Gli insiemi

Il concetto di insieme

Un **insieme** è un gruppo di **elementi** (oggetti, persone, numeri…) che hanno queste caratteristiche:

- sono distinti fra loro;
- si può sempre stabilire se un elemento fa parte dell'insieme oppure no.

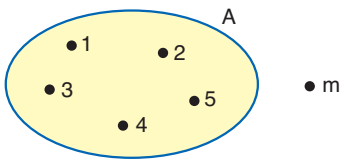
Gli insiemi vengono indicati con lettere maiuscole: A, B, C, ….

Gli elementi di un insieme sono indicati con lettere minuscole: a, b, c, ….

▶ **insieme**
set
ensemble
conjunto
集合
مَجْموعَة

▶ **elementi**
members
or elements
éléments
elementos
因素
العَناصِر

Simboli di appartenenza e di non appartenenza



$1 \in A$

Si legge: 1 **appartiene** all'insieme A.

$m \notin A$

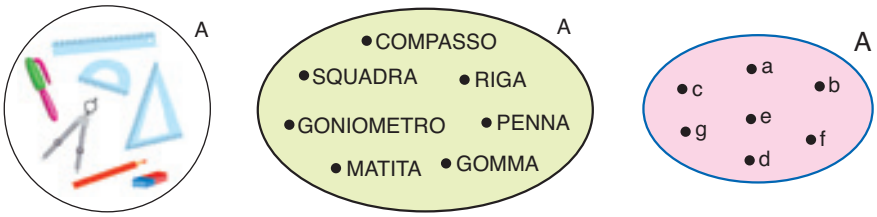
Si legge: m **non appartiene** all'insieme A.

▶ **appartiene**
is in
appartient
pertenece
属于（l属于A集合）
يَنتَمي لِ

▶ **non appartiene**
is not in
n'appartient pas
no pertenece
不属于（m不属于A集合）
لا يَنتَمي لِ

Rappresentazione di un insieme

a) Rappresentazione grafica **di un insieme** (diagramma di Eulero-Venn)



b) Rappresentazione per elencazione (o tabulare) **di un insieme**

A = {lunedì, martedì, mercoledì, giovedì, venerdì, sabato, domenica}

oppure

$A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$.

c) Rappresentazione per caratteristica

$B = \{x \mid x$ è una regione italiana$\}$.

Si legge: l'insieme B è formato da tutti gli elementi x tali che ogni x è una regione italiana.

Insiemi finiti, insiemi infiniti e insieme vuoto

- Un insieme si dice finito quando è possibile fare un elenco completo degli elementi che lo compongono.
- Un insieme si dice infinito quando non è possibile fare un elenco completo degli elementi che lo compongono.
- Un insieme si dice vuoto quando non ha elementi. Si rappresenta con il simbolo $\varnothing$ oppure { }.

▶ (insieme) finito
finite
fini
finito
穷的集合
مَحْدود

▶ (insieme) infinito
infinite
infini
infinito
无穷的集合
غَيْر مَحْدود

▶ (insieme) vuoto
empty
vide
vacío
空的集合
مَجْموعة فارِغَة

▶ rappresentazione grafica
drawing
représentation graphique
representación gráfica
图解
رَسْم بَيانِي

▶ diagramma
diagram
diagramme
diagrama
图表
رَسْم تَخْطيطي

▶ rappresentazione per elencazione
extensional definition *or* roster notation
notation en extension
determinación por extensión
列表/制表
تمثيل بالقائمة أوبالجَدْوَل

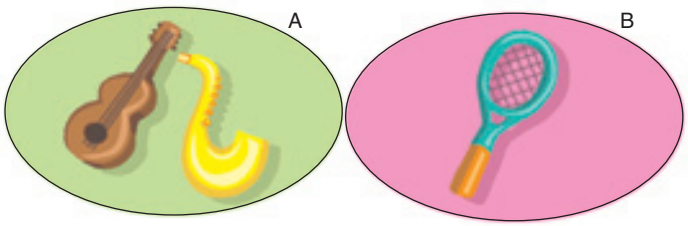
▶ tabulare
tabular
tabulaire
tabular
列表/制表
تمثيل بالقائمة أوبالجَدْوَل

▶ rappresentazione per caratteristica
intensional definition *or* set builder notation
notation en compréhension
determinación por comprensión
特性表
تَمْثيل بالمُمَيِّزات

Relazioni tra insiemi

a) **Insiemi disgiunti**

Due insiemi si dicono disgiunti quando non hanno elementi in comune.

