} =$ ..... $\frac{4}{6} =$ ..... $\frac{8}{3} =$ .....



2. $\frac{3}{2} =$ ..... $\frac{29}{4} =$ ..... $\frac{15}{4} =$ ..... $\frac{11}{2} =$ ..... $\frac{3}{1} =$ .....



5 Frazioni equivalenti

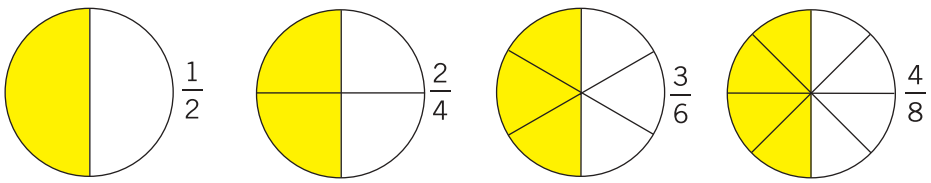
ESERCIZI
pagg. 312-316

In generale si ha che:

Due o più frazioni sono equivalenti quando applicate alla medesima grandezza ne rappresentano la stessa parte.

Consideriamo la figura 4.

figura 4



Applicando successivamente allo stesso intero le frazioni:

$$\frac{1}{2} \qquad \frac{2}{4} \qquad \frac{3}{6} \qquad \frac{4}{8}$$

si sono ottenute figure congruenti.

Applichiamo ora le stesse frazioni al numero 48:

$$\underbrace{\begin{array}{ll} \frac{1}{2} \text{ di } 48 = 48 : 2 \times 1 = \boxed{24} & \frac{3}{6} \text{ di } 48 = 48 : 6 \times 3 = \boxed{24} \\ \frac{2}{4} \text{ di } 48 = 48 : 4 \times 2 = \boxed{24} & \frac{4}{8} \text{ di } 48 = 48 : 8 \times 4 = \boxed{24} \end{array}}_{\text{Si ottiene sempre lo stesso risultato}}$$

Le frazioni $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$ applicate alla stessa grandezza danno lo stesso risultato.
Tali frazioni sono **equivalenti** e si scrive:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$$

Consideriamo ora le frazioni $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$. Osserviamo che la frazione $\frac{2}{4}$ si può ottenere dalla frazione $\frac{1}{2}$ moltiplicando sia il numeratore sia il denominatore per 2:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4}$$

e viceversa la frazione $\frac{1}{2}$ si può ottenere dalla frazione $\frac{2}{4}$ dividendo numeratore e denominatore per 2:

$$\frac{2}{4} = \frac{2 : 2}{4 : 2} = \frac{1}{2}.$$

ESEMPIO

a) $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$ b) $\frac{4}{5} = \frac{4 \times 5}{5 \times 5} = \frac{20}{25}$ c) $\frac{6}{9} = \frac{6 : 3}{9 : 3} = \frac{2}{3}$

Questa proprietà è detta **invariantiva delle frazioni** e si può enunciare nel seguente modo:

Moltiplicando o dividendo numeratore e denominatore di una frazione per uno stesso numero (non nullo) si ottiene una frazione equivalente a quella data.

Puoi verificare anche tu che sono **infinite le frazioni equivalenti** che si possono ottenere da una qualsiasi frazione.

6 Semplificazione di frazioni

ESERCIZI pagg. 312-316

Semplificare una frazione significa trasformarla in un'altra ad essa equivalente, ma con i termini più piccoli.

Per **semplificare** una frazione si devono dividere numeratore e denominatore per i loro divisori comuni.

ESEMPIO

a) $\frac{36}{48} = \frac{36:2}{48:2} = \frac{18}{24}$ b) $\frac{9}{24} = \frac{9:3}{24:3} = \frac{3}{8}$

Osserva che la frazione $\frac{3}{8}$ non può più essere semplificata perché 3 e 8 sono numeri primi tra loro. Tale frazione si dice **ridotta ai minimi termini**.

La frazione $\frac{18}{24}$ si può ancora ridurre ai minimi termini.

ESEMPIO

$$\frac{18:2}{24:2} = \frac{9}{12} = \frac{9:3}{12:3} = \frac{3}{4}.$$

Nella pratica è più conveniente semplificare così:

$$\frac{\cancel{36}^{\cancel{18}\,\cancel{9}\,3}}{\cancel{48}_{\cancel{24}\,\cancel{12}\,4}} = \frac{3}{4} \qquad \frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{24}_{8}} = \frac{3}{8}$$

In questi casi, il metodo utilizzato per ridurre le frazioni ai minimi termini è quello delle **divisioni successive**.

In generale, valgono le seguenti definizioni.

Un frazione si dice **riducibile** se numeratore e denominatore ammettono divisori comuni.

Una frazione è **ridotta ai minimi termini** (o **irriducibile**) se il numeratore e il denominatore sono primi tra loro.

Una frazione può essere semplificata dividendo sia il numeratore sia il denominatore per il loro M.C.D. **Metodo della riduzione mediante M.C.D.**

ESEMPIO

Data la frazione $\frac{48}{120}$; M.C.D. (48; 120) = 24

$\frac{48}{120} = \frac{48 : 24}{120 : 24} = \frac{2}{5}$ Nella pratica si scrive così: $\frac{\cancel{48}^{2}}{\cancel{120}_{5}} = \frac{2}{5}$

CHECK POINT

1. Sottolinea le frazioni che sono già ridotte ai minimi termini.

$\frac{14}{28}$ $\frac{10}{11}$ $\frac{40}{15}$ $\frac{33}{121}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{9}{8}$ $\frac{25}{14}$ $\frac{12}{36}$ $\frac{42}{28}$ $\frac{9}{11}$

2. Semplifica le seguenti frazioni.

a) $\frac{35}{28} = \frac{35 : 7}{28 : 7} = \frac{.....}{.....}$ $\frac{10}{25} = \frac{10 : 5}{25 : .....} = \frac{.....}{.....}$ più velocemente $\frac{\cancel{35}^{...}}{\cancel{28}_{...}} = ...$ e $\frac{\cancel{10}^{...}}{\cancel{25}_{...}} = ...$

b) $\frac{42}{104} = \frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....}$ $\frac{49}{91} = \frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....}$ più velocemente .....

c) $\frac{18}{42} = \frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....}$ $\frac{15}{10} = \frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....}$ più velocemente .....

d) $\frac{72}{60} = \frac{72 : 2}{60 : 2} = \frac{36}{30} = \frac{36 : 2}{30 : 2} = ...$ più velocemente $\frac{\cancel{72}^{\cancel{36}^{18}\ ...}}{\cancel{60}_{\cancel{30}_{15}\ ...}} = ...$

e) $\frac{40}{120} = ...$ più velocemente .....

f) $\frac{126}{168} = \frac{126 : 2}{168 : 2} = ...$ più velocemente .....

3. Semplifica con il metodo della riduzione mediante M.C.D.

a) M.C.D.(18, 48) = 6 $\frac{18}{48} = \frac{18 : .....}{48 : .....} = \frac{.....}{.....}$ più velocemente $\frac{\cancel{18}^{3}}{\cancel{48}_{...}} = ...$

b) M.C.D.(90; 105) = ... $\frac{90}{105} = \frac{90 : .....}{105 : .....} = \frac{.....}{.....}$ più velocemente .....

c) M.C.D.(84; 132) = ... $\frac{84}{132} = \frac{84 : .....}{132 : .....} = \frac{.....}{.....}$ più velocemente .....

7 Classi di equivalenza

ESERCIZI pagg. 312-316

Consideriamo l'insieme delle seguenti frazioni: $\frac{2}{5}$; $\frac{4}{10}$; $\frac{6}{15}$; $\frac{8}{20}$ etc.

Queste frazioni sono tra loro equivalenti. Si dice che sono gli elementi di una stessa **classe di equivalenza**.

Ovviamente gli elementi di una stessa classe sono infiniti. **La frazione ridotta ai minimi termini** $\left(\text{come } \frac{2}{5}\right)$ **viene utilizzata per rappresentare l'intera classe di equivalenza**. Si dice anche che la frazione ridotta ai minimi termini è la **frazione generatrice** della classe di equivalenza.

ESEMPIO

$\left[\frac{1}{2}\right]$ si legge: classe di equivalenza individuata dalla frazione $\frac{1}{2}$ e cioè:

$\left[\frac{1}{2}\right]$ rappresenta l'insieme $\left\{\frac{1}{2}; \frac{2}{4}; \frac{3}{6}; \frac{4}{8}; \text{etc..}\right\}$

8 Riduzione di frazioni al minimo comun denominatore

ESERCIZI pagg. 317-321

Per trasformare una frazione data in un'altra equivalente di denominatore assegnato si divide il denominatore assegnato per quello della frazione data (se possibile) e si moltiplica il risultato per il numeratore dato.

ESEMPIO

$$\frac{5}{7} = \frac{?}{42} \rightarrow \frac{42 : 7 \times 5}{42} = \frac{30}{42} \quad \text{oppure} \quad \frac{5}{7} \overset{\times 6}{\underset{\times 6}{=}} \frac{30}{42}$$

A volte è necessario procedere alla semplificazione della frazione data.

ESEMPIO

$$\frac{15}{40} = \frac{?}{16} \rightarrow \frac{\cancel{15}^{3}}{\cancel{40}_{8}} = \frac{16 : 8 \times 3}{16} = \frac{6}{16} \quad \text{oppure} \quad \frac{\cancel{15}^{3}}{\cancel{40}_{8}} \overset{\times 2}{\underset{\times 2}{=}} \frac{6}{16}$$

Se il nuovo denominatore **non è multiplo** del denominatore della frazione data, non è possibile trasformare la frazione.

ESEMPIO

$$\frac{2}{7} = \frac{?}{10}$$

Poiché 10 non è multiplo di 7 non è possibile trasformare la frazione data in un'altra equivalente con denominatore 10.

Per ridurre due o più frazioni allo stesso denominatore si procede in questo modo:

1) si riducono le frazioni date ai minimi termini, se non lo sono già:

$$\frac{\cancel{24}^{4}}{\cancel{30}_{5}}, \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{10}_{2}}, \frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{40}_{20}};$$

2) si calcola il minimo comune multiplo dei denominatori delle frazioni ridotte: m.c.m. (5, 2, 20) = 20;

3) si trasformano le frazioni date, ridotte ai minini termini, nelle frazioni equivalenti aventi per denominatore il minimo comune multiplo dei denominatori.

$$\frac{4}{5} \overset{\times 4}{\underset{\times 4}{=}} \frac{16}{20} \qquad \frac{1}{2} \overset{\times 10}{\underset{\times 10}{=}} \frac{10}{20} \qquad \frac{3}{20} = \frac{3}{20}.$$

Il minimo comune multiplo dei denominatori si indica più brevemente con il simbolo **m.c.d.** (**minimo comun denominatore**).

ESEMPIO

a) Riduciamo le frazioni $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{6}$ e $\frac{11}{18}$ al m.c.d.

Si cerca il m.c.m. dei denominatori 4, 6 e 18, che è 36. Quindi m.c.d. = 36.

Si applica la proprietà invariantiva alle frazioni:

$$\frac{3}{4} \overset{\times 9}{\underset{\times 9}{=}} \frac{27}{36} \qquad \frac{5}{6} \overset{\times 6}{\underset{\times 6}{=}} \frac{30}{36} \qquad \frac{11}{18} \overset{\times 2}{\underset{\times 2}{=}} \frac{22}{36}.$$

b) Riduciamo al minimo comun denominatore 3 e $\frac{5}{7}$.

Il numero 3 può essere scritto come frazione apparente $\frac{3}{1}$.

m.c.m. (1, 7) = 7. Quindi: $\frac{3}{1} \overset{\times 7}{\underset{\times 7}{=}} \frac{21}{7} \qquad \frac{5}{7} = \frac{5}{7}.$

segue

continua

ESEMPIO

c) Trasformiamo allo stesso m.c.d. le frazioni $\frac{9}{15}$; $\frac{16}{12}$; $\frac{1}{10}$.

Riduciamo le frazioni ai minimi termini: $\frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{15}_{5}}$; $\frac{\cancel{16}^{4}}{\cancel{12}_{3}}$; $\frac{1}{10}$.

Calcoliamo il m.c.d. delle frazioni ridotte: m.c.d. (5, 3, 10) = 30.