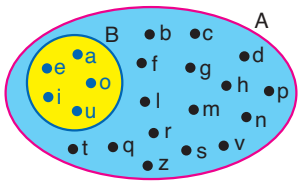


▶ **insiemi disgiunti**
disjoint sets
ensembles disjoints
conjuntos desunidos
分开的集合
مَجْموعتانِ مُتفارِقتانِ

b) **Sottoinsieme di un insieme**

Un insieme non vuoto B si dice che è un sottoinsieme dell'insieme A quando ogni elemento di B è anche un elemento di A.

Si scrive: $B \subseteq A$,
si legge: B è contenuto in A.



▶ **sottoinsieme**
subset
sous-ensemble
subconjunto
内集合
مجموعة جُزئيّة

c) **Insiemi uguali**

Due insiemi A e B si dicono uguali quando sono formati dagli stessi elementi.

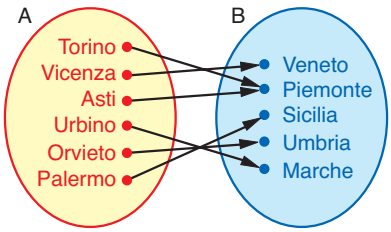
Si scrive: $A = B$.

$A = \{i, u, o, a, e\}$;
$B = \{a, o, e, i, u\}$.

Corrispondenze fra insiemi

a) **Corrispondenza univoca**

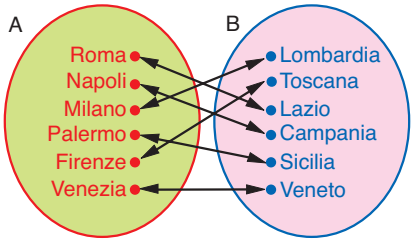
Dati due insiemi A e B, si dice che fra i due insiemi si stabilisce una corrispondenza univoca quando esiste una legge che associa a ogni elemento di A uno e un solo elemento di B.



▶ **corrispondenza univoca**
injection
correspondance univoque
correspondencia unívoca
单值对应
مُطابَقة أحادية

b) **Corrispondenza biunivoca**

Dati due insiemi A e B, si dice che fra i due insiemi si stabilisce una corrispondenza biunivoca quando esiste una legge che associa a ogni elemento di A uno e un solo elemento di B e, viceversa, a ogni elemento di B uno e un solo elemento di A.



▶ **corrispondenza biunivoca**
bijection
correspondance biunivoque
correspondencia biunívoca
一一对应
مُطابَقة تَقابُلِيَة

Se due insiemi sono in corrispondenza biunivoca si dicono **equipotenti**.

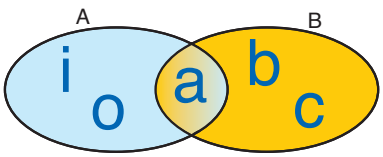
▶ **(insiemi) equipotenti**
equipotent
équipotents
equipotentes
相等
مُتَقادِرَة

Operazioni con gli insiemi

a) **Unione di insiemi**

Si dice unione di due insiemi A e B l'insieme formato da tutti gli elementi che appartengono ad A e a B, prendendo gli elementi comuni una volta sola.

Si scrive: $A \cup B = C$,
si legge: A unito a B è uguale a C.

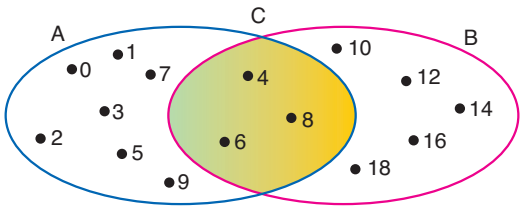


$A = \{a, i, o\}$; $B = \{a, b, c\}$; $A \cup B = C = \{a, i, o, b, c\}$.

b) Intersezione di insiemi

Si dice intersezione di due insiemi A e B l'insieme formato dagli elementi comuni ad A e B.

Si scrive: $A \cap B = C$,
si legge: A intersecato B è uguale a C.

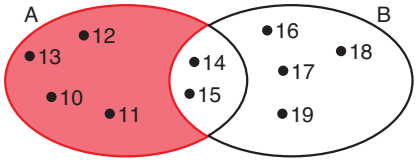


$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$;
$B = \{4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$;
$A \cap B = C = \{4, 6, 8\}$.

c) Differenza di insiemi

Si dice differenza tra gli insiemi A e B l'insieme C formato dagli elementi di A che non appartengono a B.

Si scrive: $A - B = C$,
si legge: A meno B è uguale a C.



$A - B = C = \{10, 11, 12, 13\}$.

▶ **intersezione**
intersection
intersection
intersección
（集合的）交叉点
تقاطع

Unità 2

I numeri relativi

L'insieme dei numeri naturali

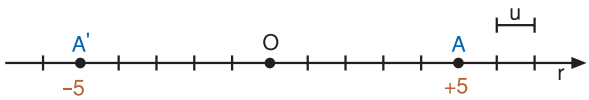
L'insieme dei numeri naturali è detto di **insieme N**.