Procediamo, ora, nel seguente modo:
– si divide il m.c.d. per il denominatore della prima frazione;
– si moltiplica il risultato di questa divisione per il numeratore della prima frazione;
– si eseguono le stesse operazioni per la seconda e la terza frazione.

$$\frac{3}{5} = \frac{30 : 5 \times 3}{30} = \frac{18}{30}; \quad \frac{4}{3} = \frac{30 : 3 \times 4}{30} = \frac{40}{30}; \quad \frac{1}{10} = \frac{30 : 10 \times 1}{30} = \frac{3}{30}.$$

CHECK POINT

1. Trasforma le frazioni date in altre equivalenti aventi il denominatore assegnato. Ricordati di semplificare se necessario.

a) $\frac{3}{8} = \frac{...}{16} \rightarrow \frac{16 : 8 \times 3}{16} = \frac{6}{16}$

b) $\frac{12}{30} = \frac{...}{45} \rightarrow \frac{\cancel{12}^{2}}{\cancel{30}_{5}} = \frac{45 :}{45} = \frac{}{45}$

c) $\frac{18}{12} = \frac{...}{10} \rightarrow \frac{\cancel{18}^{...}}{\cancel{12}_{...}} = \frac{}{10} = \frac{}{10}$

d) $\frac{5}{6} = \frac{...}{36} \rightarrow \frac{36 : 6 \times 5}{36} = \frac{}{36}$

e) $\frac{24}{32} = \frac{...}{56} \rightarrow \frac{\cancel{24}^{...}}{\cancel{32}_{...}} = \frac{}{56} = \frac{}{56}$

f) $\frac{28}{49} = \frac{...}{63} \rightarrow \frac{\cancel{28}^{...}}{\cancel{49}_{...}} = \frac{}{63} = \frac{}{63}$.

2. Trasforma le seguenti frazioni in altre equivalenti, riducendole al minimo comun denominatore.

FRAZIONI ASSEGNATE	RIDUZIONE AI MINIMI TERMINI	CALCOLO m.c.m DEI DENOMINATORI (m.c.d.)	RIDUZIONE AL MINIMO COMUN DENOMINATORE
$\frac{5}{7}$; $\frac{11}{4}$	/	m.c.m (7, 4) = 28	$\frac{28 : 7 \times 5}{28} = \frac{20}{28}$; $\frac{28 : 4 \times 11}{28} = \frac{77}{28}$
$\frac{27}{15}$; $\frac{8}{56}$; $\frac{18}{4}$	$\frac{\cancel{27}^{9}}{\cancel{15}_{5}}$; $\frac{\cancel{8}^{1}}{\cancel{56}_{7}}$; $\frac{\cancel{18}^{9}}{\cancel{4}_{2}}$	m.c.m. (5, 7, 2) = ...	$\frac{70 : 5 \times 9}{70} = ___$; $\frac{70 : 7 \times 1}{70} = ___$; $\frac{70 : 2 \times 9}{70} = ___$
$\frac{18}{20}$; $\frac{4}{8}$; $\frac{3}{20}$			
$\frac{28}{35}$; $\frac{12}{18}$; $\frac{6}{12}$			
$\frac{20}{32}$; $\frac{21}{36}$; 2			

9 Confronto tra frazioni

Considerate due o più frazioni, eseguire il confronto tra di esse significa stabilire se sono equivalenti o se una è maggiore o minore delle altre.
Si possono verificare i seguenti casi.

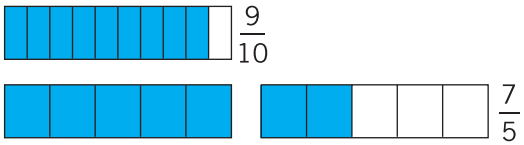
ESERCIZI pagg. 321-323

Confronto tra una frazione impropria e una propria

Considerando che ogni frazione propria è minore di uno, mentre quelle improprie sono maggiori di uno, si può affermare che:

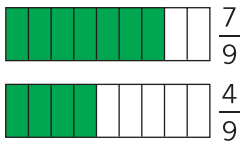
Ogni frazione impropria è maggiore di qualunque frazione propria.

Ad esempio $\frac{7}{5} > \frac{9}{10}$

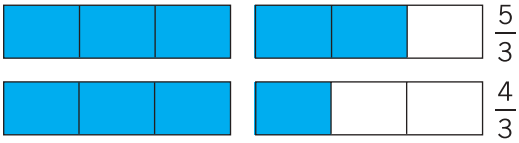


Confronto tra due frazioni aventi lo stesso denominatore

a) Le frazioni sono entrambe proprie, ad esempio $\frac{7}{9}$ e $\frac{4}{9}$; operando sulla stessa grandezza, si osserva che $\frac{7}{9} > \frac{4}{9}$.



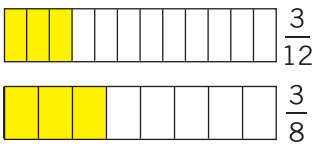
b) Le frazioni sono entrambe improprie, ad esempio $\frac{5}{3}$ e $\frac{4}{3}$; operando sulla stessa grandezza si osserva che $\frac{5}{3} > \frac{4}{3}$.



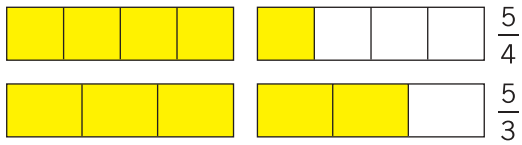
Tra due frazioni aventi lo stesso denominatore è maggiore quella con il numeratore maggiore.

Confronto tra due frazioni aventi lo stesso numeratore

a) Le frazioni sono entrambe proprie, ad esempio $\frac{3}{8}$ e $\frac{3}{12}$; operando sulla stessa grandezza si osserva che $\frac{3}{8} > \frac{3}{12}$.



b) Le frazioni sono entrambe improprie, ad esempio $\frac{5}{3}$ e $\frac{5}{4}$; operando sulla stessa grandezza si osserva che $\frac{5}{3} > \frac{5}{4}$.



Quindi:

Tra due frazioni con lo stesso numeratore è maggiore quella avente denominatore minore.

Confronto tra frazioni aventi numeratore e denominatore diversi

Per confrontare, ad esempio, le frazioni $\frac{4}{5}$ e $\frac{7}{8}$ è possibile procedere in due modi diversi.

1. Si eseguono le due divisioni

$$4 : 5 = 0{,}8; \qquad 7 : 8 = 0{,}875.$$

Essendo $0{,}875 > 0{,}8$ ne consegue che $\frac{7}{8} > \frac{4}{5}$.

2. Si riducono le due frazioni al m.c.d., che è 40

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 8}{5 \times 8} = \frac{32}{40}; \qquad \frac{7}{8} = \frac{7 \times 5}{8 \times 5} = \frac{35}{40}.$$

Essendo $\frac{35}{40} > \frac{32}{40}$, ne consegue che $\frac{7}{8} > \frac{4}{5}$.

Il procedimento di riduzione al minimo comun denominatore è particolarmente utile quando si deve effettuare il confronto di più frazioni per ordinarle in senso crescente o decrescente.

ESEMPIO

Vogliamo disporre in ordine crescente le seguenti frazioni:

$$\frac{9}{10}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{14}{25}$$

si riducono al minimo comun denominatore:
m.c.d. (10, 5, 2, 25) = 50

$$\frac{9}{10} = \boxed{\frac{45}{50}} \qquad \frac{2}{5} = \boxed{\frac{20}{50}} \qquad \frac{1}{2} = \boxed{\frac{25}{50}} \qquad \frac{14}{25} = \boxed{\frac{28}{50}}$$

Allora:

$$\frac{20}{50} < \frac{25}{50} < \frac{28}{50} < \frac{45}{50} \text{ quindi: } \frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{14}{25} < \frac{9}{10}.$$

Nota bene

In alternativa a quelli già considerati esiste un altro metodo per confrontare due frazioni, detto **metodo del prodotto a croce**, *vediamo in che cosa consiste.*

Confrontiamo, ad esempio, le frazioni $\frac{9}{7}$ *e* $\frac{8}{5}$.

Moltiplichiamo il numeratore della prima frazione per il denominatore della seconda e il numeratore della seconda frazione per il denominatore della prima:

$$\frac{9}{7} \quad \frac{8}{5} \qquad 9 \times 5 = 45 \text{ e } 8 \times 7 = 56;$$

*il primo prodotto (***45***) è minore del secondo (***56***), quindi la prima frazione è minore della seconda:* $\frac{9}{7} < \frac{8}{5}$.

In generale, date due frazioni $\frac{a}{b}$ *e* $\frac{c}{d}$, *se* $a \times d > b \times c$ *allora* $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$, *se* $a \times d < b \times c$ *allora* $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$.

Se i due prodotti ottenuti sono uguali, le due frazioni sono equivalenti.

CHECK POINT

1. Poni il segno corretto scelto tra >; <; =.

$\frac{3}{5}$ ..... $\frac{2}{5}$ $\quad$ $\frac{3}{7}$ ..... $\frac{3}{11}$ $\quad$ $\frac{7}{11}$ ..... $\frac{10}{11}$ $\quad$ $\frac{3}{12}$ ..... $\frac{1}{4}$ $\quad$ $\frac{6}{9}$ ..... $\frac{10}{3}$ $\quad$ $\frac{6}{4}$ ..... $\frac{5}{2}$

2. Scrivi i seguenti gruppi di frazioni in ordine crescente, dopo averle ridotte al minimo comun denominatore.

a) $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{3}$; $\frac{5}{5}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{9}{2}$ $\qquad$ b) $\frac{10}{12}$; $\frac{0}{24}$; $\frac{11}{12}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{7}{2}$

.....

.....

.....

3. Confronta le seguenti frazioni utilizzando il metodo del prodotto a croce.

a) $\frac{6}{5}$ ..... $\frac{9}{8}$ $\rightarrow$ $\frac{6}{5}$ $\frac{9}{8}$ $\rightarrow$ $6 \times 8 > 9 \times 5 \rightarrow \frac{6}{5} > \frac{9}{8}$

b) $\frac{7}{3}$ ..... $\frac{8}{5}$ $\rightarrow$ .....

c) $\frac{7}{9}$ ..... $\frac{21}{27}$ $\rightarrow$ .....

d) $\frac{11}{2}$ ..... $\frac{17}{3}$ $\rightarrow$ .....

7 Le frazioni

1. Dai numeri naturali alle frazioni

TEORIA pagg. 106-107

2. La frazione come operatore

TEORIA pagg. 107-110

Ripasso della teoria

- Le **frazioni** fanno parte dei **numeri razionali assoluti**, che vengono indicati con il simbolo $\mathbb{Q}^a$.
- I termini della frazione si chiamano **numeratore** e **denominatore**.
- La frazione esprime il **quoziente esatto** della divisione tra il numeratore e il denominatore.
- La frazione si può considerare anche come un **operatore** quando la si usa per calcolare la parte di intero che rappresenta.
- L'**unità frazionaria** rappresenta una sola delle parti uguali in cui è diviso l'intero.
- Una frazione $\left(\frac{n}{d}\right)$ si dice
  - **propria** (se $n < d$, quindi se rappresenta un numero minore di 1)
  - **impropria** (se $n > d$, quindi se rappresenta un numero maggiore di 1 ma non intero)
  - **apparente** (se n **è multiplo di** d, quindi se rappresenta un numero naturale)
- Un **numero misto** è uguale a **un numero intero** + **una frazione propria**.

1. Completa la seguente tabella seguendo le indicazioni dell'esempio.

Divisione	Frazione	Numeratore	Denominatore
15 : 7	$\frac{15}{7}$	15	7
26 : 13			
	$\frac{1}{3}$		
		9	20
	$\frac{5}{10}$		

2. Contrassegna le divisioni che non hanno risultato in $\mathbb{N}$ (numeri naturali).

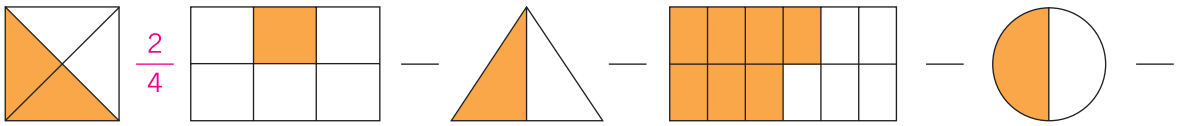
☐ 25 : 3 ☐ 180 : 90 ☐ 35 : 10 ☐ 48 : 12 ☐ 28 : 15 ☐ 38 : 20 ☐ 65 : 13

Scrivi ora le divisioni contrassegnate sotto forma di frazioni.

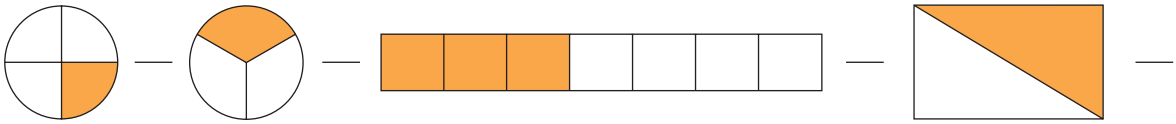
.....

Quale parte dell'intero rappresenta la parte colorata in ciascuna delle seguenti figure?

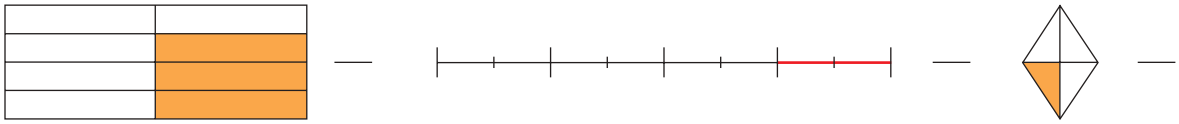
3.