L'insieme dei numeri interi relativi

I numeri interi preceduti da un **segno +** oppure da un **segno –** si dicono **numeri interi relativi**.

+ 5 e –5 sono **numeri interi relativi**;
+5 è un **numero intero positivo**;
–5 è un **numero intero negativo**.

L'insieme dei numeri interi relativi è detto **insieme Z**.
I numeri interi relativi possono essere rappresentati su una retta orientata.



L'insieme dei numeri razionali relativi

I **numeri razionali assoluti** sono i numeri che si possono scrivere sotto forma di frazione, cioè sono i numeri interi, decimali limitati e decimali periodici. L'insieme dei numeri razionali assoluti è detto **insieme Q_a**.

▶ **insieme N**
N set
ensemble N
conjunto N
N集合
مَجْموعَة

▶ **segno +**
plus sign
signe plus
signo más
正号
+علامة

▶ **segno –**
minus sign
signe moins
signo menos
反号
-علامة

▶ **numeri interi relativi**
relative integers
nombres entiers relatifs
números enteros relativos
相对整数
أعْداد صَحيحَة نِسْبية

▶ **numero intero positivo**
positive integer
nombre entier positif
número entero positivo
正整数
أعْداد صَحيحَة موجبَة

▶ **numero intero negativo**
negative integer
nombre entier négatif
número entero negativo
反整数
أعْداد صَحيحَة سالبَة

▶ **insieme Z**
Z set
ensemble Z
conjunto Z
Z集合
مجموعة Z

▶ **numeri razionali assoluti**
uncountable rational numbers
nombres rationnels absolus
números racionales absolutos
结对有理数
أعْداد جذرية مُطْلَقَة

▶ **insieme Q_a**
Q_a set
ensemble Q_a
conjunto Q_a
Q_a集合
مجموعة Q_a

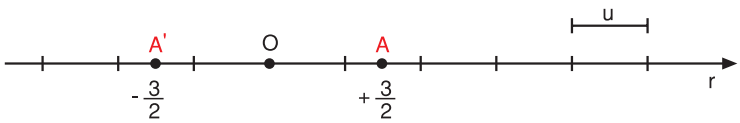
I numeri razionali preceduti da un **segno +** oppure da un **segno –** si dicono **numeri razionali relativi**.

$+\frac{1}{5}$ e $-\frac{1}{5}$ sono numeri razionali relativi;

$+\frac{1}{5}$ è un numero razionale positivo;

$-\frac{1}{5}$ è un numero razionale negativo.

L'insieme dei numeri razionali relativi è detto insieme Q.
I numeri razionali relativi possono essere rappresentati su una retta orientata.



L'insieme dei numeri reali relativi

I numeri decimali illimitati non periodici si dicono irrazionali assoluti.
L'insieme dei numeri irrazionali assoluti prende il nome di insieme I_a.

I numeri irrazionali preceduti da un **segno +** oppure da un **segno –** si dicono **numeri irrazionali relativi**.

$+\sqrt{2} = 1{,}414213$ e $-\sqrt{2} = -1{,}414213$ sono numeri irrazionali relativi;

$+\sqrt{2} = 1{,}414213$ è un numero irrazionale positivo;

$-\sqrt{2} = -1{,}414213$ è un numero irrazionale negativo.

▶ (numeri) irrazionali assoluti
uncountable irrational numbers
nombres irrationnels absolus
irracionales absolutos
结对无理数
أعداد غير جذرية مُطْلَقة

▶ insieme I_a
I_a set
ensemble I_a
conjunto I_a
I_a 集合
I_a مجموعة

▶ numeri irrazionali relativi
relative irrational numbers
nombres irrationnels relatifs
números irracionales relativos
相对无理数
أعداد غير جذرية نِسْبِية

▶ numero irrazionale positivo
positive irrational number
nombre irrationnel positif
número irracional positivo
正无理数
عَدَد غير جَذْري موجِب

▶ numero irrazionale negativo
negative irrational number
nombre irrationnel négatif
número irracional negativo
反无理数
عدد غير جذري سالب

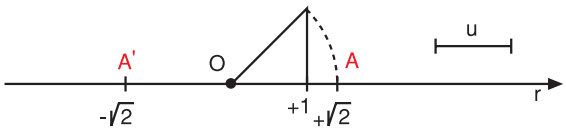
▶ numeri razionali relativi
relative rational numbers
nombres rationnels relatifs
números racionales relativos
相对有理数
أعْداد جذرية نِسْبِية

▶ numero razionale positivo
positive rational number
nombre rationnel positif
número racional positivo
正的有理数
عَدَد جذري موجِب

▶ numero razionale negativo
negative rational number
nombre rationnel négatif
número racional negativo
反的有理数
عدد موجِب سالِب

▶ insieme Q
Q set
ensemble Q
conjunto Q
Q 集合
Q مجموعة

L'insieme dei numeri irrazionali relativi prende il nome di **insieme I**.
I numeri irrazionali relativi possono essere rappresentati su una retta orientata.