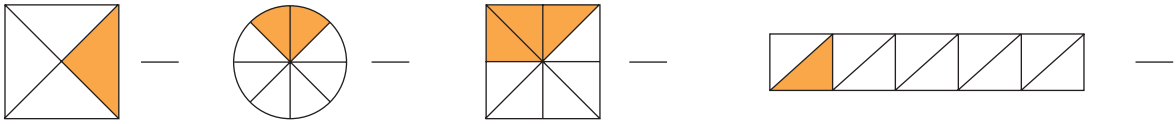
4.



5.



6.



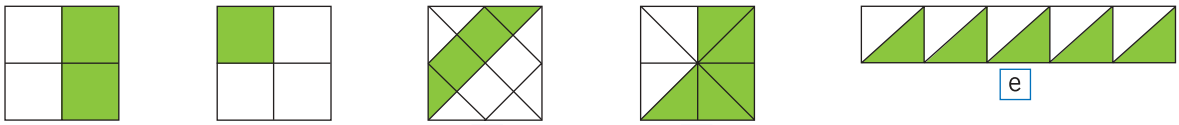
7. Negli esercizi 3, 4, 5 e 6 ci sono unità frazionarie? .....

Indica quali sono:

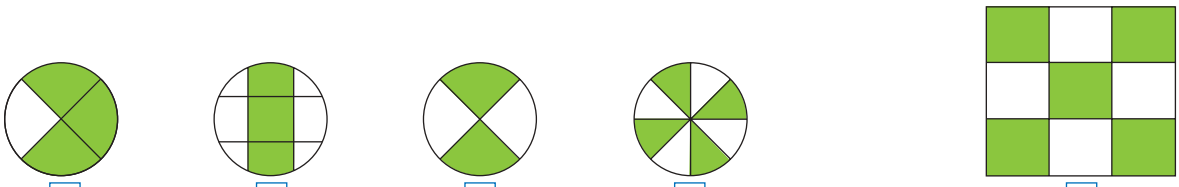
..... .

Contrassegna le figure nelle quali la parte colorata rappresenta $\frac{1}{2}$.

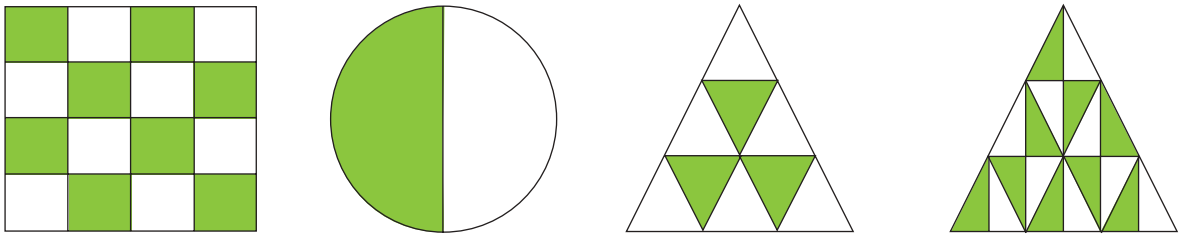
8.



a b c d e



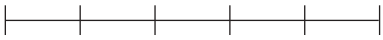
f g h i l



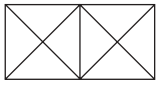
m n o p

Colora la parte corrispondente alla frazione segnata di fianco ad ogni figura.

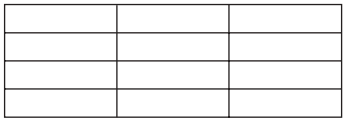
9.



$\frac{2}{5}$

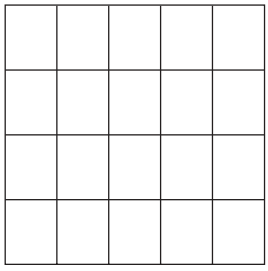


$\frac{5}{8}$

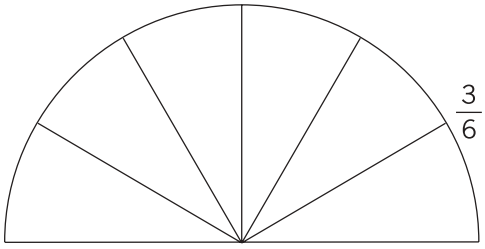


$\frac{1}{2}$

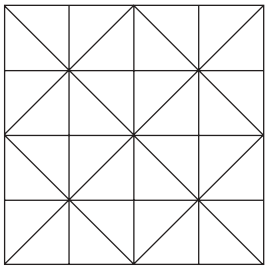
10.



$\frac{11}{20}$

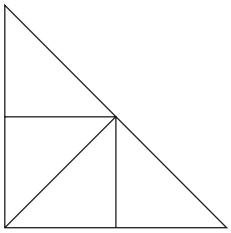


$\frac{3}{6}$

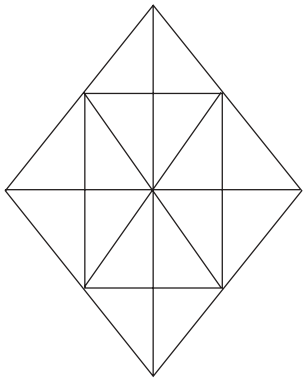


$\frac{19}{32}$

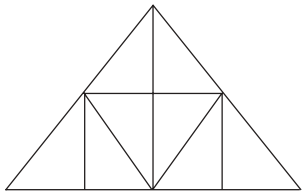
11.



$\frac{1}{4}$



$\frac{5}{8}$



$\frac{3}{4}$

12. Osserva i seguenti gruppi di oggetti ed esegui le richieste seguendo i suggerimenti.

a) Colora i $\frac{3}{4}$ delle stelle.

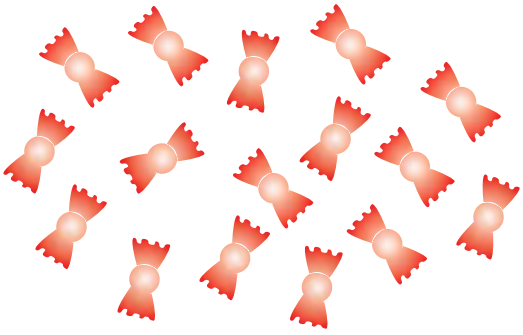
(Il numero totale delle stelle è ..... . Quindi devi dividere le stelle in 4 gruppi e colorarne 3).

b) Colora i $\frac{5}{8}$ delle caramelle.

(Devi formare ..... gruppi di caramelle e colorarne .....).

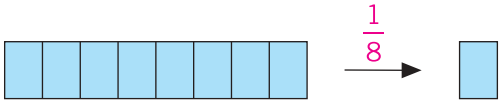
a)

b)

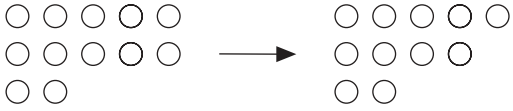


13. Esegui le richieste.

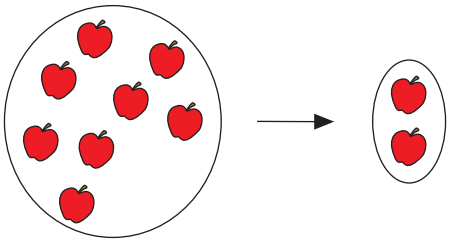
a) Individua e scrivi sopra la freccia l'operatore frazionario che associa la figura a alla figura b.



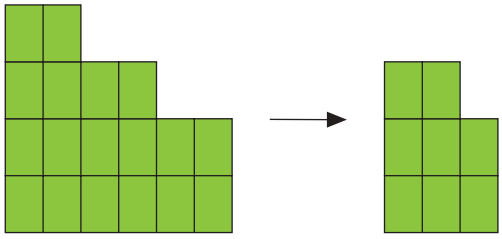
a) b)



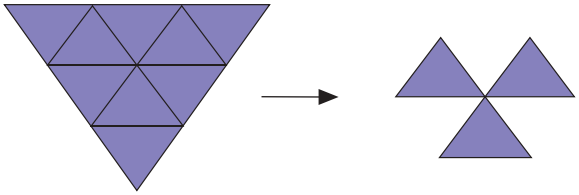
a) b)



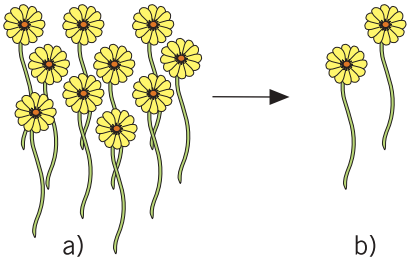
a) b)



a) b)

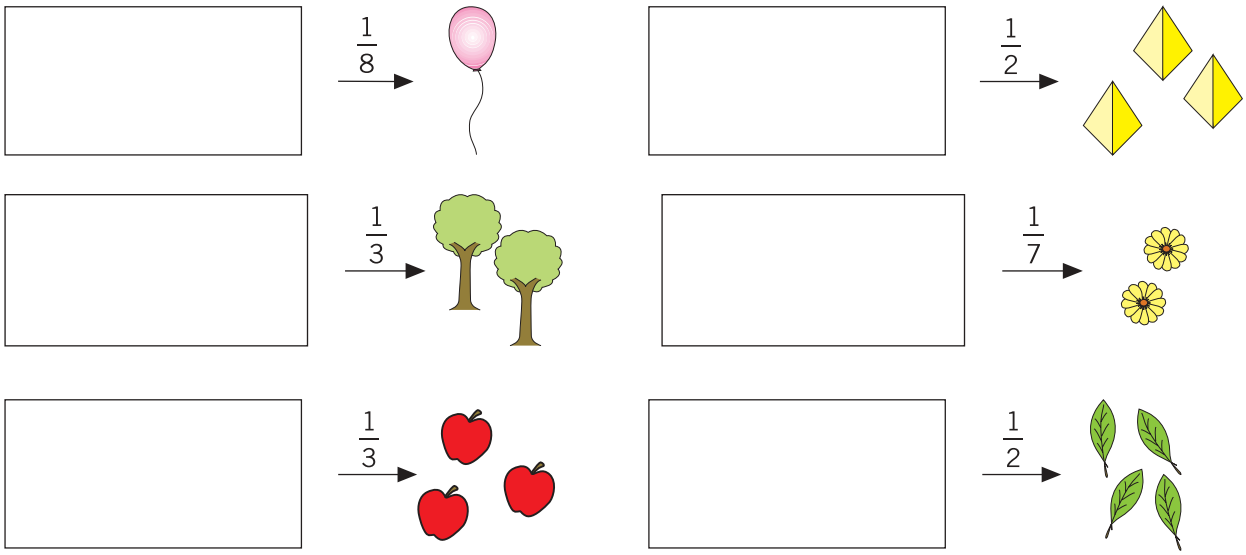


a) b)



a) b)

b) Completa disegnando nell'apposito spazio il numero esatto di oggetti.



14. Applica al numero 180 le frazioni:

$\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{7}{15}$; $\frac{11}{30}$.

$\frac{1}{2}$ di 180 = 180 : 2 × 1 = ...

$\frac{2}{3}$ di 180 = 180 : 3 × 2 = ...

$\frac{1}{5}$ di 180 = 180 ..... : ..... = ...

$\frac{4}{5}$ di 180.....

$\frac{3}{4}$ di 180 .....

$\frac{5}{6}$ di 180.....

$\frac{7}{10}$ di 180 .....

$\frac{7}{15}$ di 180.....

$\frac{11}{30}$ di 180 .....

Calcola.

15. $\frac{3}{5}$ di 40 $\frac{5}{7}$ di 35 $\frac{3}{4}$ di 24 $\frac{8}{9}$ di 36 $\frac{2}{11}$ di 99

16. $\frac{3}{17}$ di 51 $\frac{7}{12}$ di 84 $\frac{11}{13}$ di 52 $\frac{9}{23}$ di 69 $\frac{5}{8}$ di 160

17. $\frac{3}{7}$ di 147 $\frac{3}{5}$ di 625 $\frac{3}{11}$ di 352 $\frac{7}{12}$ di 96 $\frac{8}{3}$ di 144

18. $\frac{2}{5}$ dei $\frac{3}{2}$ di 60 $\frac{6}{7}$ dei $\frac{3}{4}$ di 112 $\frac{3}{5}$ di $\frac{1}{2}$ di 180

19. $\frac{4}{11}$ di $\frac{1}{3}$ di 99 $\frac{6}{13}$ dei $\frac{5}{2}$ di 156 $\frac{7}{3}$ dei $\frac{2}{5}$ di 300

Rispondi alle seguenti domande.

20. Quale frazione di 12 è 3?
(3 *è la quarta parte di* 12;
quindi $\frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ *di* 12 = 3).

Quale frazione di 25 è 5? .....

Quale frazione di 48 è 6? .....

Quale frazione di 44 è 4? .....

Quale frazione di 100 è 25? .....

21. Quale frazione dell'anno è il mese di gennaio?
(*In un anno ci sono ..... mesi; quindi ogni mese è ..... di un anno*).

Quale frazione del giorno è l'ora? .....

Quale frazione del giorno è il minuto? .....

22. Risolvi i seguenti problemi.

a) Luca mangia i $\frac{4}{5}$ di 60 caramelle, quante ne mangia?

b) Marta ha già letto i $\frac{5}{9}$ del libro di narrativa di 270 pagine. Quante pagine ha letto?

c) L'età di Andrea è i $\frac{2}{7}$ di quella del padre. Se il padre ha 35 anni, quanti ne ha Andrea?

d) Cristina acquista un gioco spendendo i $\frac{3}{5}$ dei suoi risparmi, che ammontano a 35 €. Quanto costa il gioco?