L'insieme dei numeri irrazionali relativi I e l'insieme dei numeri razionali relativi Q costituiscono l'**insieme dei numeri reali relativi R**:

$$R = Q \cup I.$$

Confronto di numeri relativi

$+23$

segno — *valore aritmetico*

- Sono **numeri relativi concordi** (stesso segno):

  $\left(+\frac{5}{2}\right)$ e $(+6)$; (-16) e $\left(-\frac{1}{3}\right)$.

- Sono **numeri relativi discordi** (segno diverso):

  $\left(+\frac{1}{5}\right)$ e $\left(-\frac{3}{2}\right)$; (-4) e $\left(+\frac{1}{9}\right)$.

- Sono **numeri relativi uguali** (stesso segno e stesso valore aritmetico):

  $(+9)$ e $(+9)$; $\left(-\frac{9}{10}\right)$ e $\left(-\frac{9}{10}\right)$.

- Sono **numeri relativi opposti** (stesso valore aritmetico e segno diverso):

  $(+3)$ e (-3); $\left(-\frac{1}{4}\right)$ e $\left(+\frac{1}{4}\right)$.

Ricorda:
- ogni numero positivo è maggiore di zero e ogni numero negativo è minore di zero;
- ogni numero positivo è maggiore di ogni numero negativo;
- di due numeri positivi disuguali, è maggiore quello che ha valore aritmetico maggiore;
- di due numeri negativi disuguali, è maggiore quello che ha valore aritmetico minore.

▶ **numeri relativi uguali**
equal relative numbers
nombres relatifs égaux
números relativos iguales
同样相对数
أعداد نسبية مُتساوية

▶ **numeri relativi opposti**
opposite relative numbers
nombres relatifs opposés
números relativos opuestos
相反相对数
أعداد نسبية مُتقابلة

▶ **Insieme I**
I set
ensemble I
conjunto I
I集合
مجموعة I

▶ **insieme dei numeri reali relativi R**
set R of real numbers
ensemble des nombres réels relatifs
conjunto R de los números reales relativos
相对实数的R集合
مجموعة أعداد حقيقية نِسْبية

▶ **numeri relativi concordi**
concordant relative numbers
nombres relatifs de même signe
números relativos concordes
一样相对数
أعداد نسبية لِنَفْس العلامة

▶ **numeri relativi discordi**
discordant relative numbers
nombres relatifs de signe contraire
números relativos discordes
不一样相对数
أعداد نسبية لعلامة مُخْتلفة

Le operazioni con i numeri relativi

Addizione di numeri relativi

La somma di due **numeri concordi**, cioè con lo stesso segno, è il numero relativo che ha per segno lo stesso segno e per valore aritmetico la somma dei valori aritmetici.

$$(+4) + (+2) = (+6);$$
$$(-5) + (-2) = (-7).$$

La somma di due **numeri discordi**, cioè con segno diverso, è il numero che ha per segno il segno del numero con valore aritmetico maggiore e per valore aritmetico la differenza dei valori aritmetici.

$$(+5) + (-4) = (+1);$$
$$(+5) + (-8) = (-3).$$

▶ **numeri concordi**
concordant numbers
nombres de même signe
números concordes
一样相对数
أعداد نسبية لِنَفْس الْعلامَة

▶ **numeri discordi**
discordant numbers
nombres de signe contraire
números discordes
不一样相对数
أعداد نسبية لعلامة مُخْتلفة

Somma di più numeri relativi

$$(+5) + (-1) + (-2) = (+4) + (-2) = (+2);$$

$$\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(+\frac{3}{2}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)=\left(-\frac{4}{10}\right)+\left(+\frac{15}{10}\right)+\left(-\frac{6}{10}\right)=\left(+\frac{11}{10}\right)+\left(-\frac{6}{10}\right)=\left(+\frac{5}{10}\right)=\left(+\frac{1}{2}\right).$$

Sottrazione di numeri relativi e addizione algebrica

La differenza di due numeri relativi si ottiene addizionando al primo l'opposto del secondo.

L'addizione e la sottrazione di numeri relativi si possono considerare come un'unica operazione detta **addizione algebrica**.