3. Frazioni proprie, improprie, apparenti

TEORIA pagg. 110-112

Completa le seguenti tabelle (*N* = numeratore, *D* = denominatore).

23.

Frazione	$N \geq D$	$N < D$	≥ 1	< 1	Propria	Impropria	Apparente
$\frac{3}{5}$		×		×	×		
$\frac{7}{3}$							
$\frac{13}{7}$							
$\frac{53}{53}$							
$\frac{5}{8}$							

24.

Frazione	$N \geq D$	$N > D$	≥ 1	< 1	Propria	Impropria	Apparente
$\frac{65}{3}$							
$\frac{28}{4}$							
$\frac{2}{9}$							
$\frac{8}{8}$							
$\frac{17}{11}$							
$\frac{40}{5}$							

25. Scrivi dieci frazioni maggiori di 1 che siano improprie.

26. Scrivi dieci frazioni minori di 1, cioè dieci frazioni ..... .

27. Scrivi cinque frazioni apparenti che corrispondano al numero naturale 6.

28. Scrivi, in ordine crescente, tutte le frazioni proprie con denominatore 8.

29. Scrivi tutte le frazioni proprie con denominatore 13 e ordinale in senso decrescente.

30. Scrivi cinque frazioni apparenti che corrispondano al numero naturale 11.

31. Scrivi al posto dei puntini un numero in modo che le seguenti frazioni siano improprie.

$\frac{.....}{12}$ $\frac{4}{.....}$ $\frac{9}{.....}$ $\frac{.....}{8}$ $\frac{.....}{11}$ $\frac{7}{.....}$ $\frac{13}{.....}$ $\frac{15}{.....}$ $\frac{.....}{19}$ $\frac{6}{.....}$ $\frac{23}{.....}$ $\frac{.....}{25}$

32. Scrivi al posto dei puntini un numero in modo che le seguenti frazioni siano proprie.

$\frac{.....}{9}$ $\frac{7}{.....}$ $\frac{11}{.....}$ $\frac{.....}{15}$ $\frac{.....}{23}$ $\frac{.....}{32}$ $\frac{19}{.....}$ $\frac{42}{.....}$ $\frac{.....}{24}$ $\frac{.....}{35}$ $\frac{19}{.....}$ $\frac{41}{.....}$

33. Scrivi al posto dei puntini dei numeri tali che le frazioni ottenute siano apparenti ed equivalenti ai numeri dati.

$3 = \frac{.....}{.....}$ $5 = \frac{.....}{.....}$ $10 = \frac{.....}{.....}$ $9 = \frac{.....}{.....}$ $7 = \frac{.....}{.....}$ $4 = \frac{.....}{.....}$ $8 = \frac{.....}{.....}$ $11 = \frac{.....}{.....}$ $15 = \frac{.....}{.....}$

Trasforma le seguenti frazioni apparenti in numero naturale (esegui la divisione).

34. $\frac{14}{2}$ $\frac{14}{7}$ $\frac{21}{3}$ $\frac{45}{5}$ $\frac{12}{3}$ $\frac{36}{12}$ $\frac{39}{13}$ $\frac{18}{6}$ $\frac{121}{11}$ $\frac{51}{17}$ $\frac{24}{3}$ $\frac{72}{4}$

35. $\frac{36}{6}$ $\frac{24}{8}$ $\frac{84}{4}$ $\frac{95}{5}$ $\frac{90}{15}$ $\frac{80}{10}$ $\frac{75}{15}$ $\frac{81}{3}$ $\frac{27}{3}$ $\frac{38}{19}$ $\frac{50}{10}$ $\frac{104}{13}$

Completa le tabelle.

36.

Frazione	Classificazione	V / F	Correzione
$\frac{12}{7}$	propria	F	impropria
$\frac{5}{13}$	propria	☐	
$\frac{7}{9}$	impropria	☐	
$\frac{11}{5}$	impropria	☐	
$\frac{14}{2}$	apparente	☐	
$\frac{34}{14}$	apparente	☐	
$\frac{9}{10}$	impropria	☐	
$\frac{5}{20}$	apparente	☐	

37.

Frazione	Classificazione	V / F	Correzione
$\frac{5}{30}$	apparente	☐	
$\frac{12}{3}$	propria	☐	
$\frac{20}{17}$	impropria	☐	
$\frac{19}{9}$	apparente	☐	
$\frac{25}{5}$	apparente	☐	
$\frac{120}{24}$	propria	☐	
$\frac{100}{50}$	apparente	☐	
$\frac{35}{7}$	impropria	☐	

Trasforma le frazioni improprie in numeri misti.

ESEMPIO

Per trasformare una frazione impropria, ad esempio $\frac{27}{5}$, in numero misto si procede in questo modo:

– si divide il numeratore per il denominatore,

$$27 : 5 = 5 \qquad \text{con resto } 2$$

– il quoziente è la parte intera del numero misto, il resto è il numeratore della parte frazionaria; quindi:

$$\boxed{\frac{27}{5} = 5 + \frac{2}{5}}$$

38. $\frac{11}{5}$ $\frac{15}{2}$ $\frac{10}{3}$ $\frac{13}{4}$ $\frac{31}{5}$ $\frac{19}{6}$ $\frac{25}{3}$ $\frac{21}{2}$ $\frac{16}{9}$

39. $\frac{7}{3}$ $\frac{23}{5}$ $\frac{26}{7}$ $\frac{33}{10}$ $\frac{35}{8}$ $\frac{41}{9}$ $\frac{21}{6}$ $\frac{29}{3}$ $\frac{37}{8}$

40. $\frac{13}{5}$ $\frac{17}{2}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{19}{3}$ $\frac{9}{5}$ $\frac{15}{4}$ $\frac{23}{8}$ $\frac{31}{17}$ $\frac{44}{15}$

Calcola il valore di x nelle seguenti uguaglianze.