▶ **addizione algebrica**
algebraic addition
addition algébrique
suma algebraica
代数加法
جَمْع جَبْري

Il risultato dell'addizione algebrica è detto **somma algebrica**.

$$(+9) - (+5) = (+9) + (-5) = (+4);$$
$$(+5) - (-3) = (+5) + (+3) = (+8);$$
$$(-2) - (+7) = (-2) + (-7) = (-9);$$
$$(-6) - (-8) = (-6) + (+8) = (+2).$$

▶ **somma algebrica**
algebraic sum
somme algébrique
suma algebraica
代数总数
مَجْموع جَبْري

Moltiplicazione di numeri relativi

Il prodotto di due numeri relativi è il numero relativo che ha per valore aritmetico il prodotto dei valori aritmetici e, per segno, + o – secondo la **regola dei segni**.

·	+	–
+	+	–
–	–	+

Cioè: + per + = + → $+(4) \cdot (+6) = +24$;
+ per – = – → $+(3) \cdot (-5) = -15$;
– per + = – → $-(2) \cdot (+10) = -20$;
– per – = + → $-(8) \cdot (-7) = +56$.

Prodotto di più numeri relativi

Il prodotto di più numeri relativi si ottiene moltiplicando il primo numero per il secondo, il risultato ottenuto per il terzo, il nuovo risultato per il quarto, e così di seguito fino all'ultimo numero.

$$(-3) \cdot (+8) \cdot (-2) = (-24) \cdot (-2) = +48.$$

Divisione di numeri relativi

Il quoziente di due numeri relativi, di cui il secondo diverso da zero, si ottiene moltiplicando il primo numero per il reciproco del secondo.

$$\left(+\frac{3}{4}\right):(+2)=\left(+\frac{3}{4}\right)\cdot\left(+\frac{1}{2}\right)=+\frac{3}{8}; \qquad \left(-\frac{7}{8}\right):\left(-\frac{3}{4}\right)=\left(-\frac{7}{\cancel{8}_2}\right)\cdot\left(-\frac{\cancel{4}^1}{3}\right)=+\frac{7}{6}.$$

Attenzione: per le operazioni con i numeri relativi valgono le proprietà già enunciate per i numeri assoluti.

Potenze di numeri relativi

La potenza di un numero relativo è il numero relativo il cui valore aritmetico è la potenza del valore aritmetico e il cui segno è:

a) **positivo** se la base è positiva o negativa e l'esponente pari

$(+4)^2 = +16$, $(+4)^3 = +64$, $(-4)^2 = +16$,

b) **negativo** se la base è negativa e l'esponente dispari

$(-4)^3 = -64$.

Attenzione: $(+3)^1 = +3$; $\left(-\frac{1}{2}\right)^1 = -\frac{1}{2}$;

$(+2)^0 = +1$; $\left(-\frac{3}{5}\right)^0 = +1$.

Proprietà delle potenze di numeri relativi

a) **Prodotto di due o più potenze con la stessa base**

$(+6)^2 \cdot (+6)^3 = (+6)^{2+3} = (+6)^5$.

b) **Quoziente di due potenze con la stessa base**

$(-2)^8 : (-2)^3 = (-2)^{8-3} = (-2)^5$.

c) **Potenza di una potenza**

$(+5^2)^3 = (+5)^{2 \cdot 3} = (+5)^6$.

d) **Prodotto di potenze con lo stesso esponente**

$(-2)^3 \cdot (-3)^3 = (+6)^3$.

e) **Quoziente di due potenze con lo stesso esponente**

$(+8)^2 : (-2)^2 = (-4)^2$.

Unità 4

Le espressioni letterali

Espressioni letterali

Si dice **espressione letterale** una sequenza di operazioni fra numeri indicati totalmente o parzialmente con lettere:

$$a + 3b = 2c.$$

Se $a = -\frac{2}{3}$, $b = +\frac{1}{3}$, $c = +1$, si ha che:

$$a + 3b - 2c = -\frac{2}{3} + 3 \cdot \left(+\frac{1}{3}\right) - 2 \cdot (+1) = -\frac{2}{3} + 1 - 2 = \frac{-2+3-6}{3} = -\frac{5}{3}.$$

Si dice che $-\frac{5}{3}$ è il **valore** dell'espressione per $a = -\frac{2}{3}$, $b = +\frac{1}{3}$, $c = +1$.