41. $\frac{35}{4} = x + \frac{3}{4}$ $\quad \frac{24}{8} = 3 + \frac{x}{8}$ $\quad \frac{x}{12} = 3 + \frac{4}{12}$

$\frac{28}{13} = 2 + \frac{x}{13}$ $\quad \frac{x}{4} = 5 + \frac{3}{4}$ $\quad \frac{22}{7} = x + \frac{1}{7}$

42. $\frac{x}{10} = 4 + \frac{3}{10}$ $\quad \frac{25}{2} = 12 + \frac{x}{2}$ $\quad \frac{42}{4} = 10 + \frac{x}{4}$

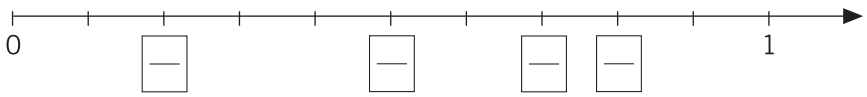
$\frac{27}{12} = x + \frac{3}{12}$ $\quad \frac{42}{9} = x + \frac{6}{9}$ $\quad \frac{26}{12} = x + \frac{2}{12}$

4. Rappresentazione di una frazione su una semiretta

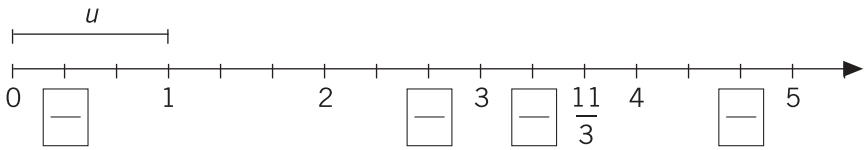
TEORIA pagg. 112-113

43. Scrivi la frazione associata a ciascuna casella vuota della retta dei numeri.

a) L'unità è stata divisa in ..... parti congruenti.



b) L'unità è divisa in ..... parti congruenti.



ABILITÀ

ESERCIZI PER L'AUTOVALUTAZIONE TIPO INVALSI

punti

1. Indica la disuguaglianza falsa.

A $\frac{3}{2} > \frac{2}{3}$ **B** $\frac{1}{5} < \frac{1}{2}$ **C** $\frac{2}{7} > \frac{2}{5}$ **D** $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$ **E** $\frac{6}{7} > \frac{5}{6}$ — **1**

2. La frazione $\frac{15}{75}$ appartiene alla classe di equivalenza:

A $\frac{3}{5}$ **B** $\frac{3}{15}$ **C** $\frac{1}{5}$ **D** $\frac{2}{15}$ **E** $\frac{1}{15}$ — **1**

3. Quale tra le seguenti frazioni completa l'uguaglianza $\frac{7}{8} = ...$?

A $\frac{21}{32}$ **B** $\frac{42}{48}$ **C** $\frac{63}{64}$ **D** $\frac{14}{15}$ **E** $\frac{14}{24}$ — **1**

4. In quale sequenza le frazioni non sono ordinate in modo decrescente?

A $\frac{3}{4}, \frac{5}{3}, \frac{8}{4}$ **B** $\frac{7}{2}, \frac{7}{3}, \frac{7}{8}$ **C** $\frac{13}{3}, \frac{15}{5}, \frac{8}{3}$

D $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ **E** $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}$ — **2**

5. Quale frazione completa l'uguaglianza $\frac{23}{4} = 5 + ...$?

A $\frac{2}{3}$ **B** $\frac{4}{3}$ **C** $\frac{2}{4}$ **D** $\frac{3}{4}$ **E** $\frac{1}{4}$ — **2**

6. Quale numero completa l'uguaglianza $\frac{150}{96} = \frac{25}{.....}$?

A 15 **B** 12 **C** 16 **D** 18 **E** 14 — **2**

7. Indica quale frazione completa la sequenza $\frac{25}{40} > ..... > \frac{7}{14}$ in ordine crescente?

A $\frac{2}{3}$ **B** $\frac{13}{20}$ **C** $\frac{3}{5}$ **D** $\frac{3}{2}$ **E** $\frac{3}{7}$ — **3**

8. Quale frazione completa la seguente disuguaglianza $\frac{3}{4} < ..... < \frac{9}{7}$?

A $\frac{5}{6}$ **B** $\frac{13}{25}$ **C** $\frac{7}{4}$ **D** $\frac{3}{2}$ **E** $\frac{3}{5}$ — **3**

9. Quale frazione di un mese di 30 giorni è l'ora?

A $\frac{1}{360}$ **B** $\frac{1}{720}$ **C** $\frac{1}{180}$ **D** $\frac{1}{3600}$ **E** $\frac{1}{7200}$ — **3**

10. I $\frac{2}{5}$ dei $\frac{3}{4}$ di 80 a quale numero corrispondono?

A 8 **B** 12 **C** 16 **D** 24 **E** 48 — **3**

Ho ottenuto ...../21

ESERCIZI PER L'AUTOVALUTAZIONE

CONOSCENZE

Completa in modo adeguato la seguente mappa delle conoscenze. In ogni casella è indicato il punteggio che ti devi assegnare in caso di risposta esatta. Controlla l'esattezza delle risposte utilizzando il "Ripasso della teoria".

EQUIVALENTI
Due frazioni sono equivalenti quando
.....
.....
..... (2)

RIDOTTE AI MINIMI TERMINI
.....
.....
..... (2)

RIDOTTE AL MINIMO COMUN DENOMINATORE (.....)
Si procede nel modo seguente:
1) si riducono le frazioni date ai .....
2) si calcola il ..... dei denominatori (.....)
3) si trasformano le frazioni date nelle frazioni .....
aventi per denominatore il ..... calcolato (4)

si applica per ottenere frazioni

PROPRIETÀ INVARIANTIVA
Moltiplicando o .....i due termini di una frazione per uno ..... numero, non ....., si ottiene una frazione ..... a quella data. (2)

$\frac{0}{d}$ = ...
con $d \neq 0$ (1)

$\frac{n}{0}$ non ha
..... (1)

$\frac{n}{1}$ = ...
(1)

$\frac{n}{d}$ = 1 *se*
..... = ... (1)

i casi particolari sono

possiede la

FRAZIONE
$\frac{n}{d}$ .....
.....
.....
$\frac{1}{d}$ unità .....
(4)

rappresenta

Il ..... esatto della divisione tra il numeratore e il ..... (2)

Ho ottenuto il punteggio ...../36

può essere

PROPRIA
Il numeratore è .....del denominatore: **n ..... d** (1)

APPARENTE
.....
..... (2)

IMPROPRIA
.....
..... (2)

si può trasformare in

.....
È formato da un numero intero e da una frazione propria. (1)

è un operatore

Indica due operazioni da effettuare su un numero o la misura di una grandezza: si .....per il denominatore della frazione e si ..... il risultato ottenuto per il ..... (2)

per confrontare le frazioni si applicano delle regole

Ogni frazione impropria è .....
di qualunque frazione
..... (2)

Tra due frazioni aventi lo stesso denominatore è maggiore .....
..... (2)

Tra due frazioni aventi lo stesso numeratore è maggiore .....
..... (2)

Date due frazioni $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$
la prima è maggiore della seconda se:
$a \times$ ..... > ..... (2)