▶ **espressione letterale**
literal expression
expression littérale
expresión literal
文字表达式
تعبير حرفي

▶ **valore**
value
valeur
valor
值
قيمة

Monomi

Si dice **monomio ridotto a forma normale** ogni prodotto di un fattore numerico, detto **coefficiente**, e di una **parte letterale** costituita da fattori letterali che hanno per esponente un numero naturale.

$$-\frac{3}{16}a^2b^3$$

coefficiente *parte letterale*

Dato un monomio non nullo scritto in forma normale, per esempio:

$$-8a^3bc^5$$

- l'esponente 3 della lettera a è il **grado** del monomio **rispetto alla lettera** a;

▶ **monomio ridotto a forma normale**
monomial reducted to canonical form
monôme réduit à sa forme canonique
monomio en forma reducida
简化的单项式
حَدّ جبري مُختَزل الى الشَّكل العادي

▶ **coefficiente**
coefficient
coefficient
coeficiente
系数
مُعامِل

▶ **parte letterale**
variable
part littérale
parte literal
文字部分
جزء حَرْفي

- l'esponente sottinteso 1 della lettera b è il grado del monomio rispetto alla lettera b;
- l'esponente 5 della lettera c è il grado del monomio rispetto alla lettera c;
- la somma degli esponenti di tutte le lettere, 9, è il grado complessivo del monomio.

- Sono **monomi simili** (stessa parte letterale):

$$+4abc^3 \quad \text{e} \quad -\frac{1}{3}abc^3.$$

- Sono **monomi uguali** (stesso coefficiente e stessa parte letterale):

$$+5b^2c^4 \quad \text{e} \quad +5b^2c^4.$$

- Sono **monomi opposti** (stessa parte letterale e coefficienti opposti):

$$+3xy^4z \quad \text{e} \quad -3xy^4z.$$

▶ **monomi simili**
similar monomials
monômes semblables
monomios semejantes
相似单项式
حُدود جَبْرِيَة مُتَشابِهَة

▶ **monomi uguali**
equal monomials
monômes égaux
monomios iguales
相等单项式
حدود جبرية مُتَساوِية

▶ **monomi opposti**
opposite monomials
monômes opposés
monomios opuestos
相反单项式
حدود جبرية مُتَقابِلَة

Operazioni con i monomi

a) Addizione algebrica di monomi

$$+8a^3b - (-3ab) = +8a^3b + 3ab;$$
$$+2a^2b^2 - 7a^2b^2 + 8a^2b^2 = (+2 - 7 + 8) \cdot a^2b^2 = +3a^2b^2.$$

b) Moltiplicazione di monomi

$$-5abc^2 \cdot \left(+\frac{1}{3}a^2b\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}ac^3\right) =$$
$$= -5 \cdot \left(+\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot a \cdot a^2 \cdot a \cdot b \cdot b \cdot c^2 \cdot c^3 = +\frac{5}{6}a^4b^2c^5.$$

c) Potenze di monomi

$$(-3a^2b^3)^4 = (-3)^4 \cdot (a^2)^4 \cdot (b^3)^4 = +81a^8b^{12}.$$

d) Divisione di monomi

$$(-15a^7b^5c^3) : (-3a^2b^4c^2) = \frac{-15}{-3} \cdot a^{7-2}b^{5-4}c^{3-2} = +5a^5bc.$$

Polinomi

Si dice **polinomio** una somma algebrica di monomi:

$$-3ab + 7bc + 4a^2.$$

Un polinomio a forma normale si dice:

- **binomio** se ha due **termini**;
- **trinomio** se ha tre termini;
- **quadrinomio** se ha quattro termini.

Dato un polinomio ridotto a forma normale, per esempio:

$$4a^5b - \frac{1}{6}a^3b^2 + 9a - \frac{15}{2}b,$$

- il grado del polinomio rispetto alla lettera a è 5, rispetto alla lettera b è 2 (esponente massimo con cui la lettera considerata compare nel polinomio);
- il grado complessivo del polinomio è 6 (massimo dei gradi dei suoi termini).

Operazioni con i polinomi

a) Addizione algebrica di polinomi

$$(a + 3b) - (2a + b) + (-4a + 5b) =$$
$$= a + 3b - 2a - b - 4a + 5b =$$
$$= -5a + 7b.$$

b) Moltiplicazione di un monomio per un polinomio

$$(8x^2 - 3x - 5)\cdot\left(-\frac{1}{2}x\right) = \overset{4}{\cancel{8}}x^2\cdot\left(-\frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}}x\right) + (-3x)\cdot\left(-\frac{1}{2}x\right) - 5\cdot\left(-\frac{1}{2}x\right) =$$
$$= -4x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{2}x.$$

c) Prodotto di polinomi

$$(-4a + 3b)\cdot(6a - 2) = -4a\cdot(6a - 2) + 3b\cdot(6a - 2) =$$
$$= -24a^2 + 8a + 18ab - 6b.$$

d) Divisione di un polinomio per un monomio

$$(12x^4 - 8x^3 - 6x^2) : (-2x) = 12x^4 : (-2x) + (-8x^3) : (-2x) + (-6x^2) : (-2x) =$$
$$= -6x^3 + 4x^2 + 3x.$$

▶ **polinomio**
polynomial
polynôme
polinomio
多项式
حُدودية

▶ **binomio**
binomial
binôme
binomio
二项式
حَدّانية

▶ **termini**
terms
termes
términos
各项
حُدود

▶ **trinomio**
trinomial
trinôme
trinomio
三项式
ثُلاثي الحُدود

▶ **quadrinomio**
quadrinomial
quadrinôme
cuadrinomio
四项式
رُباعي الحُدود

Unità 5

Le equazioni

Identità ed equazioni

L'**identità** è un'uguaglianza fra due espressioni, entrambe letterali, oppure una letterale e una numerica, che è verificata per qualsiasi valore assegnato alle lettere contenute nelle espressioni.

$$a \cdot (a - 1) = a^2 - a.$$

Se $a = 3$, si ha che:

$$3 \cdot (3 - 1) = 9 - 3$$
$$9 - 3 = 9 - 3$$
$$6 = 6.$$

Se $a = -5$, si ha che:

$$-5 \cdot (-5 - 1) = 25 + 5$$
$$25 + 5 = 25 + 5$$
$$30 = 30.$$

Questo tipo di uguaglianza è verificata per qualsiasi valore di a.

Un'**equazione** è un'uguaglianza fra due espressioni, entrambe letterali, oppure una letterale e una numerica, che è verificata solo per particolari valori assegnati alle lettere contenute nelle espressioni.

primo membro — secondo membro

$$\boxed{3x} = \boxed{15}$$

incognita — termine noto

L'equazione è verificata solo per $x = 5$; il numero 5 si dice **soluzione** dell'equazione.

Principi di equivalenza

Due equazioni in cui compare la medesima incognita si dicono **equivalenti** quando hanno la stessa soluzione.

$$6x + 4 = 10 \qquad\qquad 15x - 1 = 14$$
$$x = 1; \qquad\qquad x = 1.$$

Le due equazioni sono equivalenti.

▶ **identità**
identity
identité
indentidad
恒等式
المُتطابقة

▶ **equazione**
equation
équation
ecuación
方程式
مُعادَلة

▶ **soluzione**
solution
solution
solución
答数
حَلّ

▶ **equivalenti**
equivalent
équivalents
equivalentes
相等的
مُتكافئ

- **1° principio di equivalenza**
  Data un'equazione, se a entrambi i membri si addiziona o si sottrae uno stesso numero o una stessa espressione nella medesima incognita, si ottiene un'equazione equivalente.

$3x - 6 = 12$
$3x = 12 + 6$
$x = 6$;

$3x - 6 + 6 = 12 + 6$
$3x = 18$
$x = 6$.

- **2° principio di equivalenza**
  Data un'equazione, se si moltiplicano o si dividono entrambi i membri per uno stesso numero diverso da zero, si ottiene un'equazione equivalente.

$-6x + 3 = 3x - 15$
$-6x - 3x = -15 - 3$
$-9x = -18$
$x = 2$;

$(-6x + 3) \cdot 3 = (3x - 15) \cdot 3$
$-18x + 9 = 9x - 45$
$-18x - 9x = -45 - 9$
$x = 2$;

$(-6x + 3) : 3 = (3x - 15) : 3$
$-2x + 1 = x - 5$
$-3x = -6$
$x = 2$.

Risoluzione di un'equazione di 1° grado in un'incognita

Un'equazione si risolve applicando i principi di equivalenza, in modo da arrivare a ottenere un'equazione scritta nella forma:

$$a \cdot x = b.$$

- Si può trasportare un termine da un membro all'altro dell'equazione cambiandolo di segno.
- Se in entrambi i membri dell'equazione compaiono termini uguali, questi possono essere eliminati.
- È sempre possibile cambiare il segno a tutti i termini dell'equazione.

$$\cancel{2} + 10x - 5 - 3x = \cancel{2} + 8x + 1$$
$$+10x - 3x - 8x = +5 + 1$$
$$-x = +6$$
$$x = -6.$$

Se nell'equazione sono contenuti termini con coefficienti numerici frazionari, procedi in questo modo:

a) moltiplica tutti i termini per il *m.c.m.* dei denominatori

$$\frac{-2x+5}{3}-3=-\frac{x}{5}+2;$$

m.c.m. (3, 5) = 15

$$15\frac{-2x+5}{3}-15\cdot 3=15\left(-\frac{x}{5}\right)+15\cdot 2$$

$$-10x+25-45=-3x+30;$$

b) esegui le operazioni indicate

$$-10x-20=-3x+30;$$

c) trasporta tutti i termini in cui compare l'incognita al primo membro e tutti i termini noti al secondo membro dell'equazione cambiandoli di segno

$$-10x+3x=30+20;$$

d) riduci i termini simili

$$-7x=50;$$

e) dividi entrambi i membri per il coefficiente dell'incognita

$$x=-\frac{50}{7};$$

f) verifica che la soluzione sia esatta, sostituendo alla x dell'equazione iniziale il valore numerico trovato e controllando che l'uguaglianza sia vera

$$\frac{-2\cdot\left(-\frac{50}{7}\right)+5}{3}-3=-\frac{\left(-\frac{50}{7}\right)}{5}+2$$

$$\frac{\frac{100}{7}+5}{3}-3=\frac{50}{7}\cdot\frac{1}{5}+2$$

$$\frac{100+35}{7}\cdot\frac{1}{3}-3=\frac{10}{7}+2$$

$$\frac{135}{7}\cdot\frac{1}{3}-3=\frac{10+14}{7}$$

$$\frac{45}{7}-3=\frac{24}{7}$$

$$\frac{45-21}{7}=\frac{24}{7}$$

$$\frac{24}{7}=\frac{24}{7}$$

Discussione di un'equazione

Data un'equazione nella forma:

$$a \cdot x = b \quad \text{con} \quad a \neq \text{da } 0$$

si ha come unica soluzione:

$$x = \frac{b}{a}.$$

Se $b = 0$ si ha che:

$$x = \frac{0}{a} \quad \text{da cui} \quad x = 0.$$

Se $a = 0$ si può verificare che:

1) anche $b = 0 \rightarrow 0 \cdot x = 0$
l'equazione è **indeterminata**;

2) $b \neq 0 \rightarrow 0 \cdot x = b$
l'equazione è **impossibile**.

▶ **indeterminata**
indeterminate
indéterminée
indeterminada
不定的（方程式）
معادلة غير مُحَدَّدة

▶ **impossibile**
impossible
impossible
imposible
无解的（方程式）
معادلة مُسْتَحيلة

Unità 6

La probabilità

La probabilità classica

Un evento si dice:
- impossibile, se non si verifica mai;
- certo, se si verifica sempre;
- aleatorio, se potrebbe verificarsi o non verificarsi.

Per alcuni eventi aleatori è possibile stabilire quante volte il fatto potrebbe verificarsi: si dice che è possibile determinare la probabilità che l'evento si verifichi.

La probabilità di un evento aleatorio, i cui risultati sono ugualmente possibili, è il quoziente fra il numero dei risultati favorevoli e il numero dei risultati possibili:

$$p(A) = \frac{m}{n}$$

con
m = numero dei risultati favorevoli;
n = numero dei risultati possibili.

Per esempio, nel lancio di un dado, la probabilità che si presenti il numero 3 è $\frac{1}{6}$:
- 6 è il numero dei **risultati possibili**;
- 1 è il numero dei risultati favorevoli.

Se la probabilità è **uguale a 0**, l'evento è impossibile; per esempio, nel lancio di un dado, la probabilità che esca il numero 8 è 0.

Se la probabilità è **uguale a 1**, l'evento è certo; per esempio, nel lancio di un dado, la probabilità che esca un numero maggiore di 0 e minore di 7 è 1.

▶ evento
event
événement
evento *o* suceso
发展
حَدَثٌ

▶ (evento) impossibile
impossible
impossible
imposible
无解的（方程式）
معادلة مُسْتَحيلة

▶ (evento) certo
certain
certain
seguro
肯定的
مُؤَكَّد

▶ (evento) aleatorio
random
aléatoire
aleatorio
不肯定的
عَشْوائي

▶ probabilità
probability
probabilités
probabilidad
概率
حِسابُ الأحْتِمالات

▶ risultati favorevoli
favorable outcomes
résultats favorables
casos favorables
有利的结果
نَتائج مُلائِمة

Evento contrario

Considera i numeri della tombola e calcola la probabilità $p(A)$ che il numero estratto sia 20:

$$p(A)=\frac{1}{90}.$$

Ora calcola la probabilità $p(\bar{A})$ dell'**evento contrario**, cioè che il numero estratto non sia 20:

$$p(\bar{A})=\frac{89}{90}.$$

Si ha che:

$$\frac{1}{90}+\frac{89}{90}=\frac{90}{90}=1.$$

Quindi si può scrivere:

$$p(A)+p(\bar{A})=1.$$

Frequenza relativa di un evento

Si dice **frequenza relativa** di un evento aleatorio, riferita a n prove, il quoziente fra il numero dei risultati favorevoli e il numero delle prove effettuate.

Per esempio, se si lancia 45 volte un dado e il numero 5 si presenta per 4 volte, la frequenza relativa dell'evento "esce il numero 5" è $\frac{4}{45}$;

- 4 è il **numero delle volte in cui si presenta il numero 5**;
- 45 è il **numero dei lanci**.

▶ **frequenza relativa**
relative frequency
fréquence relative
frecuencia relativa
相对频率
تردّد نسبي